

Membentuk Sketsa Grafik Mahasiswa Tadris Matematika: Menggunakan Instrument Penalaran Kovariasonal Thompson

Fikri Apriyono^{1*}, Sunardi², Susanto², dan Abi Suwito²

¹UIN Kiai Haji Achmad Siddiq Jember, Mahasiswa Doktorat Universitas Jember, Jember, Indonesia

²Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Jember, Jember, Indonesia

*E-mail: fikrimatb@uinkbas.ac.id

ABSTRACT. The aim of this research is to determine the level of forming a graphic sketch/Shape of Sketched Graph (SSG) of undergraduate mathematics students or prospective mathematics teachers using the covariational reasoning instrument developed by Thompson. The type of research carried out is qualitative descriptive assessment which describes each SSG level in order to get a clear picture. The subjects in this research were 132 students from the mathematics education study program at UIN Kiai Haji Achmad Siddiq Jember from semester 1, semester 3 and semester 4 of the 2023/2024 academic year. Data collection was carried out using the *u* and *v* instrument tests developed by Thompson. The analysis technique used is quantitative and descriptive qualitative data analysis techniques. Quantitative data to understand the distribution of levels in each class. The results of this research show that the lowest level or level B0 has the largest percentage, namely 14% for semester 1, 28% for semester 3, and 38% for semester 5. Meanwhile, the four highest levels are still low, namely levels B3b, B3a, B4b, and B4a. Each of these four levels is still less than 5%, this shows that the ability to think graphically is still weak when connecting quantities on the *u*-axis and *v*-axis. Students at levels B0 and B1 do not yet understand the meaning of covariational reasoning involving two quantities between the *u*-axis and the *v*-axis. At level B2 they have reasoning abilities but are not yet optimal. Meanwhile, for levels B3b, B3a, and B4b, they make graphs that are close to perfect or already have covariational reasoning. At the highest level B4a there are only 2 students or prospective teachers who have perfect covariational reasoning.

Keywords: covariational reasoning; graphical thinking; shape of sketched graph.

ABSTRAK. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui gambaran level membentuk sketsa grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG) mahasiswa tadris matematika atau calon guru matematika dengan menggunakan instrumen penalaran kovariasonal yang dikembangkan oleh Thompson. Jenis penelitian yang dilakukan yaitu penemilian deksriptif kualitatif yang mendeskripsikan setiap level SSG supaya mendapatkan gambaran yang jelas. Subjek dalam penelitian ini berjumlah 132 mahasiswa prodi tadris matematika UIN Kiai Haji Achmad Siddiq Jember dari angkatan semester 1, semester 3, dan semester 4 tahun akademik 2023/2024. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes instrumen *u* dan *v* yang dikembangkan oleh Thompson. Teknik analisis yang digunakan adalah teknik analisis data kuantitatif dan deskriptif kualitatif. Data kuantitatif untuk mengetahui gambaran sebaran level pada masing-masing kelas. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa level terendah atau level B0 memiliki prosentase terbesar juga yaitu sebesar 14% untuk semester 1, 28% untuk semester 3, dan 38% untuk semester 5. Sedangkan untuk empat level tertinggi masih rendah yaitu level B3b, B3a, B4b, dan B4a. Keempat level tersebut masing-masing masih kurang dari 5% hal ini menunjukkan bahwa kemampuan berpikir bentuk grafik masih lemah ketika menghubungkan besaran-besaran pada sumbu *u* dan sumbu *v*. Mahasiswa dengan level B0 dan B1 belum memahami makna penalaran kovariasonal yang melibatkan dua besaran antara sumbu *u* dan sumbu *v*. Pada level B2 mereka memiliki kemampuan penalaran tetapi belum maksimal. Sedangkan untuk level B3b, B3a, dan B4b, mereka membuat grafik mendekati sempurna atau sudah memiliki penalaran kovariasonal. Pada level tertinggi B4a hanya terdapat 2 mahasiswa atau calon guru yang memiliki penalaran kovariasonal sempurna.

Kata kunci: bentuk sketsa grafik; berpikir bentuk grafik; penalaran kovariasonal.

PENDAHULUAN

Setiap individu perlu menguasai pemahaman tentang grafik yang berguna untuk menganalisis permasalahan sehari-hari salah satunya adalah permasalahan dalam pembelajaran STEM saat ini (Kiernan, Manches, & Seery, 2024; Paoletti, Gantt, & Corven, 2023; Taylor, Burte, & Renshaw, 2023). Seorang siswa dapat memahami dan mengimplementasikan grafik dalam matematika, sains, dan ekonomi merupakan keterampilan yang penting. Namun, mengembangkan keterampilan ini terbukti menjadi tantangan di pendidikan menengah dan tinggi karena melibatkan proses berpikir tingkat tinggi seperti analisis, refleksi dan kreativitas (Palha, Bouwer, Bredeweg, & Keulen, 2020). Mahasiswa tadaris matematika sebagai calon guru matematika juga perlu untuk memahami bagaimana membentuk sketsa grafik sebagai keterampilan untuk menunjukkan penalaran kovariasional mahasiswa.

