

Model SIRS Dinamika Penyebaran Penyakit Sifilis Antar Dua Kota

Nur Muhammad Ardianto¹, Mohammad Soleh²

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
e-mail: nurmuhammadardianto@gmail.com

Abstrak

Makalah ini membahas tentang penyebaran penyakit sifilis antar dua kota menggunakan model SIRS dengan mempertimbangkan transportasi antar kota sebagai faktor penyebaran. Setelah model dibentuk maka dicari keberadaan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik. Titik kesetimbangan ditentukan dengan menyelesaikan persamaan pada model SIRS dan uji kestabilan titik kesetimbangan dilakukan dengan menggunakan kriteria nilai eigen dan Routh Hurwitz. Berdasarkan analisa didapati bahwa jika perpindahan individu antar kedua kota semakin banyak maka individu rentan menjadi terinfeksi akan semakin bertambah dan sebaliknya. Sedangkan kestabilan masing-masing titik kesetimbangan bergantung pada masing-masing nilai parameter.

Katakunci: Model Dinamik, Sifilis, SIRS, titik kesetimbangan

Abstract

This paper discusses the spread of syphilis between two cities using the SIRS model by considering inter-city transportation as a spreading factor. After the model is formed, the presence of disease-free and endemic equilibrium points is sought. The equilibrium point is determined by solving the equation in the SIRS model and the equilibrium point stability test is carried out using eigenvalues and Routh Hurwitz criteria. Based on the analysis it was found that if the movement of individuals between the two cities increased, the susceptible individuals becoming infected would increase and vice versa. While the stability of each point of equilibrium depends on each parameter value.

Keywords: Dynamic model, Syphilis, SIRS, equilibrium point

1. Pendahuluan

Penyakit menular merupakan penyakit yang ditularkan dari satu orang ke orang yang lain, baik secara langsung maupun secara tidak langsung. Penyakit menular disebabkan oleh virus, bakteri, atau parasit yang hidup dan dapat berpindah serta menyerang inang penderita. Penularan penyakit ini juga disebabkan karena menggunakan barang yang sama dengan penderita. Selain itu, adanya perkawinan dan perpindahan penduduk dari kota satu ke kota yang lainnya juga memberikan kemungkinan meningkatnya penularan bakteri atau virus penyakit yang dibawa oleh penderita.

Angka kejadian sifilis di negara-negara berkembang mencapai 90% [9]. Beberapa studi yang telah dilakukan di Afrika menunjukkan bahwa terdapat 30% seropositif sifilis pada antenatal dan 50%-nya mengakibatkan kematian bayi pada sifilis kongenital. Sifilis memiliki dampak besar bagi kesehatan seksual, kesehatan reproduksi, dan kehidupan sosial. Populasi berisiko tertular sifilis meningkat dengan adanya perkembangan di bidang sosial, demografik, serta meningkatnya migrasi penduduk [5]. Keadaan ini mengharuskan diperlukannya pemodelan matematika tentang penyebaran penyakit sifilis antar dua kota yang nantinya dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan Pemerintah dalam mengatasi dan mengurangi penyebaran penyakit sifilis.

Beberapa penelitian terdahulu terkait penelitian tentang model penyebaran penyakit antar dua kota membahas tentang model penyebaran penyakit menular dengan Tipe SEIRS yang berkaitan dengan transportasi antar-dua kota [11]. Hasil dari penelitian tersebut mengatakan bahwa hubungan transportasi dapat membuat keadaan menjadi endemik pada masing-masing wilayah sehingga orang yang terinfeksi akan semakin bertambah dengan melakukan perpindahan antar dua kota.

Selain itu, terdapat juga penelitian penyebaran penyakit sifilis menggunakan tipe SIRS dan SEIS dalam satu kota yang bertujuan untuk menganalisis penyebaran penyakit sifilis menggunakan tipe SIRS dan SEIS [3]. Hasil dari penelitian tersebut membentuk model matematika tipe SIRS dan SEIS dan menganalisis kestabilan model penyebaran penyakit sifilis.

