

Desain Pengendali LQR-PID Untuk Mengendalikan Getaran Pada Sistem Suspensi Seperempat Kendaraan (*Quarter Car*)

Ahmad Faizal¹, Dian Mursyitah², Ewi Ismaredah³, Al Kautsar⁴

Teknik Elektro, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau^{1,2,3,4}
e-mail : ahmad.faizal@uin-suska.ac.id; dmursyitah@uin-suska.ac.id; ewi.ismaredah@uin-suska.ac.id; alkautsaar@gmail.com

Abstrak

Sistem suspensi berfungsi meredam getaran saat berkendara. Kenyamanan merupakan hal penting bagi pengendara dimana kondisi ideal yang diinginkan saat berkendara adalah kabin kendaraan tidak mengalami guncangan di jalan yang tidak rata dan bergelombang. Untuk menjaga agar kenyamanan pada kabin tidak mengalami getaran diperlukan pengendali salah satunya pengendali. LQR adalah pengendali optimal untuk menyelesaikan permasalahan regulator. Setelah disimulasikan hasil respon menunjukkan error sebesar -20.88 meter dan overshoot sebesar 11.6%. Untuk mengurangi error dan overshoot tersebut ditambahkan pengendali PID dalam pengendalian getaran sistem suspensi seperempat kendaraan. Hasil simulasi menunjukkan pengendali LQR-PID mampu mengurangi error sebesar 0 meter dan overshoot 0% settling time 0.39 detik, rise time 0.35 detik, delay time 0.14 detik. Hal tersebut membuktikan bahwa pengendali LQR-PID mampu mengoptimal getaran pada kabin kendaraan saat berkendara.

Kata Kunci : LQR, LQR-PID, Seperempat kendaraan, Suspensi

Abstract

Transportation is a important thing for increasing of economy development in the world and the example a car. Car has important system that is suspension. Suspension is sustain of car and make sure comfort. Enjoy and comfort is a point riding on the street. Ideal conditions when driving is the vehicle cabin doesn't shock on bumpy roads. Suspension consists of two types, passive and active. In this paper use passive because easy and conventional modeling. Passive suspension is whics is still commonly used and reduce vibration in the vehicle cabin when driving. A controller is required for maintain the comfort cabin without vibration. LQR the optimal controller to solve regulator problem. After being simulated the result is error -20.88meter and overshoot 11.6%. PID controller is added for reduce error and overshoot. The result is error 0 meter overshoot 0% settling time 0.39, rise time 0.35 delay time 0.14. LQR-PID controller can reduce error and overshoot

Keywords: LQR, LQR-PID, Suspension, Quarter Car

1. Pendahuluan

Transportasi merupakan kebutuhan tersier masyarakat yang memiliki peranan penting pada pembangunan wilayah secara menyeluruh Transportasi dibedakan menjadi tiga yaitu darat, laut dan udara dimana transportasi darat lebih banyak digunakan[3].Transportasi darat mencakup semua jenis transportasi dengan berbagai tipe angkutan dimana salah satunya yaitu mobil. Mobil memiliki komponen seperti aki, radiator, pendingin, transmisi ban, rem dan suspensi. Apabila terjadi kerusakan pada komponen maka mobil tidak akan berfungsi normal terutama sistem suspensi dimana fungsi utamanya memberikan kenyamanan berkendara, keamanan serta keselamatan dalam berkendara[3].Kenyamanan merupakan hal penting bagi pengendara dan salah satu contohnya adalah kabin mobil tidak mengalami guncangan ketika berada di jalan yang tidak rata atau rusak. Tetapi kondisi ini tidak mudah untuk dicapai, sehingga perlu mengurangi efek gangguan berupa ketidakrataan jalan dengan memasang sebuah sistem, sistem tersebut adalah suspensi.

Suspensi merupakan sebuah alat untuk menopang kendaraan dan memberikan efek kenyamanan dalam berkendara. Suspensi terdiri dari beberapa jenis yaitu pasif, semi-aktif, dan aktif dimana dalam penelitian ini akan dibahas suspensi pasif saja karena sederhana dan lebih ekonomis dibandingkan suspensi tipe lainnya. Suspensi pasif terdiri dari massa, *spring* dan peredam kejut[2].Penelitian ini digunakan model seperempat kendaraan sehingga dapat mempermudah dalam menganalisis karakteristik dari sistem suspensi pasif. Pada model seperempat kendaraan, membagi sistem suspensi pasif menjadi empat bagian dengan asumsi

setiap suspensi pada keempat roda kendaraan simetris. Sehingga dapat mempermudah dalam menganalisis karakteristik dari sistem suspensi[3].

