

Model Epidemik *SEITS* dengan Kejadian Bilinier pada Penyebaran Penyakit *Scabies*

Ambar Winarni¹, Noor Sofiyati²

^{1,2} Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Nahdlatul Ulama Purwokerto
Jl. Sultan Agung No.42, Karangklesem, Purwokerto Selatan, Banyumas, Jawa Tengah 53145
Email: ambarwinaarni@gmail.com, noor.sofiyati@gmail.com

ABSTRAK

Penyakit *scabies* merupakan salah satu penyakit berbasis lingkungan yang menjadi salah satu masalah kesehatan terbesar di dunia salah satunya Indonesia. Angka prevalensi di Indonesia membuat penyakit ini menduduki urutan ketiga dari 12 penyakit kulit yang ada. Penyakit ini menular melalui kontak objek terinfeksi. Pada penelitian ini dibahas tentang model epidemik *SEITS* (*Susceptible Exposed Infective Treatment Susceptible*) dengan kejadian bilinier pada penyebaran penyakit *scabies*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui faktor atau variabel yang mempengaruhi model epidemik penyebaran penyakit *scabies* secara tepat. Penelitian ini diharapkan dapat menekan laju penyebaran penyakit tersebut dengan melakukan pencegahan yang tepat. Model epidemik yang diformulasikan mempunyai dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik. Penelitian ini juga menunjukkan bahwa model tersebut mempunyai bilangan reproduksi dasar $R_0 = \frac{\alpha\beta\kappa(1-\theta)}{\mu(\kappa+\mu)(\gamma+\mu)}$. Hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$. Berdasarkan simulasi yang dilakukan diperoleh bahwa untuk menekan penyebaran penyakit *scabies* dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu meningkatkan tingkat pengobatan subpopulasi laten, proporsi subpopulasi laten yang menjalani pengobatan dan tingkat pengobatan individu yang terinfeksi serta mengurangi kontak dengan individu yang terinfeksi.

Kata Kunci: model, epidemik, bilinier, penyakit, *scabies*

ABSTRACT

Scabies disease is one of a disease based on environment which became one of the biggest health issue in the world and one of them is Indonesia. The number of prevalence in Indonesia made the disease is ranked third from 12 skin disease there. The disease is transmitted by contact object infected. This study discusses the spread of scabies in a epidemic model with the SEITS (Susceptible Exposed Infective Treatment Susceptible) type with bilinear incidence. This study aims to determine the factors or variables that affect the spread scabies in a epidemic model properly. The result is expected to control the spread of scabies by taking appropriate precautionary. The epidemic model who formulated have two equilibrium points were obtained, namely the disease-free and endemic equilibrium point. This study also showed that the model has a basic reproduction ratio number $R_0 = \frac{\alpha\beta\kappa(1-\theta)}{\mu(\kappa+\mu)(\gamma+\mu)}$. The result of stability analysis showed that the disease-free equilibrium point is local asymptotically stable if $R_0 < 1$ and the endemic equilibrium point is local asymptotically stable if $R_0 > 1$. Based on the simulation result showed that to reduce the spread of scabies can be done by some means the improvement of the rate of the treatment at exposed subpopulation, the proportion of the exposed subpopulation who got treatment and the rate of treatment on infected subpopulation and also reduce the rate of contact with infected individual.

Keywords: model, epidemic, bilinear, disease, *scabies*

Pendahuluan

Salah satu masalah kesehatan yang banyak terjadi di dunia, termasuk Indonesia adalah Penyakit Berbasis Lingkungan (PBL) [1]. Salah satunya adalah penyakit *scabies*. *Scabies* atau kudis merupakan penyakit pada kulit yang disebabkan oleh tungau *Sarcoptes scabiei var hominis* [2]. *Sarcoptes*

scabiei bertahan hidup dengan membuat lesi berupa terowongan di lapisan stratum korneum kulit manusia yang berisi telur, tungau, dan hasil metabolisme. Lesi tersebut sangat menular melalui kontak langsung kulit ke kulit maupun kontak tidak langsung [3]. Penyakit ini menular melalui kontak objek terinfeksi, baik transmisi tungau dari benda atau kontak langsung dengan individu terinfeksi.

Masa inkubasi (laten) sebelum gejala terjadi yaitu antara tiga sampai enam minggu. Individu yang didiagnosa *scabies* dapat memperoleh pengobatan (*treatment*) untuk mencegah penyakit tersebut lebih parah. *Scabies* dapat ditangani menggunakan obat topikal seperti *Scabiscid* [4], [5]. Upaya pencegahan yang positif seperti pengetahuan dan perilaku mengenai kesehatan lingkungan dapat mengurangi penyebaran penyakit [6]. Program edukasi terkait kebersihan individu dan kebersihan lingkungan sangat perlu dikembangkan [7].