Penelitian sebelumnya hanya membahas penyebaran penyakit sifilis dalam satu kota dengan menggunakan tipe SIRS dan SEIS [3] dan membahas penyebaran penyakit menular yang berkaitan dengan transportasi antar-dua kota [11]. Berdasarkan hal tersebut, penulisan makalah ini

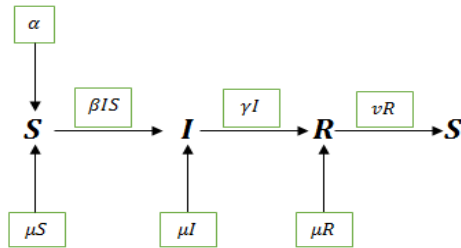
dilakukan untuk meneliti penyebaran penyakit sifilis antar dua kota dan memilih model penyebaran penyakit menular menggunakan tipe SIRS sehingga penulis mengambil judul “Model SIRS Dinamika Penyebaran Penyakit Sifilis Antar Dua Kota”.

2. Metodologi Penelitian

Langkah analisis penelitian ini disusun berdasarkan analisis penyebaran penyakit sifilis menggunakan SIR satu kota dan model penyebaran penyakit tipe SEIRS yang berkaitan dengan transportasi antar-dua kota.

a. Model Matematika Penyebaran Penyakit Sifilis

Populasi dalam pembentukan model ini dibagi menjadi 3 yaitu kelompok populasi yang rentan (S), kelompok populasi yang terinfeksi (I), dan kelompok populasi yang sembuh (R). Asumsi-asumsi yang digunakan yaitu populasi bersifat tertutup, jumlah populasi tidak konstan (laju kelahiran populasi tidak sama dengan laju kematian), laju penularan dari populasi yang terinfeksi kepada yang rentan (β), laju kematian atau kelahiran (μ), laju kehilangan kekebalan populasi (ν), laju kesembuhan alami (γ), banyaknya populasi yang rentan (S), banyaknya populasi yang terinfeksi (I) dan banyak populasi yang sembuh (R). Diagram alir untuk model ini adalah :



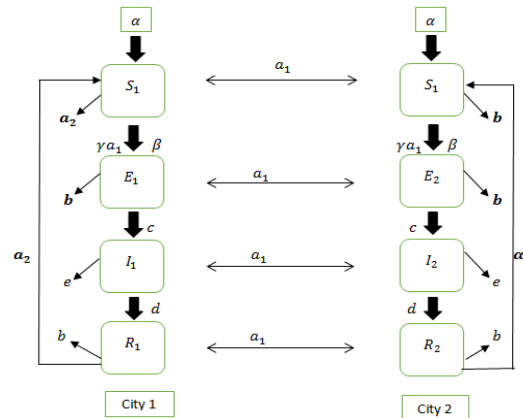
Gambar 1. Diagram Alir Pemodelan SIRS Satu Kota

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh Persamaan Diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \alpha - \beta IS - \mu S + \nu R \\ \frac{dI}{dt} &= \beta IS - \gamma I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R - \nu R \end{aligned}$$

b. Model Penyebaran Penyakit Menular Tipe SEIRS yang Berkaitan dengan Transportasi Antar-Dua Kota