Penalaran kovariasional adalah kemampuan untuk memahami hubungan antara dua atau lebih variabel yang berubah bersama-sama, serta kemampuan untuk merepresentasikan hubungan tersebut dalam sebuah grafik (Harini, 2019; Kertil, 2020; Paoletti, Gantt, & Vishnubhotla, 2022; Thompson, Hatfield, Yoon, Joshua, & Byerley, 2017). Penalaran kovariasional adalah tentang mengoordinasikan perubahan dan variasi dalam perubahan secara bersamaan jumlah (M. Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, & Hsu, 2002; M. P. Carlson, 1995; Confrey & Smith, 1994; Saldanha & Thompson, 1998; Thompson, 1994). Mendeskripsikan penalaran kovariasional sebagai “aktivitas kognitif yang terlibat dalam mengoordinasikan dua besaran yang berbeda-beda sambil memperhatikan cara-cara perubahannya dalam kaitannya satu sama lain” (Gantt, Paoletti, & Corven, 2023; Harini, 2019; Kertil, 2020).

Penalaran kovariasional memerlukan kuantitas input suatu fungsi untuk direpresentasikan pada sumbu horizontal, dan ketika menginterpretasikan grafik, ia menganggap bahwa kuantitas pada sumbu horizontal menyebabkan perubahan pada kuantitas di sumbu vertikal (Paoletti, 2020). Memahami grafik dalam hal jumlah variabel /varian menjadi memahami grafik dalam hal hubungan antar variabel/kovarian ketika bekerja pada tugas digital berbeda (Johnson, McClintock, & Gardner, 2020). Penalaran kovariasional adalah kemampuan seseorang untuk mengenali hubungan fungsional antara dua atau lebih variabel dalam sebuah sistem dinamik yang sedang berubah bersama-sama (Kertil, Erbas, & Cetinkaya, 2019). Mengeksplorasi penalaran kovariasional siswa dalam konteks yang berbeda memerlukan penggunaan beberapa sistem representasi dengan contoh penentuan transformasi grafik trigonometri yang berbeda dan pemahaman siswa terhadap perbedaan visual dalam hubungan kovariasional (Moore et al., 2020). Kemampuan penalaran kovariasional dianggap sebagai kemampuan yang perlu dan fundamental untuk memahami banyak konsep matematika mulai dari tingkat dasar hingga tingkat perguruan tinggi (Kertil, 2020).

Thompson dan Moore pernah melakukan penelitian tentang penalaran kovariasional terhadap guru di Amerika Serikat dan Korea Selatan. Thompson dan Moore membagi penalaran kovariasional dalam instrumen u dan v menjadi dua yaitu penempatan titik awal/ *Placement of Initial Point* (PIP) dan membentuk sketsa grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG). Dalam penelitian ini, peneliti fokus hanya untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam membentuk sketsa grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG) (Thompson et al., 2017). Hal ini dilakukan karena peneliti ingin mengetahui kemampuan membentuk grafik dari tiga angkatan mahasiswa.

Membentuk grafik adalah menunjukkan hubungan antara dua variabel atau lebih dalam bentuk visual (Ali, Lulseged, & Medhin, 2018; Ng & Peh, 2009). Grafik dapat menunjukkan bagaimana satu set data terkait dengan yang lain, seperti bagaimana perubahan dalam satu variabel terkait dengan perubahan dalam variabel lainnya. Grafik dapat membantu dalam memvisualisasikan pola, tren, dan anomali dalam data (Lyman, 2015; Ng & Peh, 2009). Dalam konteks penalaran kovariasional, pembentukan grafik sangat penting karena ini merupakan cara untuk merepresentasikan hubungan antara dua variabel yang berubah bersama-sama. Grafik dapat membantu dalam memahami struktur kovariansi yang mendasari antara variabel-variabel ini. Lebih lanjut, kemampuan untuk membentuk dan menganalisis grafik merupakan komponen penting dari penalaran kovariasional.

Berikut merupakan pedoman dari instrument Thomphson (Thompson et al., 2017) dalam menganalisis Bentuk Sketsa Grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG) dijelaskan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Level Bentuk Sketsa Grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG)

Level	Deskripsi
B4a	Grafik tersebut memiliki empat minimum lokal dalam urutan menaik dan tiga maksimum lokal dalam urutan menaik ^a
B4b	Grafiknya mulai menurun, umumnya meningkat, memiliki minimal 2 ekstrem lokal, dan memiliki titik belok berikut: – 6 jika grafik mula-mula cekung ke atas dan berakhir cekung ke atas – 7 jika grafik bermula cekung ke atas (bawah) dan berakhir cekung ke bawah (atas) – 8 jika grafik berawal cekung ke bawah dan berakhir cekung ke bawah
B3a	Grafik tersebut memiliki 6 atau 8 ekstrem lokal dengan minimum dalam urutan menaik dan maksimum dalam urutan menaik
B3b	Sama seperti B4b, hanya saja grafiknya mempunyai satu titik belok yang terlalu sedikit atau terlalu banyak mengingat cara grafik dimulai dan diakhiri
B2	Grafik umumnya meningkat dan memiliki ekstrem lokal 2–5 atau 9–12, mengabaikan urutan menaik
B1	Grafik tersebut tidak memiliki lebih dari 1 minimum lokal dan sebaliknya meningkat secara monoton
B0	Grafik tidak sesuai dengan level mana pun di atas
IDK	menunjukkan bahwa mereka tidak memahami pertanyaan atau tidak tahu bagaimana menjawabnya
NR	tidak ada respon. “NR” sebagai skor berarti halaman mahasiswa tidak mempunyai nilai