Penyakit *scabies* merupakan penyakit kulit endemis di wilayah Asia yang umumnya beriklim tropis atau subtropis [8]. Kasus *scabies* secara umum terdapat setidaknya 200 juta orang penderita *scabies* di dunia setiap tahunnya dengan prevalensi dari literatur terbaru sekitar 0.2% sampai 71% [2]. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia menyebutkan bahwa dari 261,6 juta penduduk pada tahun 2016, angka prevalensi *scabies* di Indonesia sebesar 4,60% - 12,95%. Angka tersebut menempati urutan ketiga dari 12 penyakit kulit yang banyak terjadi. Penyebaran penyakit tersebut masih terjadi di beberapa kelompok masyarakat di Indonesia. Tetapi penanganannya masih cukup rendah. Hal ini dapat menyebabkan penyebaran penyakit tersebut meningkat.[9]–[12]

Seiring ilmu pengetahuan yang semakin berkembang khususnya di bidang matematika, model epidemik dapat digunakan untuk menggambarkan penyebaran suatu penyakit dalam bentuk model matematika. Hal ini dapat memberikan peranan penting guna mencegah penyebaran penyakit semakin meluas di masa yang mendatang berdasarkan kondisi dimasa sekarang dan masa lalu. Model epidemik paling sederhana adalah model *SI* (*Susceptible Infective*), dimana populasi yang diamati terbagi menjadi dua bagian, yaitu populasi yang rentan, *S* (*Susceptible*), dan populasi yang terinfeksi, *I* (*Infectives*). Kermack dan McKendrick memperluas model tersebut menjadi model *SIR* (*Susceptible Infective Recovered*) [13]. Beberapa penyakit memiliki periode masa inkubasi atau laten sehingga terdapat populasi yang terpapar (*Exposed*), dimana penyakit masih bersembunyi didalam tubuh ketika kekebalan tubuh dalam kondisi baik. Selain itu penyakit dapat dikendalikan dengan terapi atau pengobatan sehingga muncul populasi *treatment* (*T*). Beberapa penelitian sebelumnya terkait penyebaran penyakit *scabies* masih belum mempertimbangkan periode masa inkubasi atau laten (*Exposed*) dan menyertakan populasi *treatment* (*T*) [14][15][16].

Jumlah penduduk dan prevalensi *scabies* di Indonesia yang tidak kecil dapat memicu semakin mewabahnya penyakit ini. Salah satu langkah pencegahan penyebaran penyakit yaitu mengetahui faktor atau variabel yang mempengaruhi penyebaran penyakit *scabies* secara tepat. Hal tersebut dapat diketahui dengan membentuk dan menganalisa model epidemik pada penyebaran penyakit tersebut.

Sebuah populasi yang tercampur dengan baik sangat diperlukan dalam model epidemik, sehingga setiap individu yang terinfeksi mempunyai peluang yang sama dalam menularkan penyakitnya pada individu rentan. Kondisi seperti itu dinamakan dengan kejadian bilinier (*bilinear incidence*). [17]–[20]

Berdasarkan uraian diatas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian tentang model epidemik *SEITS* (*Susceptible Exposed Infective Treatment Susceptible*) dengan kejadian bilinier pada penyebaran penyakit *scabies*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui faktor atau variabel yang mempengaruhi penyebaran penyakit *scabies* secara tepat. Penelitian ini diharapkan dapat menekan laju penyebaran penyakit tersebut dengan melakukan pencegahan yang tepat.[21]–[24]

Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Langkah awal yang dilakukan yaitu pengkajian ulang jurnal, *lecture note*, buku dan artikel yang berasal dari internet. Setelah dilakukan pengkajian, penulis menentukan asumsi yang digunakan dalam model epidemik *SEITS* pada penyebaran penyakit *scabies* dengan kejadian bilinier. Selanjutnya membentuk atau melakukan formulasi model dan menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik dari model tersebut. Langkah selanjutnya adalah menentukan bilangan rasio reproduksi dasar. Kemudian melakukan analisis kestabilan titik ekuilibrium yang telah diperoleh sebelumnya dan melakukan simulasi model menggunakan *software* Matlab.

Hasil dan Pembahasan

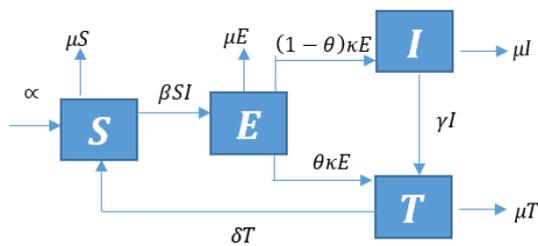
Formulasi Model

Penelitian ini membahas model matematika khususnya model epidemik penyebaran penyakit *scabies* dengan kejadian bilinier. Kelas populasi pada model ini terbagi menjadi empat kelas populasi, yaitu *S* populasi yang rentan, (*Susceptible*), *E* populasi laten (*Exposed*), *I* populasi yang terinfeksi (*Infectives*) dan *T* populasi yang melakukan pengobatan (*Treatment*). Beberapa asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Terdapat kelahiran dan kematian alami.
2. Populasi tertutup.
3. Satu periode infeksi
4. Terdapat empat subpopulasi, yaitu : subpopulasi rentan, subpopulasi laten, subpopulasi terinfeksi dan subpopulasi dengan pengobatan.
5. Setiap individu baru masuk ke subpopulasi rentan.
6. Subpopulasi laten merupakan individu yang sedang berada dalam masa inkubasi.
7. Subpopulasi pengobatan merupakan individu yang telah memperoleh pengobatan.