Populasi pada kelompok ini dibagi menjadi 4 yaitu kelompok populasi yang rentan (S), kelompok populasi yang menampakkan gejala (E), kelompok populasi yang terinfeksi (I), dan kelompok populasi yang sembuh (R). Asumsi-asumsi pembentukan model ini yaitu populasi bersifat terbuka (dalam populasi terjadi proses imigran), jumlah populasi konstan, populasi individu bertambah seiring adanya tingkat kelahiran (α), adanya perpindahan individu dari kota j ke i (a_1), individu *Recovered* menjadi sembuh (a_2), populasi individu *Susceptible* dapat berkurang jika adanya kematian secara alami (b), populasi individu *Exposed* akan berkurang dengan adanya perubahan individu *Exposed* menjadi *Infected* (c), Individu *Recovered* dapat bertambah dengan sembuhnya individu terinfeksi (d), adanya kontak dalam antara individu rentan dengan terinfeksi ($\frac{\beta S_i I_i}{N_i}$), adanya perpindahan individu dari kota j ke kota i dan penyebaran penyakit antar kota j ke i ($\frac{\gamma a_i S_j I_j}{N_j}$). Diagram alir untuk model ini adalah :



Gambar 2. Diagram Alir Pemodelan SEIRS antar Dua Kota

Berdasarkan Gambar 2 diperoleh sistem persamaan differensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS_i}{dt} &= \alpha - \beta S_i I_i - \frac{\beta S_i I_i}{N_i} + a_2 R_i - a_1 S_i + a_1 S_j - \frac{\gamma a_i S_j I_j}{N_j} \\ \frac{dE_i}{dt} &= \frac{\beta S_i I_i}{N_i} - (b + c + a_1) E_i + a_1 E_j + \frac{\gamma a_i S_j I_j}{N_j} \\ \frac{dI_i}{dt} &= c E_i - (e + d + a_1) I_i + a_1 I_j \\ \frac{dR_i}{dt} &= d I_i - (b + a_1 + a_2) R_i + a_1 R_j \end{aligned}$$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Model Dinamik Penyebaran Penyakit Sifilis antar Dua Kota

Pada kota 1 perubahan jumlah individu kelompok S_1 akan bertambah dikarenakan adanya laju kelahiran sebesar α . Selain itu, individu yang sembuh menjadi rentan kembali sebesar a_2 juga menyebabkan bertambahnya jumlah individu S_1 . Kemudian adanya perpindahan individu kelompok S_1 dari kota 1 ke kota 2 dengan laju a_1 . Sedangkan, penyebab berkurangnya jumlah individu S_1 yaitu karena adanya kematian secara alami sebesar b dan adanya perpindahan individu dari kota 1 ke kota 2 dengan laju a_1 . Adanya kontak dalam antara individu kelompok S_1 dengan kelompok I_1 dengan laju $\frac{\beta S_1 I_1}{N_1}$, adanya perpindahan individu dari kota 2 ke kota 1 dan penyebaran penyakit antar kota dilambangkan dengan laju $\frac{\gamma a_1 S_2 I_2}{N_2}$. Laju perubahan jumlah individu kelompok S_1 terhadap waktu adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS_1}{dt} = \alpha - b S_1 - \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} + a_2 R_1 - a_1 S_1 + a_1 S_2 - \frac{\gamma a_1 S_2 I_2}{N_2}$$

Jumlah individu kelompok I_1 akan bertambah jika individu kelompok S_1 berubah menjadi individu kelompok I_1 karena adanya kontak dalam antara individu rentan dengan terinfeksi dengan laju $\frac{\beta S_1 I_1}{N_1}$, perpindahan individu dari kota 2 ke kota 1 beserta penularan penyakitnya dengan laju $\frac{\gamma a_1 S_2 I_2}{N_2}$, dan saat individu kelompok I_1 di kota 1 berpindah ke kota 2 dengan laju a_1 . Jumlah individu kelompok I_1 dapat berkurang dengan adanya kematian secara alami ataupun karena penyakit dengan laju e dan ketika individu kelompok I_1 dari kota 1 berpindah ke kota 2 dengan laju a_1 maka persamaan laju perubahan individu I_1 terhadap t adalah sebagai berikut:

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - (e + d + a_1) I_1 + a_1 I_2 + \frac{\gamma a_1 S_2 I_2}{N_2}$$