^a urutan menaik adalah dari kiri ke kanan setiap nilai minimum lokal koordinat-y lebih besar dari yang sebelumnya, dan demikian juga untuk masing-masing maksimum lokal koordinat-y

Bentuk Sketsa Grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG) yang dikembangkan oleh Thompson untuk melihat level atau tingkatan yang dikuasai oleh seseorang dalam hal ini mahasiswa dalam membentuk sketsa grafik. Penentuan level dalam membentuk sketsa grafik akan mempermudah pengajar untuk mengklasifikasikan mahasiswa ke dalam beberapa kelompok level. Penentuan level ini juga yang akan mempermudah seorang pengajar untuk meningkatkan kemampuan berpikir mahasiswa dalam membentuk sketsa grafik.

Tujuan dari membentuk grafik adalah untuk memvisualisasikan hubungan antara dua atau lebih variabel. Dengan memiliki gambaran visual, kita dapat melihat pola-pola dan tren dalam data tersebut dengan lebih mudah (Banu et al., 2024; Gupta, Khodwal, & Pal, 2022; Islam & Jin, 2019). Hal ini dapat membantu kita untuk merumuskan hipotesis, mengidentifikasi outlier, dan membuat kesimpulan yang lebih baik. Dalam konteks penalaran kovariasional, pembentukan grafik dapat membantu untuk membangun pemahaman tentang hubungan antara variabel-variabel yang sedang diobservasi. Membentuk grafik juga membantu dalam mengkomunikasikan hasil analisis dengan cara yang mudah dimengerti oleh orang lain, seperti kolega atau audien (Ali et al., 2018). Oleh karena itu, pembentukan grafik merupakan suatu keterampilan yang penting dalam bidang analisis data, termasuk dalam bidang penalaran kovariasional.

Secara keseluruhan, penelitian sebelumnya mengindikasikan bahwa penalaran kovariasional adalah suatu proses yang kompleks, tetapi dapat dijelaskan melalui kerangka kerja tertentu dan ditingkatkan melalui latihan dan pembelajaran yang tepat. Kemampuan untuk membentuk grafik memiliki banyak manfaat, seperti (1) membantu mengorganisir dan menyajikan data dengan cara yang mudah dipahami, (2) Memudahkan orang untuk melihat pola dan tren dalam data, yang mungkin tidak terlihat tanpa grafik, (3) memudahkan interpretasi data dan mempermudah pengambilan keputusan, (4) membantu dalam berkomunikasi dan mempresentasikan hasil analisis dengan cara yang mudah dimengerti oleh orang lain, dan (5) sebagai alat yang dapat membantu dalam meningkatkan pemahaman tentang hubungan antara dua variabel atau lebih.

Dalam konteks penalaran kovariasional, kemampuan untuk membentuk grafik merupakan suatu keterampilan yang sangat penting, karena membantu untuk membangun pemahaman tentang hubungan antara variabel-variabel yang sedang diobservasi (Habre, 2017; Moore, Paoletti, &

Musgrave, 2013). Hal ini akan membantu seseorang dalam mengeksplorasi data, mengidentifikasi pola dan tren, serta menyimpulkan temuan yang berguna (El Morr, Jammal, Ali-Hassan, & El-Hallak, 2022). Sehingga kemampuan membentuk grafik dapat dianggap sebagai keterampilan penting dalam melakukan analisis data dan penalaran kovariasional.

METODE

Jenis penelitian ini bertujuan untuk menunjukkan dan mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam membentuk sketsa grafik sebagai bentuk penalaran kovariasional. Berdasarkan tujuan penelitian tersebut, maka jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif. Untuk menghasilkan data deskriptif baik berupa kata-kata atau lisan dari setiap subjek, hasil tulisan, dan perilaku yang dapat diamati. Dalam penelitian ini data diperoleh dari hasil pekerjaan siswa yang kemudian dilakukan pengkategorian berdasarkan level membentuk sketsa grafik yang dilanjutkan wawancara sesuai dengan level masing-masing.

Penelitian ini melibatkan 132 mahasiswa program studi tadaris matematika UIN Kiai Haji Achmad Siddiq Jember dari tiga angkatan yang berbeda atau semester 1, semester 3, dan semester 5 pada tahun akademik 2023/2024. Penelitian ini melibatkan sebesar 57% dari jumlah mahasiswa secara keseluruhan sebanyak 231 mahasiswa.