8. Penyakit menular melalui kontak langsung.
9. Individu terinfeksi yang tidak menjalani pengobatan tetap berada di subpopulasi terinfeksi.
10. Individu yang telah menjalani pengobatan dan dinyatakan sembuh kembali ke subpopulasi rentan.
11. Infeksi sekunder atau infeksi lain yang muncul secara bersamaan akibat bakteri lain pada subpopulasi terinfeksi diabaikan.
12. Tidak terdapat kematian akibat scabies.

Secara skematis penyebaran penyakit *scabies* dapat dilihat melalui diagram kompartemen pada Gambar 1 sebagai berikut :



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model Epidemik SEITS dengan Kejadian Bilinier pada Penyebaran Penyakit Scabies

Tabel 1. Variabel dan parameter yang digunakan

Simbol	Intepretasi Biologis
$S(t)$	Jumlah individu rentan pada waktu t
$E(t)$	Jumlah individu laten pada waktu t
$I(t)$	Jumlah individu terinfeksi pada waktu t
$T(t)$	Jumlah individu menjalani pengobatan pada waktu t
α	Laju pertambahan jumlah individu
β	Tingkat individu rentan terinfeksi karena kontak
μ	Tingkat kematian
θ	Proporsi individu laten menjalani pengobatan
κ	Tingkat individu laten menjalani pengobatan
γ	Tingkat individu terinfeksi menjalani pengobatan
δ	Tingkat individu yang telah menjalani pengobatan kembali menjadi individu rentan

Model matematika penyakit *scabies* dengan kejadian bilinier berdasarkan asumsi dan Gambar 1 serta semua nilai variabel dan parameter yang digunakan bernilai lebih dari nol dapat diperoleh model dalam bentuk sistem persamaan diferensial [25] sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \alpha + \delta T - \beta SI - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta SI - (1 - \theta)\kappa E - \theta\kappa E - \mu E \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1 - \theta)\kappa E - \gamma I - \mu I$$

$$\frac{dT}{dt} = \theta\kappa E + \gamma I - \mu T - \delta T$$

Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium disebut juga titik kesetimbangan atau titik kritis dari suatu sistem dinamik [26][27]. Titik ekuilibrium dari Sistem (1) dapat diklasifikasikan menjadi dua, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Misalkan $A = -(\mu + \delta)(\mu^3 + (\kappa + \gamma)\mu^2 + \mu\gamma\kappa - \alpha\beta\kappa(1 - \theta))$ dan $B = \mu\beta((\mu + \gamma)(\mu + \kappa) + ((1 - \theta)\kappa + \gamma + \mu)\delta)$. Berdasarkan Sistem (1), titik ekuilibrium dapat ditentukan dengan menyelesaikan $\frac{dS}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dT}{dt} = 0$, sehingga dapat diperoleh dua titik ekuilibrium, yaitu:

- (i) Titik ekuilibrium bebas penyakit

$$P_0 = (S_0, E_0, I_0, T_0) = \left(\frac{\alpha}{\mu}, 0, 0, 0\right)$$

- (ii) Titik ekuilibrium bebas penyakit

$$P_1 = (S_1, E_1, I_1, T_1)$$

dengan

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{(\mu + \gamma)(\mu + \kappa)}{\beta(1 - \theta)} \\ E_1 &= \frac{A(\mu + \gamma)}{\mu\beta(1 - \theta)(\mu^2 + (1 + \delta + \gamma)\mu + (1 - \theta + \gamma)\delta + \gamma)} \\ I_1 &= \frac{A}{B} \\ T_1 &= \frac{A(\mu\theta + \gamma)}{\mu\beta(1 - \theta)(\mu^2 + (\kappa + \delta + \gamma)\mu + (\delta(1 - \theta) + \gamma)\kappa + \delta\gamma)} \end{aligned} \quad (2)$$

Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar yang dapat dinotasikan dengan R_0 merupakan parameter ambang batas yang digunakan untuk mengetahui apakah suatu penyakit akan hilang atau tetap ada [28]. R_0 dapat dikatakan sebagai rasio yang menunjukkan jumlah individu rentan yang dapat tertular atau terinfeksi yang disebabkan oleh satu individu terinfeksi [29]. Bilangan reproduksi dasar ditentukan dengan menggunakan metode matriks generasi berikutnya atau *next generation matrices (NGM)* [30]. Matriks generasi berikutnya (G) didefinisikan sebagai berikut

$$G = FV^{-1}$$

dengan

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \alpha\beta \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} (1 - \theta)\kappa + \theta\kappa + \mu & 0 \\ (\theta - 1)\kappa & \gamma + \mu \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh Matriks G sebagai berikut