Jumlah individu kelompok R_1 dapat bertambah dengan sembuhnya individu kelompok I_1 dengan laju d . Selain itu, adanya perpindahan individu kelompok R_1 dari kota 2 ke kota 1 dengan laju a_1 . Jumlah individu kelompok R_1 dapat berkurang dengan adanya kematian secara alami dari individu dengan laju b , adanya perpindahan individu kelompok R_1 dari kota 1 ke kota 2 dengan laju a_1 , dan adanya individu kelompok sembuh menjadi rentan dengan laju a_2 . Laju perubahan individu kelompok R_1 terhadap t adalah sebagai berikut:

$$\frac{dR_1}{dt} = d I_1 - (b + a_1 + a_2) R_1 + a_1 R_2$$

Sedangkan pada kota 2 jumlah individu kelompok S_2 akan bertambah dikarenakan adanya laju kelahiran sebesar α . Selain itu, individu yang sembuh menjadi rentan kembali sebesar a_2 juga menyebabkan bertambahnya jumlah individu S_2 . Kemudian adanya perpindahan individu kelompok S_2 dari kota 1 ke kota 2 dengan laju a_1 . Sedangkan, penyebab berkurangnya jumlah individu S_2 yaitu karena adanya kematian secara alami sebesar b dan adanya perpindahan individu dari kota 1 ke kota 2 dengan laju a_1 . Adanya kontak dalam antara individu kelompok S_2 dengan kelompok I_2 dengan laju $\frac{\beta S_2 I_2}{N_2}$, adanya perpindahan individu dari kota 1 ke kota 2 dan penyebaran penyakit antar kota dilambangkan dengan laju $\frac{\gamma a_2 S_1 I_1}{N_1}$. Laju perubahan jumlah individu kelompok S_2 terhadap waktu adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS_2}{dt} = \alpha - bS_2 - \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - \frac{\gamma a_1 S_1 I_1}{N_1} + a_2 R_2 - a_1 S_2 + a_1 S_1$$

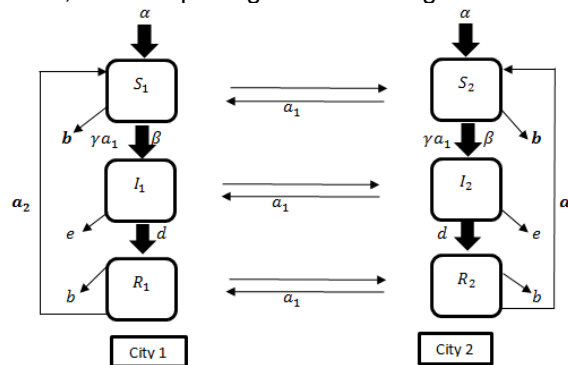
Jumlah individu kelompok I_2 akan bertambah jika individu kelompok S_2 berubah menjadi individu kelompok I_2 karena adanya kontak dalam antara individu rentan dengan terinfeksi dengan laju $\frac{\beta S_2 I_2}{N_2}$, perpindahan individu dari kota 1 ke kota 2 beserta penularan penyakitnya dengan laju $\frac{\gamma a_1 S_1 I_1}{N_1}$, dan saat individu kelompok I_2 di kota 2 berpindah ke kota 1 dengan laju a_1 . Populasi individu kelompok I_2 dapat berkurang dengan adanya kematian secara alami ataupun karena penyakit dengan laju e dan ketika individu kelompok I_2 dari kota 2 berpindah ke kota 1 dengan laju a_1 maka persamaan laju perubahan individu I_2 terhadap t adalah sebagai berikut:

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - (e + d + a_1)I_2 + a_1 I_1 + \frac{\gamma a_1 S_1 I_1}{N_1}$$