Mahasiswa semester 1 masih tahap proses menempuh matakuliah kalkulus diferensial, namun mereka telah mempelajari materi tentang koordinat dan grafik Ketika waktu di sekolah menengah. Mahasiswa semester 3 telah menerima beberapa matakuliah diantaranya kalkulus diferensial, kalkulus integral, aljabar linear, dan geometri dasar. Mahasiswa semester 5 telah mempelajari banyak matakuliah tentang matematika.

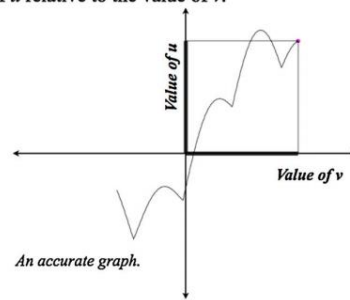
Penelitian ini mengadopsi instrument yang telah dikembangkan oleh Thompson ketika meneliti guru di amerika serikat dan korea Selatan. Instrument tersebut dapat dilihat melalui link berikut <http://pathompson.net/CovaryMags/>. Subjek penelitian menuliskan grafik yang terbentuk dari video pada link tersebut untuk melihat level kemampuan mahasiswa dalam membentuk sketsa grafik.

Teknik analisis yang digunakan terdiri dari reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Tahap reduksi data adalah memilih dan memfokuskan pada data yang penting dan membuang yang tidak perlu. Data-data yang dimaksud berupa hasil tes pemecahan masalah matematika dan hasil wawancara antara peneliti dan subjek penelitian mengenai proses berpikir siswa. Tahap yang kedua yakni penyajian data yang meliputi pengklasifikasian data dengan menuliskan kumpulan data secara terurut sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut. Tahap yang terakhir yakni penarikan kesimpulan atas proses berpikir siswa dalam memecahkan masalah untuk setiap soal dengan masing-masing kategori ranking siswa.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tahapan p Penelitian ini bertujuan untuk menunjukkan dan mendiskripsikan Bentuk Sketsa Grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG) mahasiswa program studi tadaris menggunakan instrumen penalaran kovariasional yang dikembangkan oleh Thomphson. Peneliti memberikan instrument Thomphson kepada 132 mahasiswa dengan berbagai tingkat level dalam mempelajari matematika di prodi tadaris matematika UIN Kiai haji Achmad Siddiq Jember. Setiap tingkatan mahasiswa memiliki kemampuan matematika yang berbeda sesuai dengan tingkatan mereka mempelajari matematika di kampus.

The values of u and v , shown below, vary. Sketch a graph of the value of u relative to the value of v .



Gambar 1. Hasil Bentuk Sketsa Grafik Akurat

Tes yang diberikan berupa instrument thomphson kemudian digambar oleh siswa di lembar kerja yang telah disediakan oleh peneliti. Peneliti kemudian menganalisis hasil jawaban berdasarkan level Bentuk Sketsa Grafik/ *Shape of Sketched Graph* (SSG) yang dideskripsikan dalam bentuk Tabel 2. Berikut ini adalah hasil penelitian yang telah peneliti lakukan.

Tabel 2. Kelompokkan berdasarkan Bentuk Grafik Sketsa (SSG)

Semester	NR	IDK	Level B0	Level B1	Level B2	Level B3b	Level B3a	Level B4b	Level B4a	Total
Semester 1	2	18	5	7	4	0	0	0	0	36
	6%	50%	14%	19%	11%	0%	0%	0%	0%	100%
Semester 3	0	10	11	10	5	3	0	0	1	40
	0%	25%	28%	25%	13%	8%	0%	0%	3%	100%
Semester 5	2	13	21	6	7	3	1	2	1	56
	4%	23%	38%	11%	13%	5%	2%	4%	2%	100%
Jumlah	9%	98%	79%	55%	36%	13%	2%	4%	4%	300%

Berdasarkan Tabel 2, untuk mahasiswa semester 1 dengan total mahasiswa yang mengerjakan instrumen u dan v milik thomphson adalah sebanyak 36 mahasiswa. Sehingga didapatkan prosentase terbesar yaitu pada level IDK yang artinya mereka tidak memahami pertanyaan atau tidak tahu bagaimana menjawabnya. Mahasiswa yang ada pada level IDK berada pada 50% atau sebanyak 18 mahasiswa. Sedangkan level terendah berada pada level-level tinggi seperti level B3b, B3a, B4b, dan B4a sebesar 0% atau tidak ada mahasiswa yang ada pada level ini.

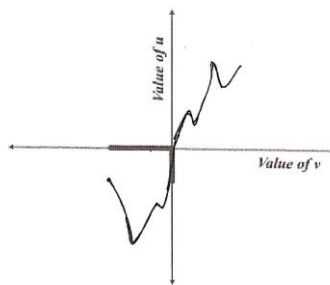
Mahasiswa semester 3 sebanyak 40 mahasiswa yang mengerjakan instrumen u dan v milik Thomphson. Dari total mahasiswa semester 3 terdapat 28% atau 11 mahasiswa yang berada pada level B0 atau mahasiswa terbanyak yang berada pada levelnya. Sedangkan pada level B3a dan B4b tidak ada mahasiswa sama sekali yang berada pada level ini atau sebesar 0%. Namun terdapat 1 mahasiswa yang berada pada level B4a atau tertinggi.