Linear Quadratic Regulator (LQR) merupakan salah satu metode kendali optimal pada sistem linear dengan kriteria kuadratik untuk menyelesaikan permasalahan regulator. Disebut linier karena model dan bentuk kontrolernya berupa sistem linear sedangkan disebut kuadratik karena memiliki *Cost Function* yaitu kuadrat dan karena referensi sistem bukan fungsi waktu maka disebut regulator[16]. Namun LQR dalam penelitian ini masih memiliki kelemahan yaitu *error steady state* yang cukup besar dan *overshoot* ketika diberi gangguan. Oleh sebab itu dibutuhkan pengendali lain yang mampu menutupi kekurangan dari LQR yaitu pengendali *Proportional, Integral, Derivative* (PID). Pengendali PID merupakan pengendali konvensional yang telah banyak digunakan pada sistem yang linier maupun nonlinier. PID dapat menghilangkan *overshoot* dan *osilasi* pada LQR yang menyebabkan besarnya *error steady state* karena PID memiliki aksi kendali *Integral* yang berfungsi untuk menghilangkan *error steady state*, *Proportional* yang berfungsi untuk memperbaiki *rise time* dan *derivative* yang berfungsi untuk mengurangi *overshoot*.

2. Metode Penelitian

Alur penelitian dimulai dengan studi literatur, pengumpulan data pra-disain, penentuan variabel berupa bentuk fungsi alih dari sistem Suspensi Seperempat Kendaraan, validasi model matematis, merancang pengendali LQR, mengkombinasikan pengendali LQR dengan kombinasi PID, menganalisa dari hasil rancangan pengendali dan terakhir adalah menarik kesimpulan berdasarkan hasil penelitian.

2.1 Suspensi Seperempat Kendaraan (Quarter Car)

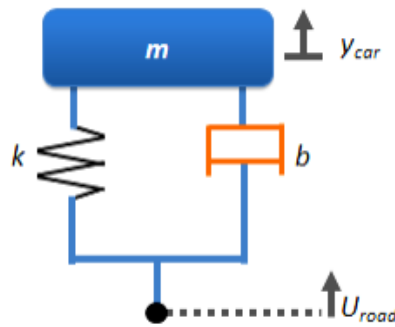
Sistem suspensi merupakan suatu komponen mekanik penting pada bagian kendaraan. Dimana suspensi dapat mencegah gangguan pada jalan untuk mempengaruhi kenyamanan penumpang dan meningkatkan kemampuan berkendara dan tingkat mengemudi yang halus. Tujuan mendasar dari suspensi untuk mempertahankan kontak terus menerus antara roda dan permukaan jalan, dan untuk mengisolasi penumpang atau muatan dari getaran yang disebabkan oleh jalan yang tidak rata. Kedua tujuan ini bertanggung jawab atas penanganannya kualitas dan kenyamanan berkendara. Suspensi terdiri dari sistem pegas, peredam kejut dan hubungan yang menghubungkan kendaraan ke rodanya.



Gambar 1 Bentuk Fisik Suspensi Model Suspensi Seperempat Kendaraan[14]

2.2 Pemodelan Seperempat Kendaraan (Quarter Car)

Sistem suspensi mobil adalah salah satu dari masalah menantang yang mengesankan dalam hal mengendalikan sistem. Saat mendesain sistem suspensi Model suspensi seperempat kendaraan dipertimbangkan dalam penelitian ini adalah salah satu dari empat suspensi di mobil biasa. Sistem ini dapat didekati sebagai sistem massa pegas peredam dengan masukan sebagai perubahan tinggi jalan, yaitu gangguan hadir di jalan dan output sebagai vertikal perpindahan tubuh mobil. Dinamika sistem dapat dimodelkan menggunakan detik urutan persamaan diferensial[1].