Sedangkan jumlah individu kelompok R_2 dapat bertambah dengan sembuhnya individu kelompok I_2 dengan laju d . Selain itu, adanya perpindahan individu kelompok R_2 dari kota 1 ke kota 2 dengan laju a_1 . Jumlah individu kelompok R_2 dapat berkurang dengan adanya kematian secara alami dari individu dengan laju b , adanya perpindahan individu kelompok R_2 dari kota 2 ke kota 1 dengan laju a_1 , dan adanya individu kelompok sembuh menjadi rentan dengan laju a_2 . Laju perubahan individu kelompok R_2 terhadap t adalah sebagai berikut:

$$\frac{dR_2}{dt} = dI_2 - (b + a_1 + a_2)R_2 + a_1 R_1$$

Berdasarkan model diatas, maka dapat digambarkan diagram alir sebagai berikut:



Gambar 3. Diagram Alir Model Dinamik Penyebaran Sifilis antar Dua Kota

Berikut diberikan sistem persamaan diferensial untuk model SIRS yang disebut system :

$$\frac{dS_1}{dt} = \alpha - bS_1 - \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - \frac{\gamma a_1 S_2 I_2}{N_2} + a_2 R_1 - a_1 S_1 + a_1 S_2 \quad (a)$$

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - (e + d + a_1)I_1 + a_1 I_2 + \frac{\gamma a_1 S_2 I_2}{N_2} \quad (b)$$

$$\frac{dR_1}{dt} = dI_1 - (b + a_1 + a_2)R_1 + a_1 R_2 \quad (c)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = \alpha - bS_2 - \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - \frac{\gamma a_1 S_1 I_1}{N_1} + a_2 R_2 - a_1 S_2 + a_1 S_1 \quad (d)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - (e + d + a_1)I_2 + a_1 I_1 + \frac{\gamma a_1 S_1 I_1}{N_1} \quad (e)$$

$$\frac{dR_2}{dt} = dI_2 - (b + a_1 + a_2)R_2 + a_1 R_1 \quad (f)$$

dengan $S_1 + I_1 + R_1 = N_1$, N_1 merupakan jumlah total individu keseluruhan pada kota 1 dan $S_2 + I_2 + R_2 = N_2$, N_2 merupakan jumlah total individu keseluruhan pada kota 2.

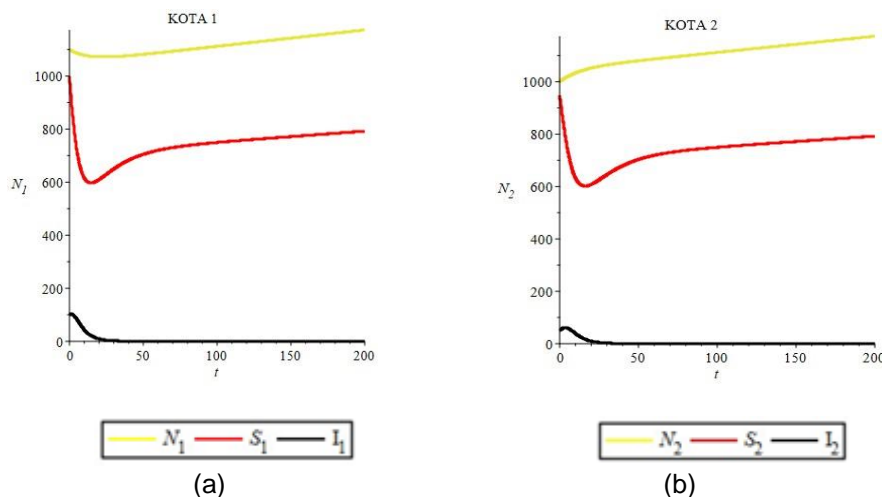
Selanjutnya mencari kestabilan titik kesetimbangan endemik yang diselidiki dengan cara mensubstitusikan titik kesetimbangan endemik titik kesetimbangan penyakit sifilis