Sedangkan untuk mahasiswa semester 3 mahasiswa yang mengerjakan instrumen u dan v sebanyak 56 mahasiswa. Dari total mahasiswa yang mengerjakan tes instrumen tersebut terdapat 21 mahasiswa atau 38% berada pada level B0, level yang sama banyaknya dengan mahasiswa semester 3. Sedangkan prosentase yang terendah terdapat pada B3a dan B4a sebesar 2 % atau sebanyak 1 orang. Namun untuk mahasiswa semester 3, mereka semua menempati level meskipun hanya ada 1 orang dilevel tersebut.

Secara keseluruhan semakin tinggi tingkat mereka belajar matematika maka semakin besar juga peluang mereka untuk berada pada level-level yang tinggi. Meskipun tugasnya hanya membuat grafik sederhana berdasarkan gambar atau video yang ditampilkan.

Berdasarkan kelompok level sketsa grafik yang telah disajikan berdasarkan Tabel 2 maka dapat dijabarkan hasil level yang dikonfirmasi dengan wawancara secara terstruktur. Kegiatan analisis dapat dituliskan dalam bentuk penjelasan berikut.

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B4a



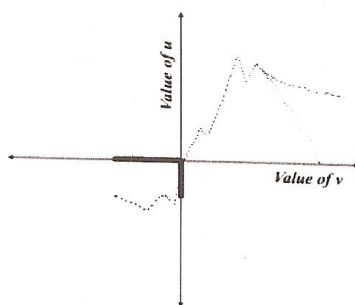
Gambar 2. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B4a

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut:

- Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?
- Subjek 31 : seingat saya grafik pada video tersebut selalu menuju ke arah sumbu v positif sehingga titik pada sumbu v konsisten menuju ke arah sumbu v positif sedangkan pada sumbu u pergerakan titiknya tidak konsisten awalnya menuju ke ke arah sumbu negatif saya perkirakan sebanyak 4 satuan lalu menuju ke arah sumbu u positif sebanyak 2 satuan dan menuju ke arah sumbu u negatif sebanyak 1 satuan lalu menuju ke arah sumbu u positif sebanyak 5 satuan dengan melewati titik pusat lalu menuju ke arah sumbu u negatif sebanyak 1 satuan dan menuju ke arah sumbu u positif sebanyak 3 satuan lalu menuju ke arah sumbu u negatif sebanyak satu satuan dan menuju ke arah sumbu u positif sebanyak 1 satuan
- Peneliti : Bagaimana cara anda memperkirakan satuan sumbu u yg beragam?
- Subjek 31 : saya perkirakan titik awal pada video tersebut berada pada titik negatif 3 koma negatif 2 saya perkirakan garis tebal pada awal video tersebut pada sumbu v dibagi 3 dan garis tebal pada sumbu u di bagi 2 sehingga saya dapat memperkirakan setiap satuan titik di video tersebut
- Peneliti : Bagaimana anda memperkirakan grafik itu naik atau turun pada sumbu u?
- Subjek 31 : karena garis tebal di video tersebut pada sumbu u saya perhatikan naik-turun terkadang menuju sumbu u negatif dan terkadang menuju sumbu positif

Berdasarkan pernyataan tersebut subjek 31 dapat menggambar bentuk grafik yang akurat atau berada pada level tertinggi dengan cara melihat perubahan disetiap sumbunya. Ketika sumbu v melihat selalu konsisten naik dari kiri ke kanan atau menuju positif. Berbeda dengan sumbu u yang harus dilihat dengan teliti, subjek 31 menggunakan perkiraan besaran yang terbentuk dari garis tebal yang diperlihatkan dalam sebuah video.

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B4b



Gambar 3. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B4b

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut

Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?

Subjek 26 : ketika saya melihat video yang ditampilkan, saya menuliskan perubahan garis tebal yang terus berubah dengan titik-titik. Dengan pergerakan garis tebal yang sangat cepat saya membuat titik-titik tersebut sehingga terbentuklah sesuai dengan gambar

Peneliti : bagaimana cara anda memikirkan titik-titik tersebut?

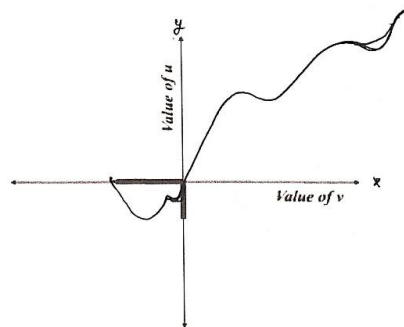
Subjek 26 : titik tersebut merupakan hubungan antara panjang garis tebal pada sumbu u dan sumbu v

Peneliti : bagaimana anda memperkirakan titik tersebut dapat berpindah naik atau turun?

Subjek 26 : saya hanya memperkirakan sumbu u yang bergerak tidak teratur atau naik atau turun

Berdasarkan pernyataan dari subjek 26 dapat disimpulkan bahwa subjek menggambar grafik dengan cara menggambar titik-titik terlebih dahulu. Titik-titik didapatkan dengan melihat pergerakan garis tebal pada sumbu u dan v yang bergerak sangat cepat. Titik tersebut didapatkan dengan memperhatikan sumbu u yang naik turun.