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\beta\kappa(1-\theta)}{\mu(\kappa+\mu)(\gamma+\mu)} & \frac{\alpha\beta}{\mu(\gamma+\mu)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen positif terbesar dari Matriks G merupakan R_0 , yaitu

$$R_0 = \frac{\alpha\beta\kappa(1-\theta)}{\mu(\kappa+\mu)(\gamma+\mu)} \quad (3)$$

Teorema 1. (*Eksistensi Titik Ekuilibrium*)

- (i) Jika $R_0 < 1$ maka sistem (1) hanya mempunyai satu titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit (P_0)
- (ii) Jika $R_0 > 1$ maka sistem (1) mempunyai dua titik ekuilibrium, titik ekuilibrium bebas penyakit (P_0) dan titik ekuilibrium endemik (P_1)

Bukti. Hanya perlu dibuktikan bahwa titik ekuilibrium P_1 ada jika $R_0 > 1$. Eksistensi titik ekuilibrium ditunjukkan dengan setiap elemennya positif sesuai syarat pembentukan Sistem (1). Perhatikan bahwa $P_1 = (S_1, E_1, I_1, T_1)$ pada Persamaan (2), karena semua parameter yang digunakan dalam Sistem (1) positif maka S_1 positif dan E_1, I_1, T_1 akan positif jika $A > 0$. Karena $\mu + \delta > 0$ maka haruslah $-(\mu^3 + (\kappa + \gamma)\mu^2 + \mu\gamma\kappa - \alpha\beta\kappa(1 - \theta)) > 0$ sehingga

$$\begin{aligned} & -(\mu^3 + (\kappa + \gamma)\mu^2 + \mu\gamma\kappa - \alpha\beta\kappa(1 - \theta)) > 0 \\ \Leftrightarrow & \mu^3 + (\kappa + \gamma)\mu^2 + \mu\gamma\kappa - \alpha\beta\kappa(1 - \theta) < 0 \\ \Leftrightarrow & \alpha\beta\kappa(1 - \theta) > \mu^3 + (\kappa + \gamma)\mu^2 + \mu\gamma\kappa \\ \Leftrightarrow & \alpha\beta\kappa(1 - \theta) > \mu(\kappa + \mu)(\gamma + \mu) \\ \Leftrightarrow & \frac{\alpha\beta\kappa(1 - \theta)}{\mu(\kappa + \mu)(\gamma + \mu)} > 1 \\ \Leftrightarrow & R_0 > 1 \end{aligned}$$

Oleh karena itu $E_1, I_1, T_1 > 0$ jika $R_0 > 1$.

Kestabilan Titik Ekuilibrium

Teorema 2. Jika $R_0 < 1$ titik ekuilibrium bebas penyakit (P_0) bersifat stabil asimtotik lokal

Bukti. Sistem (1) dilinierisasi pada titik P_0 , diperoleh matriks jacobian sebagai berikut

$$J_0 = \begin{bmatrix} -\beta I_0 - \mu & 0 & -\beta S_0 & -\beta S_0 \\ -\beta I_0 & -\kappa - \mu & \beta S_0 & 0 \\ 0 & (1 - \theta)\kappa & -\mu - \gamma & 0 \\ 0 & \theta\kappa & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks jacobin dari Sistem (1) pada titik ekuilibrium bebas penyakit (P_0) diperoleh dari persamaan $Det(\lambda I - J_0) = 0$, sehingga diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \delta + \mu)(a_0\lambda^2 + a_1\lambda + a_2) = 0 \quad (4)$$

dengan

$$\begin{aligned} a_0 &= \mu \\ a_1 &= \mu(\gamma + 2\mu + \kappa) \\ a_2 &= \alpha\beta\kappa(\theta - 1) + \mu(\kappa + \mu)(\gamma + \mu) \end{aligned} \quad (5)$$

Berdasarkan Persamaan (4) diperoleh $\lambda_1 = -\mu$ dan $\lambda_2 = -\delta - \mu$, karena μ dan δ bernilai positif maka bagian real nilai eigen tersebut adalah negatif. Selanjutnya tanda bagian real dari λ_3 dan λ_4 dapat diketahui melalui kriteria Routh Hurwitz. Berdasarkan Persamaan (5) dapat diperoleh matriks Routh Hurwitz $H_1 = \mu$ dengan $Det(H_1) = \mu > 0$ dan $H_2 = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}$. Diketahui $R_0 < 1$, perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} & R_0 < 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{\alpha\beta\kappa(1 - \theta)}{\mu(\kappa + \mu)(\gamma + \mu)} < 1 \\ \Leftrightarrow & \alpha\beta\kappa(1 - \theta) < \mu(\kappa + \mu)(\gamma + \mu) \\ \Leftrightarrow & \alpha\beta\kappa(\theta - 1) + \mu(\kappa + \mu)(\gamma + \mu) > 0 \\ \Leftrightarrow & a_2 > 0 \end{aligned}$$

Karena $a_1, a_2 > 0$ maka $Det(H_2) = a_1 a_2 > 0$. Akibatnya bagian real dari λ_3 dan λ_4 adalah negatif. Dengan demikian bagian real dari semua akar-akar persamaan karakteristik untuk J_0 adalah negatif dan berdasarkan teorema pada [31], [32] dan [33] dapat dikatakan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit (P_0) stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$.