Gambar 2 Skema Representasi Model Suspensi Seperempat Kendaraan[1]

Dimana :

m = massa kendaraan

k = konstanta pegas

b = konstanta peredam

Dari pemodelan gaya yang bekerja pada massa adalah gaya pegas dan gaya peredam. Dimana gaya pegas nilainya sebanding dengan nilai konstanta pegas (k) serta jarak perpindahan (vertikal) dari posisi keseimbangan (y) sehingga di dapatkan persamaan sebagai berikut :

$$F_s = -ky \quad (1)$$

Tanda negatif menunjukkan gaya yang bekerja akan mengembalikan massa ke posisi keseimbangan. Sedangkan untuk gaya peredam, dimana b adalah koefisien peredam mempengaruhi besarnya nilai kecepatan massa pada arah vertikal sehingga :

$$F_d = -b \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

Tanda negatif menunjukkan bahwa gaya yang bekerja berlawanan dengan arah kecepatan dimana :

y = posisi

$\frac{dy}{dt}$ = kecepatan

$\frac{d^2 y}{dt^2}$ = percepatan

Persamaan suspensi dapat diperoleh dengan menggunakan hukum Newton kedua dimana b mempengaruhi kecepatan, k mempengaruhi posisi dan $u = F$ (gaya yang diberikan) sehingga menjadi[1]:

$$\sum F = m.a$$

$$F_d + F_s = ma$$

$$\left(-b \frac{dy}{dt}\right) + (-ky) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$b \left(\frac{du(t)}{dt}\right) - \left(\frac{dy(t)}{dt}\right) - k(u(t) - ky(t)) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$b \frac{du(t)}{dt} - b \frac{dy(t)}{dt} + ku(t) - ky(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$b \frac{du(t)}{dt} + ku(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + ky(t)$$

$$bu(t) + ku(t) = my(t) + by(t) + ky(t)$$

Sehingga didapatkan transformasi laplace:

$$bu(s) + ku(s) = my(s) + by(s) + ky(s)$$

$$bsu(s) + ku(s) = ms^2 y(s) + bsy(s) + ky(s)$$

$$(bs + k)u(s) = (ms^2 + bs + k)y(s)$$

Sehingga didapatkan fungsi alih lainnya:

$$G(s) = \frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{y(s)}{u(s)}$$

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{bs + k}{ms^2 + bs + k} \quad (3)$$

Nilai yang digunakan untuk mensubstitusikan ke dalam fungsi transfer adalah berdasarkan parameter *Quarter car* sebagai berikut[1]

Tabel 1. Parameter Quarter Car

M	550 kg
b	1250 Ns/m
K	22500 N/m

Dari persamaan tabel diatas maka dapat diperoleh fungsi transfer sebagai berikut [1]:

$$G(s) = \frac{1250s + 22500}{550s^2 + 1250s + 22500} \quad (4)$$

Dalam penelitian ini akan dilakukan perancangan *Linear Quadratic Regulator* (LQR) untuk mengendalikan getaran pada sistem suspensi seperempat kendaraan. Setelah itu akan dilakukan kombinasi antara LQR dan PID untuk mengatasi kekurangan dari LQR. Simulasi akan dilakukan menggunakan *software simulink* MATLAB, dimana set point yang akan diberikan adalah 1 meter ketika.

2.3 Perancangan Pengendali Linear Quadratic Regulator (LQR)

Dari hasil linierisasi didapatkan suatu *plant* linear dalam bentuk[16]: $\dot{x} = Ax + Bu$ (5)

Dimana,

A : Matriks sistem

B : Matriks *input*

C : Matriks *output*

y : state output

x : state sistem

u : state input

Pada perancangan pengendali optimal LQR, terlebih dahulu menentukan matriks Q dan R yang selanjutnya digunakan untuk menentukan indeks performansi sistem, harga matriks Q dan R ditentukan sesuai dengan kriteria yang diinginkan dengan menggunakan indeks performansi [17].