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B3a



Gambar 4. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B3a

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut

Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?

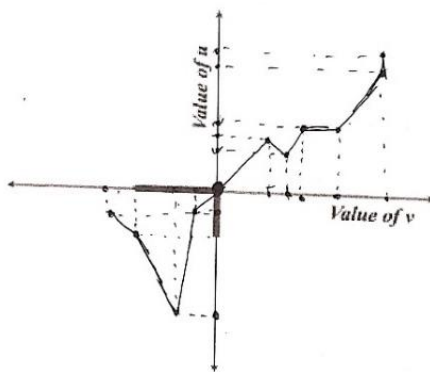
Subjek 11 : saya langsung memperkirakan grafik yang terbentuk melalui video tersebut dengan cara menulis sesuai arah pergerakan garis tebal u dan v pada koordinat. Ketika gambar diulang saya hanya tinggal memperbaiki grafik yang salah saja

Peneliti : bagaimana cara anda memperkirakan grafik tersebut?

Subjek 11 : melihat dengan fokus perubahan yang saya lihat

Berdasarkan pernyataan dari subjek 11 dapat disimpulkan bahwa subjek 11 membuat sketsa grafik dengan cara langsung memperhatikan perubahan garis tebal pada sumbu u dan v yang bergerak secara tidak teratur.

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B3b



Gambar 5. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B3b

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut

Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?

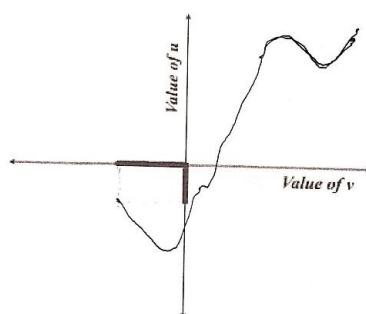
Subjek 27 : dalam video itu saya hanya memperkirakan beberapa titik yang dapat digambarkan terutama pada saat berada dipaling bawah kemudian berubah arah naik kemudian kekanan dan ke bawah lagi kemudian naik lagi. Intinya saya sesuaikan dengan titik-titik yang ekstrim.

Peneliti : bagaimana cara anda menentukan titik ekstrimnya?

Subjek 27 : cara saya adalah melihat pergerakan dari sumbu u dan v yang kemudian tiba-tiba berubah arah, kemudian saya memperhatikan itu untuk titik yang lainnya

Berdasarkan penjelelasan dari subjek 27 dapat disimpulkan bahwa subjek 27 menggambar grafik dengan cara menuliskan titik koordinat yang terbentuk dari titik-titik ekstrimnya melihat ketika naik dan ketika turun dengan memperhatikan pergerakan dari sumbu u dan sumbu v

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B2



Gambar 6. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B2

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut

Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?

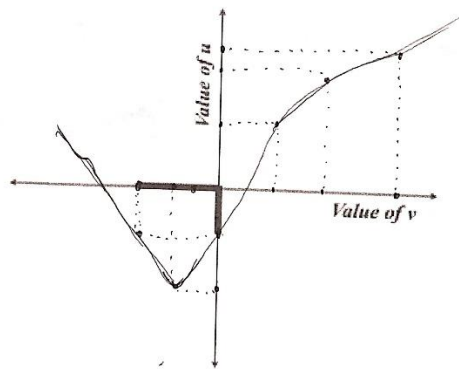
Subjek 83 : saya menggambarannya melalui titik yang dibuat berdasarkan garis tebal pada sumbu u dan sumbu v. kemudian saya perhatikan pergerakan dari garis tebal yang semakin bergerak sehingga perkiraan gambar yang terbentuk seperti gambar ini. Saya melihat pertama turun kebawah kemudian naik keatas lalu turun dan naik lagi

Peneliti : bagaimana cara anda melihat grafik itu turun atau naik?

Subjek 83: saya melihat pergerakan garis tebal pada sumbu u yang turun kemudian garis tebal itu naik lagi begitu seterusnya

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek 83 dapat disimpulkan bahwa subjek 83 ketika membuat grafik dia memperhatikan perubahan garis tebal pada sumbu u dan sumbu v yang dilihat sumbu u mulai turun sehingga grafiknya akan turun. Kemudian dia perhatikan naik lagi ketika sumbu u mulai memendek.

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B1



Gambar 7. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B1

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut

Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?

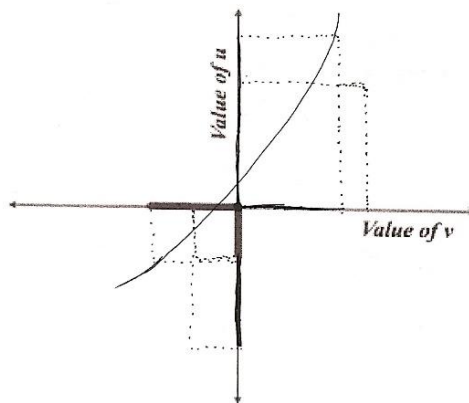
Subjek 76: saya pertama membuat titik yang dibuat oleh garis tebal itu kemudian saya buat lagi titik ketika pergerakannya dari sumbu u berubah yang awalnya turun kemudian naik. ketika turun dan naik itu saya buat titik titik koordinatnya

Peneliti : bagaimana cara anda membuat titik koordinat?