$P^1 = \left\{ \frac{N_1}{\beta R_2^* N_2} (R_1^* N_2 (e + d + a_1) - a_1 R_2^* N_2 - \gamma a_1 S_2^* R_2^*), \frac{(b+a_2)}{d} R_1^*, \frac{N_2}{\beta R_2^* N_1} (R_2^* N_1 (e + d + a_1) - a_1 R_1^* N_1 - \gamma a_1 S_1^* R_1^*), \frac{(b+a_2)}{d} R_2^* \right\}$ ke dalam matriks jacobian J_1 sehingga diperoleh matriks jacobian endemik penyakit sifilis dengan $\det(\lambda I - J_3) = 0$ diperoleh nilai karakteristiknya : $\alpha_0 \lambda^6 + \alpha_1 \lambda^5 + \alpha_2 \lambda^4 + \alpha_3 \lambda^3 + \alpha_4 \lambda^2 + \alpha_5 \lambda + \alpha_6 = 0$ maka titik kesetimbangan endemik penyakit adalah stabil asimtotik.

3.4 Simulasi

Simulasi dilakukan untuk memberi gambaran yang jelas serta untuk mengetahui seberapa besar penyebaran penyakit sifilis antar dua kota. Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai untuk masing-masing parameter dan nilai awal pada setiap kelompok populasi. Pada bagian ini dilakukan simulasi pada titik kesetimbangan endemik penyakit sifilis dengan menggunakan *Software Maple*.

Pada simulasi titik kesetimbangan penyakit sifilis digunakan nilai parameter berdasarkan subjektif penulis yaitu parameter $\alpha = 1$, $a_1 = 0,02$, $a_2 = 0,04$, $b = 0,02$, $d = 0,1$, $e = 0,4$, $N_1 = 1100$, $N_2 = 1000$, $\beta = 0,6$, $\gamma = 0,9$, dan $m = 0,38$. Misalkan nilai awal $\beta = 0.6$, $\gamma = 0.9$, $S_1(0) = 1000$, $S_2(0) = 950$ dan $I_1(0) = 100$, $I_2(0) = 50$ sehingga dinamika penyakit sifilis dapat dilihat pada Gambar 4 berikut ini:



Gambar 4. Simulasi Titik kesetimbangan Penyakit Sifilis di Kota 1 (a) dan di Kota 2 (b)

Berdasarkan Gambar 4 terlihat bahwa populasi N di kota 1 terjadi peningkatan karena adanya individu yang lahir serta terjadinya perpindahan penduduk dari kota 2 ke kota 1. Sementara itu, pada populasi S di kota 1 mengalami peningkatan karena adanya individu yang lahir serta terjadinya perpindahan penduduk dari kota 2 ke kota 1. Selain itu, populasi I di kota 1 stabil mengalami penurunan secara signifikan menuju nol yang disebabkan karena populasi berada dalam kondisi bebas penyakit sehingga penyakit tidak dapat bertahan didalam populasi, artinya dalam waktu tertentu individu yang terinfeksi berkurang dan akan hilang dari populasi.

Gambar 4 juga menunjukkan bahwa populasi N di kota 1 terjadi peningkatan karena adanya individu yang lahir serta terjadinya perpindahan penduduk dari kota 2 ke kota 1. Sementara itu pada populasi S di kota 1 mengalami peningkatan karena karena adanya individu yang lahir serta terjadinya perpindahan penduduk dari kota 2 ke kota 1. Selain itu, populasi I di kota 1 stabil mengalami penurunan secara signifikan menuju nol yang disebabkan karena populasi berada dalam kondisi bebas penyakit sehingga penyakit tidak dapat bertahan didalam populasi, artinya dalam waktu tertentu individu yang terinfeksi berkurang dan akan hilang dari populasi.