Teorema 3. Jika $R_0 > 1$ titik ekuilibrium endemik (P_1) bersifat stabil asimtotik lokal

Bukti. Sistem (1) dilinierisasi pada titik P_0 , diperoleh matriks jacobian sebagai berikut

$$J_1 = \begin{bmatrix} -\beta I_1 - \mu & 0 & -\beta S_1 & -\beta S_1 \\ -\beta I_1 & -\kappa - \mu & \beta S_1 & 0 \\ 0 & (1 - \theta)\kappa & -\mu - \gamma & 0 \\ 0 & \theta\kappa & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks jacobin dari Sistem (1) pada titik ekuilibrium endemik (P_1) diperoleh dari persamaan $Det(\lambda I - J_1) = 0$, sehingga diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut

$$(\lambda + \mu + \beta I_1)(\lambda + \delta + \mu)(\lambda^2 + b_1\lambda + b_2) = 0 \quad (6)$$

dengan

$$\begin{aligned} b_1 &= 2\mu + \gamma + \kappa \\ b_2 &= (\mu + \gamma + (\theta - 1)\beta S_1)\kappa + \mu(\gamma + \mu) \end{aligned} \quad (7)$$

Berdasarkan Persamaan (6) diperoleh akar akar persamaan karakteristik (nilai eigen) $\lambda_1 = -\mu - \beta I_1$ dan $\lambda_2 = -\delta - \mu$. Karena μ dan δ bernilai positif maka bagian real nilai eigen λ_2 adalah negatif. Sedangkan λ_1 bernilai negatif jika $I_1 > 0$.

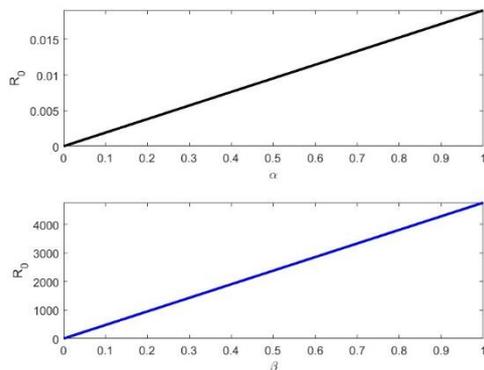
Berdasarkan Teorema 1, $I_1 > 0$ terpenuhi jika $R_0 > 1$. Selanjutnya tanda bagian real dari λ_3 dan λ_4 dapat diketahui melalui kriteria Routh Hurwitz. Berdasarkan Persamaan (7) dapat diperoleh matriks Routh Hurwitz $W_1 = 1 > 0$ dan $W_2 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}$. Kemudian dengan mensubstitusikan S_1 dari Persamaan (2) dapat diperoleh $Det(W_2)$ sebagai berikut

$$b_1 b_2 = (2\mu + \gamma + \kappa)((1 - \kappa)(\kappa + \mu)(\gamma + \mu)) \quad (8)$$

Karena $\mu, \kappa, \gamma > 0$ maka $b_1 b_2 > 0$. Akibatnya bagian real dari λ_3 dan λ_4 bernilai negatif. Dengan demikian bagian real dari semua akar-akar persamaan karakteristik untuk J_1 adalah negatif jika $R_0 > 1$ berdasarkan teorema pada [31], [32] dan [33] dapat dikatakan bahwa titik ekuilibrium endemik (P_1) stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$.

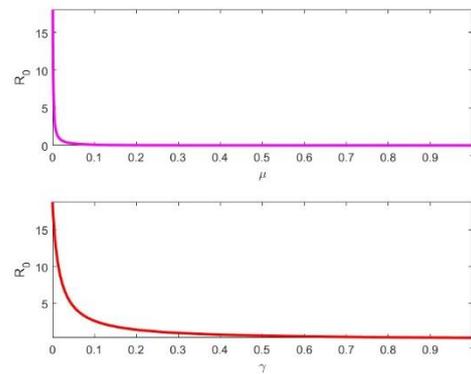
Simulasi Model

Simulasi model dilakukan untuk memperkuat hasil analisis yang telah dibahas sebelumnya dan dilakukan dengan bantuan *software* Matlab R2022a. Parameter $\alpha, \beta, \theta, \kappa, \gamma$ dan μ memiliki pengaruh yang cukup besar terhadap nilai R_0 .