Subjek 76: saya hanya memperhatikan panjangnya garis tebal pada sumbu u dan garis tebal pada sumbu v

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek 76 dapat disimpulkan bahwa subjek 76 menggambar bentuk sketsa grafik dimulai dengan membuat titik koordinat pada sumbu u dan v yang memiliki garis tebal. Kemudian subjek menuliskan empat titik koordinat yang lainnya sehingga subjek 76 menghubungkan titik tersebut sehingga terbentuk grafik seperti diatas. Grafik yang terbentuk oleh subjek 76 tidak dimulai dari titik pertama dibuat namun dia menuliskan seolah-olah terdapat garis sebelum titik.

Hasil salah satu mahasiswa yang berada pada level B0



Gambar 8. Hasil Bentuk Grafik Dari Level B0

Data hasil gambar grafik tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara sebagai berikut

Peneliti : berdasarkan grafik yang telah anda buat, bagaimana cara anda menggambar grafik sehingga membentuk seperti gambar tersebut ?

Subjek 92: saya buat koordinatnya garis tebal sumbu u dan sumbu v dengan menuliskan titik-titik seperti itu kemudian saya hubungkan titik pertama dengan titik yang terakhir

Peneliti : mengapa anda menghubungkan titik pertama dan terakhir?

Subjek 92: emm..mungkin grafik seperti itu yang diminta jadi saya hubungkan saja titik awal dan titik akhirnya

Berdasarkan hasil sketsa grafik dan hasil wawancara dapat disimpulkan bahwa subjek 92 membuat sketsa dengan cara menuliskan titik-titik koordinat sebanyak empat titik koordinat. Setelah terdapat empat titik koordinat subjek 92 menggambar sketsa grafik dengan menghubungkan titik pertama dengan titik terakhir. Sehingga dapat tergambar seperti gambar diatas.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dipaparkan, dapat disimpulkan bahwa kemampuan mahasiswa tadaris matematika atau calon guru matematika dalam penalaran kovariasional membentuk sketsa grafik memiliki beragam level. Beragamnya level mulai dari sebelum level B0 terdapat kriteria IDK dan NR. IDK memiliki hasil yang terbesar dari semua level yang ada yaitu 50% untuk semester 1, 25% untuk semester 3, dan 23% untuk semester 5. Hal ini terjadi ada beberapa kemungkinan yaitu mahasiswa masih belum memahami perintah yang seharusnya dilakukan ketika melihat video penalaran kovariasional Thompson, mahasiswa belum memahami hubungan besaran yang terdapat pada sumbu u dan sumbu v , atau mahasiswa belum memiliki kemampuan penalaran kovariasional dalam membuat sketsa grafik. Untuk level terendah atau level B0 memiliki prosentase terbesar juga yaitu sebesar 14% untuk semester 1, 28% untuk semester 3, dan 38% untuk semester 5. Dalam hal ini justru angkatan pertama yang memiliki skor terendah. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tingkatan semester atau materi yang diajarkan di kampus tidak ada pengaruh terhadap level kemampuan bentuk sketsa grafik. Sedangkan untuk empat level tertinggi masih rendah yaitu level B3b, B3a, B4b, dan B4a. Keempat level tersebut masing-masing masih kurang dari 5% hal ini menunjukkan bahwa kemampuan berpikir bentuk grafik masih lemah ketika menghubungkan besaran-besaran pada sumbu u dan sumbu v .

Setelah 132 mahasiswa terbagi kedalam beberapa level bentuk sketsa grafik. Dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dengan level B0 membuat sketsa grafik yang tidak memiliki nilai maksimum dan minimum artinya mereka belum memahami makna penalaran kovariasional yang

melibatkan dua besaran antara sumbu u dan sumbu v . Sedangkan pada level B1 mereka hanya bisa membuat sketsa grafik yang hanya membuat satu minimum lokal dalam hal ini mereka juga masih belum memahami makna penalaran kovariasional yang melibatkan dua besaran antara sumbu u dan sumbu v . Pada level B2 mereka telah mampu membuat sketsa grafik antara 3-5 maksimum lokal ataupun minimum lokal artinya mereka memiliki kemampuan penalaran tetapi belum maksimal. Sedangkan untuk level B3b, B3a, dan B4b, mereka telah membuat sketsa grafik dengan 6-8 maksimum lokal atau minimum lokal yang artinya mereka membuat grafik mendekati sempurna atau sudah memiliki penalaran kovariasional. Pada level tertinggi B4a hanya terdapat 2 mahasiswa atau calon guru yang memiliki penalaran kovariasional sempurna.