Berdasarkan Gambar 4 yang disimulasikan dengan parameter $\gamma = 0.09$ dan $\beta = 0.6$ akan di substitusikan ke Persamaan Jacobian berikut menggunakan titik kesetimbangan bebas penyakit $(\frac{\alpha}{b}, 0, 0, \frac{\alpha}{b}, 0, 0)$:

$$J = \begin{bmatrix} -b - \frac{\beta I_1}{N_1} - a_1 & -\frac{\beta S_1}{N_1} & -\frac{\gamma a_1 I_2}{N_2} + a_1 & \frac{\gamma a_1 S_2}{N_2} & & & \\ \frac{\beta I_1}{N_1} & \frac{\beta S_1}{N_1} - (e + d + a_1) & a_2 & \frac{\gamma a_1 I_2}{N_2} & a_1 + \frac{\gamma a_1 S_2}{N_2} & & 0 \\ 0 & d & -(b + a_1 + a_2) & 0 & 0 & & a_1 \\ -\frac{\gamma a_1 I_1}{N_1} + a_1 & -\frac{\gamma a_1 S_1}{N_1} & 0 & -b - \frac{\beta I_2}{N_2} - a_1 & -\frac{\beta S_2}{N_2} & & a_2 \\ \frac{\gamma a_1 I_1}{N_1} & -b - \frac{\beta I_2}{N_2} - a_1 & a_1 & \frac{\beta S_2}{N_2} & \frac{\beta S_2}{N_2} - (e + d + a_1) & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & & -(b + a_1 + a_2) \end{bmatrix}$$

Masukan nilai parameter kedalam Persamaan matriks Jacobian J dan akan dicari nilai eigen matriks Jacobian.

$$J = \begin{bmatrix} -0.04 & -0.272727272 & 0.04 & 0.02 & -0.000090000 & 0 \\ 0 & -0.492727272 & 0 & 0 & 0.020090000 & 0 \\ 0 & 0.1 & -0.08 & 0 & 0 & 0.02 \\ 0.2 & -0.000008181 & 0 & -0.04 & -0.030000000 & 0.04 \\ 0 & -0.04 & 0 & 0.050000000 & -0.52 & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0 & 0.1 & -0.08 \end{bmatrix}$$

Maka nilai karakteristik berdasarkan *maple* yaitu:

$$J = a_0 \lambda^6 + a_1 \lambda^5 + a_2 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_4 \lambda^2 + a_5 \lambda + a_6 = 0$$

$$J = 0.9999999861 \lambda^6 + 1.2527275 \lambda^5 + 0.52157450 \lambda^4 + 0.83456506 \lambda^3 + 0.00586541 \lambda^2 + 0.000180296 \lambda + 0.000001667105063 = 0$$

Syarat-syarat untuk nilai eigen negatif adalah jika determinan dari matriks Hurwitznya positif.

Sehingga $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 > 0, \lambda_4 > 0, \lambda_5 > 0$, dan $\lambda_6 > 0$ terpenuhi jika:

- i. $H_1 = [a_1], a_1 = 1.25272754 > 0$
- ii. $H_2 = a_1 a_2 - a_3 = 0.5699342343 > 0$
- iii. $H_3 = (a_1 a_2 a_3 + a_1 a_3 a_4) - (a_3^2 + a_1^2 a_4) = 0.03897319617 > 0$
- iv. $H_4 = a_1^2 a_2 a_6 - a_1^2 a_4^2 - a_2^2 a_1 a_5 + a_1 a_2 a_3 a_4 - a_1 a_6 a_3 + 2 a_1 a_4 a_5 + a_5 a_2 a_3 - a_3^2 a_4 - a_5^2 = 0.0001752089417 > 0$
- v. $H_5 = 2 a_1^2 a_2 a_5 a_6 - a_1^3 a_6^2 + a_1^2 a_3 a_4 a_6 + a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 2 a_1 a_4 a_5^2 + a_2 a_3 a_5^2 + a_3 a_6^3 - a_1^2 a_4^2 a_5 - a_1 a_2^2 a_5^2 - a_1 a_2 a_3^2 a_6 - 3 a_1 a_3 a_5 a_6 - a_5 a_3^2 a_4 - a_5^3 = 2.546108640 \times 10^{-8} > 0$
- vi. $H_6 = 2 a_1^2 a_2 a_5 a_6^2 + a_1^2 a_4 a_3 a_6^2 + a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 + 2 a_1 a_4 a_5^2 a_6 + a_2 a_3 a_5^2 a_6 + a_3^3 a_6^3 - a_1^3 a_6^3 - a_1^2 a_4^2 a_5 a_6 - a_1 a_2^2 a_5^2 a_6 - a_1 a_2 a_3^2 a_6^2 - 3 a_1 a_3 a_5 a_6^2 - a_3^2 a_4 a_5 a_6 - a_5^3 a_6 = 4.406180444 \times 10^{-14} > 0$