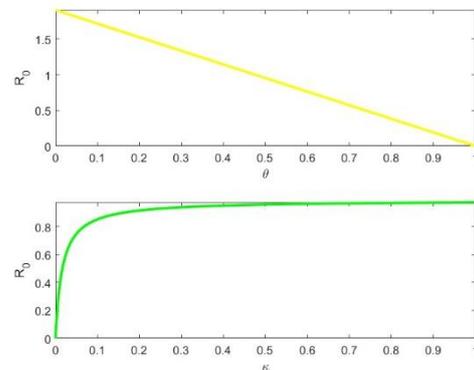


Gambar 2. Pengaruh Perubahan Nilai Parameter α dan β terhadap R_0

Gambar 2 menunjukkan pengaruh perubahan nilai parameter α dan β terhadap R_0 . Semakin besar nilai α dan β nilai R_0 akan semakin besar dan sebaliknya. Gambar 3 menunjukkan pengaruh perubahan nilai parameter μ dan γ terhadap R_0 . Semakin besar nilai μ dan γ , nilai R_0 akan semakin kecil dan sebaliknya. Gambar 4 menunjukkan pengaruh perubahan nilai parameter θ dan κ terhadap R_0 . Semakin besar nilai θ , nilai R_0 akan semakin kecil dan sebaliknya. Sedangkan semakin besar nilai κ , nilai R_0 akan semakin besar tetapi akan menuju ke suatu nilai yang kurang dari satu.



Gambar 3. Pengaruh Perubahan Nilai Parameter μ dan γ terhadap R_0



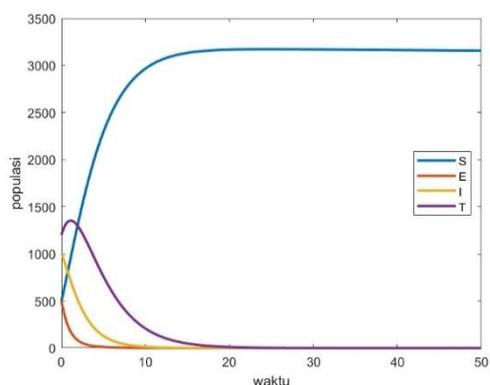
Gambar 4. Pengaruh Perubahan Nilai Parameter θ dan κ terhadap R_0

Selanjutnya simulasi menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 1 dan Tabel 2 yang disesuaikan dengan hasil analisis karena ketersediaan data yang terbatas dengan hanya menggunakan nilai parameter β, θ, κ dan γ yang berbeda.

Tabel 2. Estimasi parameter ($R_0 < 1$)

Notasi	Nilai
α	50
β	0.0002
μ	0.016
θ	0.4
κ	0.4
γ	0.5
δ	0.3

Jika digunakan parameter pada Tabel 1 maka diperoleh $R_0 = 0.715 < 1$. Jadi menurut Teorema 3, titik ekuilibrium bebas penyakit P_0 bersifat stabil asimtotik lokal.



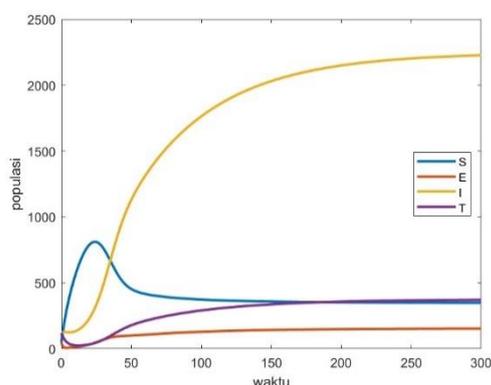
Gambar 5. Grafik Sistem (1) saat $R_0 = 0.715 < 1$

Gambar 5 menunjukkan grafik dari Sistem (1) dengan nilai awal $S(0) = 500$, $E(0) = 500$, $I(0) = 1200$ dan $T(0) = 1200$. Berdasarkan gambar tersebut, dapat dilihat bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit P_0 bersifat stabil asimtotik lokal. Hal ini berarti dengan kondisi seperti pada Tabel 1, dalam jangka waktu yang panjang akan menuju ke kondisi bebas penyakit atau tidak ada yang terinfeksi.

Jika digunakan parameter pada Tabel 2 maka diperoleh $R_0 = 40.01 > 1$. Jadi menurut Teorema 3, titik ekuilibrium endemik P_1 bersifat stabil asimtotik lokal.

Tabel 3. Estimasi parameter ($R_0 > 1$)

Notasi	Nilai
α	50
β	0.002
μ	0.016
θ	0.04
γ	0.05
δ	0.3



Gambar 6. Grafik Sistem (1) saat $R_0 = 40.01 > 1$

Gambar 6 menunjukkan grafik dari Sistem (1) dengan nilai awal $S(0) = 500$, $E(0) = 500$, $I(0) = 1200$ dan $T(0) = 1200$. Berdasarkan kedua gambar

tersebut, dapat dilihat bahwa, titik ekuilibrium endemik P_1 bersifat stabil asimtotik lokal. Hal ini berarti dengan kondisi seperti pada Tabel 2, dalam jangka waktu yang panjang akan menuju ke kondisi endemik atau tetap ada yang terinfeksi penyakit.