REFERENSI

- Ali, S., Lulseged, S., & Medhin, G. (2018). EMJ series on statistics and methods part IV: Presenting and summarizing data using graphical tools. *Ethiopian Medical Journal*, 56(4), 389–396. <https://doi.org/https://emjema.org/index.php/EMJ/article/view/1141>
- Banu, D. F., Kousalya, P. T., Varsha, K., Prashanth, C. K., Madhumohan, P., & Meivel, S. (2024). Research analysis of data exploration and visualization dashboard using data science. In *Multidisciplinary Applications of AI Robotics and Autonomous Systems* (pp. 206–217). <https://doi.org/10.4018/979-8-3693-5767-5.ch014>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Carlson, M. P. (1995). *A cross-sectional investigation of the development of the function concept*. University of Kansas.
- Confrey, J., & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 135–164.
- El Morr, C., Jammal, M., Ali-Hassan, H., & El-Hallak, W. (2022). Data Visualization. In *International Series in Operations Research and Management Science* (Vol. 334, pp. 165–193). https://doi.org/10.1007/978-3-031-16990-8_5
- Gantt, A. L., Paoletti, T., & Corven, J. (2023). Exploring the prevalence of Covariational reasoning across Mathematics and Science using TIMSS 2011 Assessment items. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(8), 2349–2373.
- Gupta, A., Khodwal, A., & Pal, N. (2022). VacoPie: Visualizing Variance and Covariance Information onto Categorical Distribution of Data. *ACM International Conference Proceeding Series*, 324–325. <https://doi.org/10.1145/3493700.3493763>
- Habre, S. (2017). Students' challenges with polar functions: covariational reasoning and plotting in the polar coordinate system. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(1), 48–66. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1220027>
- Harini, N. V. (2019). Capturing students' covariational reasoning levels while solving integrals problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042048>
- Islam, M., & Jin, S. (2019). An Overview of Data Visualization. *International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)*, 1–7. <https://doi.org/doi:10.1109/ICISCT47635.2019.9012031>.
- Johnson, H. L., McClintock, E. D., & Gardner, A. (2020). Opportunities for Reasoning: Digital Task Design to Promote Students' Conceptions of Graphs as Representing Relationships between Quantities. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 6(3), 340–366. <https://doi.org/10.1007/s40751-020-00061-9>

- Kertil, M. (2020). Covariational reasoning of prospective mathematics teachers: How do dynamic animations affect? *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(2), 312–342. <https://doi.org/DOI: 10.16949/turkbilm.652481>
- Kertil, M., Erbas, A. K., & Cetinkaya, B. (2019). Developing prospective teachers' covariational reasoning through a model development sequence. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(3), 207–233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576001>
- Kiernan, N. A., Manches, A., & Seery, M. K. (2024). Resources for reasoning of chemistry concepts: multimodal molecular geometry†. *Chemistry Education Research and Practice*. <https://doi.org/10.1039/d3rp00186e>
- Lyman, R. L. (2015). *Graphing Evolutionary Pattern in Stone Tools to Reveal Evolutionary Process*. In N. Goodale & W. Andrefsky, Jr (Eds.), *Lithic Technological Systems and Evolutionary Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Moore, K. C., Liang, B., Stevens, I. E., Tasova, H. I., Paoletti, T., & Ying, Y. (2020). A quantitative reasoning framing of concept construction. *Proceedings of the Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*.
- Moore, K. C., Paoletti, T., & Musgrave, S. (2013). Covariational reasoning and invariance among coordinate systems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 461–473. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.05.002>
- Ng, K. H., & Peh, W. C. G. (2009). Preparing effective illustrations. Part 1: Graphs. *Singapore Medical Journal*, 50(3), 245–249.
- Palha, S., Bouwer, A., Bredeweg, B., & Keulen, S. (2020). Self-construction and interactive simulations to support the learning of drawing graphs and reasoning in mathematics. *Intelligent Tutoring Systems: 16th International Conference, ITS 2020, Athens, Greece, June 8–12, 2020, Proceedings 16*, 364–370. Springer.
- Paoletti, T. (2020). Reasoning about relationships between quantities to reorganize inverse function meanings: The case of Arya. *Journal of Mathematical Behavior*, 57. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100741>
- Paoletti, T., Gantt, A. L., & Corven, J. (2023). A Local Instruction Theory for Emergent Graphical Shape Thinking: A Middle School Case Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 54(3), 202–224. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2021-0066>
- Paoletti, T., Gantt, A. L., & Vishnubhotla, M. (2022). Constructing a system of covariational relationships: two contrasting cases. *Educational Studies in Mathematics*, 110(3), 413–433.
- Saldanha, L. A., & Thompson, P. W. (1998). Re-thinking Covariation from a Quantitative Perspective: Simultaneous Continuous Variation. In *Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education - North America* (Vol. 1).
- Taylor, H. A., Burte, H., & Renshaw, K. T. (2023). Connecting spatial thinking to STEM learning through visualizations. *Nature Reviews Psychology*, 2(10), 637–653. <https://doi.org/10.1038/s44159-023-00224-6>
- Thompson, P. W. (1994). Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2), 229–274.
- Thompson, P. W., Hatfield, N. J., Yoon, H., Joshua, S., & Byerley, C. (2017). Covariational reasoning among US and South Korean secondary mathematics teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 48, 95–111.