Berdasarkan kriteria Ruth-Hurwich maka diperoleh bahwa matriks J memiliki nilai eigen negatif sehingga titik keseimbangan bebas penyakit adalah stabil asimtotik.

4. Kesimpulan

Berdasarkan model SIR penyebaran penyakit sifilis antar dua kota yang dibentuk, diperoleh model dinamik penyebaran penyakit sifilis antar dua kota dengan dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dengan $P^0 = \left(\frac{\alpha}{b}, 0, 0, \frac{\alpha}{b}, 0, 0\right)$ dan titik kesetimbangan endemik penyakit dengan $P^1 = \left\{ \frac{N_1}{\beta R_2^* N_2} (R_1^* N_2 (e + d + a_1) - a_1 R_2^* N_2 - \gamma a_1 S_2^* R_2^*), \frac{(b+a_2)}{d} R_1^*, \frac{N_2}{\beta R_2^* N_1} (R_2^* N_1 (e + d + a_1) - a_1 R_1^* N_1 - \gamma a_1 S_1^* R_1^*), \frac{(b+a_2)}{d} R_2^* \right\}$. Jika semakin tinggi angka perpindahan individu dari kota satu ke kota lainnya atau sebaliknya, maka jumlah individu yang terinfeksi akan semakin meningkat.

Daftar Pustaka

- [1] Allen, L. J. S. An Introduction to Mathematical Biology. Pearson: Inggris. 2007.
- [2] Anton, R., dkk. Aljabar Linier Elementer. Edisi Kedelapan Jilid 1. Jakarta: Erlangga. 2004.
- [3] Ardiansyah. "Kajian Perilaku Model Matematika Penyebaran Penyakit Sifilis". Jurnal Matematika UNAND, Vol. 3, No. 1, hal. 140-145.
- [4] Braun, M. "Differential Equations and Their Application". Department of Mathematics Queens College University New York, USA. 1983.
- [5] Departemen Kesehatan RI. Pedoman Nasional Penanganan Infeksi Menular Seksual Kementerian Kesehatan RI Dirjen PP dan PL. 2011.
- [6] Elvinawaty, Efrida. "Imunopatogenesis *Treponema Pallidum* dan Pemeriksaan Serologi". Jurnal Kesehatan UNAND, Vol 3, No 3, hal. 572-587. 2014.

- [7] Perko, L. *“Differential Equation and Dynamical System”*. Departement of Mathematics Northern Arizona University Flagstaf, USA. 2001.
- [8] Sugiyarto. *“Persamaan Differensial”*. Yogyakarta: Binafi Publisher. 2015.
- [9] Suryani, Devi Putri Amalia dkk. “Syphilis”. *Journal Majority*, Vol. 3, No.7, hal.7-16. 2014.
- [10] World Health Organization. *“Guidlines for the Management of Sexually Transmitted Infection”*. WHO. 2012.
- [11] Yolanda, Devi dkk. “Analisis Model Penyebaran Penyakit Menular Tipe Seirs yang Berkaitan dengan Transportasi Antar-Dua Kota”. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 5, No. 2, hal. A64-A67. 2016.