Kesimpulan

Kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Model epidemik SEITS pada penyebaran penyakit scabies dengan kejadian bilinear dalam Sistem (1) mempunyai dua titik ekuilibrium bebas penyakit P_0 dan titik ekuilibrium bebas penyakit P_1 serta bilangan rasio reproduksi dasar $R_0 = \frac{\alpha\beta\kappa(1-\theta)}{\mu(\kappa+\mu)(\gamma+\mu)}$.
2. Titik ekuilibrium bebas penyakit $P_0 = (S_0, E_0, I_0, T_0) = (\frac{\alpha}{\mu}, 0, 0, 0)$ bersifat stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$. Sedangkan titik ekuilibrium bebas penyakit $P_1 = (S_1, E_1, I_1, T_1)$ bersifat stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$.
3. Berdasarkan hasil simulasi diperoleh bahwa untuk menekan penyebaran penyakit scabies dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu meningkatkan tingkat pengobatan individu laten (κ), proporsi individu laten yang menjalani pengobatan (θ) dan tingkat pengobatan individu yang terinfeksi (γ) serta mengurangi kontak dengan individu yang terinfeksi (β).

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada Direktorat Riset dan Pnegabdian kepada Masyarakat (DRPM), Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset dan Teknologi yang telah berkenan memberikan pendanaan pada penelitian ini dalam skema Penelitian Dosen Pemula Tahun Anggaran 2022

Daftar Pustaka

- [1] Y. Darnas and R. Yolanda, "The Relationship between Sanitation and Diarrhea in Kabupaten Pidie , Aceh (Used Validity Inference)," vol. 2019, pp. 422–429, 2019, doi: 10.18502/cls.v4i10.3814.
- [2] WHO, "Scabies," *who.int*, 2020. .
- [3] H. Mutiara and F. Syailindra, "Skabies," *J. Major.*, vol. 5, no. 2, pp. 37–42, Apr. 2016.
- [4] A. F. Ratnasari and S. Sungkar, "Prevalensi Skabies dan Faktor-faktor yang Berhubungan di Pesantren X, Jakarta Timur," *eJournal Kedokt. Indones.*, vol. 2, no. 1, 2014, doi: 10.23886/ejki.2.3177.
- [5] S. J. Gilmore, "Control Strategies for Endemic Childhood Scabies," *PLoS One*, vol. 6, no. 1, p. e15990, 2011, doi:

- 10.1371/JOURNAL.PONE.0015990.
- [6] S. Solihat and Endang, "Hubungan Pengetahuan Tentang Skabies Dan Perilaku Kesehatan Lingkungan Dengan Upaya Pencegahan Skabies Pada Santri Putra," *Heal. J. / J. Ilm. Ilmu Kesehat.*, vol. 9, no. 1, pp. 1–10, Jun. 2021, doi: 10.55222/HEALTHYJOURNAL.V9I1.509.
- [7] P. M. D. Anggreni And I. G. A. A. E. Indira, "Korelasi Faktor Prediposisi Kejadian Skabies Pada Anak- Anak Di Desa Songan, Kecamatan Kintamani, Kabupaten Bangli, Provinsi Bali," *E-Jurnal Med. Udayana*, vol. 8, no. 6, Jun. 2019.
- [8] S. F. Walton and B. J. Currie, "Problems in diagnosing scabies, a global disease in human and animal populations," *Clinical Microbiology Reviews*, vol. 20, no. 2. 2007, doi: 10.1128/CMR.00042-06.
- [9] M. Rizki, K. Khulidatiana, I. Kusmanto, F. S. Lubis, and S. Silvia, "Aplikasi End User Computing Satifaction pada Penggunaan E-Learning FST UIN SUSKA," *SITEKIN J. Sains, Teknol. dan Ind.*, vol. 19, no. 2, pp. 154–159, 2022.
- [10] M. I. H. Umam, N. Nofirza, M. Rizki, and F. S. Lubis, "Optimalisasi Jumlah Kebutuhan Tenaga Kerja pada Stasiun Kerja Hoisting Crane Menggunakan Metode Work Sampling (Studi Kasus: PT. X)," *J. Tek. Ind. J. Has. Penelit. dan Karya Ilm. dalam Bid. Tek. Ind.*, vol. 5, no. 2, pp. 125–129, 2020.
- [11] N. Nazaruddin and W. Septiani, "Risk Mitigation Production Process on Wood Working Line Using Fuzzy Logic Approach," *SITEKIN J. Sains, Teknol. dan Ind.*, vol. 19, no. 1, pp. 100–108, 2021.
- [12] M. L. Hamzah, Y. Desnelita, A. A. Purwati, E. Rusilawati, R. Kasman, and F. RIZAL, "A review of Near Field Communication technology in several areas," *Rev. Espac.*, vol. 40, no. 32, 2019.
- [13] W. . Kermack and A. . McKendrick, "A contribution to the mathematical theory of epidemics. Proceedings of the Royal Society of London . Series A , Containing Papers of a Mathematical and physical Character, Vol. 115, No. 772.," *Society*, vol. 115, no. 772, pp. 700–721, 1927.
- [14] N. P. Utami, "Pemodelan Pencegahan Penularan Scabies," *JOSTECH J. Sci. Technol.*, vol. 1, no. 2, pp. 136–148, Sep. 2021, doi: 10.15548/JOSTECH.V1I2.3045.
- [15] Y. Sriyanti and D. Ahmad, "Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia," *J. Math. UNP*, vol. 5, no. 3, Dec. 2020, doi: 10.3161/UNPJOMATH.V5I3.10609.
- [16] P. Affandi and Faisal, "Kendali optimal pada model penyakit scabies," no. 1911, pp. 187–196, 2020.
- [17] S. Sarbaini, E. P. Cynthia, and M. I. Arifandy, "Pengelompokan Diabetic Macular Edema Berbasis Citra Retina Mata Menggunakan Fuzzy Learning Vector Quantization (FLVQ)," *SITEKIN J. Sains, Teknol. dan Ind.*, vol. 19, no. 1, pp. 75–80, 2021.
- [18] F. Muttakin, K. N. Fatwa, and S. Sarbaini, "Implementasi Additive Ratio Assessment Model untuk Rekomendasi Penerima Manfaat Program Keluarga Harapan," *SITEKIN J. Sains, Teknol. dan Ind.*, vol. 19, no. 1, pp. 40–48.
- [19] M. I. Arifandy, E. P. Cynthia, and F. Muttakin, "Potensi Limbah Padat Kelapa Sawit Sebagai Sumber Energi Terbarukan Dalam Implementasi Indonesian Sustainability Palm Oil," *SITEKIN J. Sains, Teknol. dan Ind.*, vol. 19, no. 1, pp. 116–122, 2021.
- [20] V. Devani, M. I. H. Umam, Y. Aiza, and S. Sarbaini, "Optimization of Tire Production Planning Using The Goal Programming Method and Sensitivity Analysis," *Int. J. Comput. Sci. Appl. Math.*, vol. 8, no. 2, pp. 36–40, 2022.
- [21] S. Sarbaini, M. Imran, and A. Karma, "Metode Bertipe Steffensen dengan Orde Konvergensi Optimal untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear." Riau University, 2014.
- [22] N. Nazaruddin and S. Sarbaini, "Evaluasi Perubahan Minat Pemilihan Mobil dan Market Share Konsumen di Showroom Pabrik Honda," *J. Teknol. dan Manaj. Ind. Terap.*, vol. 1, no. II, pp. 97–103, 2022.
- [23] S. Sarbaini, Z. Zukrianto, and N. Nazaruddin, "Pengaruh Tingkat Kemiskinan Terhadap Pembangunan Rumah Layak Huni Di Provinsi Riau Menggunakan Metode Analisis Regresi Sederhana," *J. Teknol. dan Manaj. Ind. Terap.*, vol. 1, no. III, pp. 131–136, 2022.
- [24] S. Sarbaini, W. Saputri, and F. Muttakin, "Cluster Analysis Menggunakan Algoritma Fuzzy K-Means Untuk Tingkat Pengangguran Di Provinsi Riau," *J. Teknol. dan Manaj. Ind. Terap.*, vol. 1, no. II, pp. 78–84, 2022.
- [25] R. C. Boyce, W. E., & DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley & Sons; 9th Edition, 2008.
- [26] P. N. V. Tu, "Dynamical Systems," *Dyn. Syst.*, 1994, doi: 10.1007/978-3-642-78793-

- 5.
- [27] D. E. Edwards, C. H. dan Penney, *Elementary Differential Equations Sixth Edition*. Pearson Education, Inc., New Jersey, 2008.
- [28] P. Van Den Driessche and J. Watmough, "Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission," *Math. Biosci.*, vol. 180, no. 1–2, pp. 29–48, 2002, doi: 10.1016/S0025-5564(02)00108-6.
- [29] H. W. Hethcote, "The Mathematics of Infectious Diseases," *Review*, vol. 42, no. 4, pp. 599–653, 2000.
- [30] J. Giesecke, "Modern infectious disease epidemiology: Third edition," *Mod. Infect. Dis. Epidemiol. Third Ed.*, pp. 1–233, Jan. 2017, doi: 0.1201/9781315222714/modern-infectious-disease-epidemiology-johan-giesecke.
- [31] S. Wiggins, "Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos," p. 843, 2003.
- [32] L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems 3rd Edition*. New York: Springer-Verlag, 2006.
- [33] G. J. et all Olsder, *Mathematical Systems Theory 4th Edition*. Netherland.: Delft University Press, 2011.