$$J(t_0) = \frac{1}{2} x^T(T)S(T)x(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (x^T Qx + u^T Ru) \quad (6)$$

$$S(T) \geq 0, Q \geq 0, R > 0$$

Sehingga diperoleh persamaan Hamilton

$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$$

$$H(x, u, \lambda, t) = \frac{1}{2} (x^T Qx + u^T Ru) + \lambda^T (Ax + Bu)$$

Dari fungsi Hamilton tersebut dapat diperoleh syarat

perlu dan syarat batas sebagai berikut

Persamaan State

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial x}{\partial x} \right)^T Qx + \left(\frac{\partial Qx}{\partial \lambda} \right)^T u = Ax + Bu$$

Persamaan costate

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

$$-\dot{\lambda} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial x} \right)^T Qx + \left(\frac{\partial Qx}{\partial x} \right)^T x + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^T Ru + \left(\frac{\partial Ru}{\partial x} \right)^T u \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial (Ax + Bu)}{\partial x} \right)^T \lambda$$

Kondisi stasioner

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial x} \right)^T Qx + \left(\frac{\partial Qx}{\partial x} \right)^T x + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^T Ru + \left(\frac{\partial Ru}{\partial x} \right)^T u \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial (Ax + Bu)}{\partial u} \right)^T \lambda = 0$$

Syarat batas

Batas awal

$$t = 0 \quad x(0) = 0$$

Batas akhir

$$\left(\phi_x + \psi_x^T v - \lambda \right)^T dx \Big|_{t=\tau} + \left(\phi_t + \psi_t^T v - H \right) dt \Big|_{t=\tau} = 0 \quad \text{Karena } \psi = 0 \text{ dan}$$

$$\phi(\tau) = \frac{1}{2} x^T(\tau)S(\tau)x(\tau)$$

$$\phi_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = S(\tau)x(\tau)$$

sehingga diperoleh persamaan

$$\left(S(\tau)x(\tau) + v \cdot 0 - \lambda \right)^T dt \Big|_{t=\tau} = 0$$

$$S(\tau)x(\tau) = \lambda(\tau)$$

Dari persamaan *costrate* dan *state*, keduanya mengandung variabel λ . Bila keduanya disubstitusikan maka akan menghasilkan persamaan:

$$S(t)x(t) = \lambda(t)$$

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{S}(t)x(t) + S(t)\dot{x}(t)$$

$$\dot{\lambda}(t) = -Qx - A^T \lambda$$

$$\dot{S}(t)x(t) + S(t)\dot{x}(t) = -Qx - A^T \lambda$$

$$\dot{S}(t)x(t) + S(t)\{Ax + Bu\} = -Qx - A^T \lambda$$

$$\dot{S}(t)x(t) + S(t)\{Ax + B(-R^{-1}B^T \lambda)\} = -Qx - A^T \lambda \quad -\dot{S}x = (A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q)x$$

$-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q$ n Persamaan (2.11) disebut persamaan *differensial Riccati*.

Untuk $\dot{S} = 0$ persamaannya disebut *Algerraic Riccati Equation* (ARE) []. Dengan di dapatkan nya matriks S dari persamaan ARE ini sehingga persamaan sinyal kendali pun dapat di hitung:

$$u = -R^{-1}B^T \lambda = -R^{-1}B^T Sx = -Kx \tag{7}$$

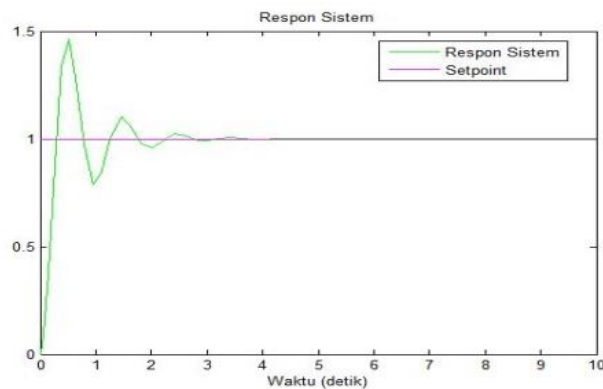
Maka konstanta umpan balik keadaan K dapat dicari sebelum menghasilkan sinyal kendali pada persamaan [17].

$$K = R^{-1}B^T S$$

3. Hasil dan Analisa

3.1 Hasil Simulasi Menggunakan Pengendali LQR

Setelah dilakukan pengujian terhadap pengendali LQR dan *hybrid* LQR-PID didapatkan hasil sebagai berikut :



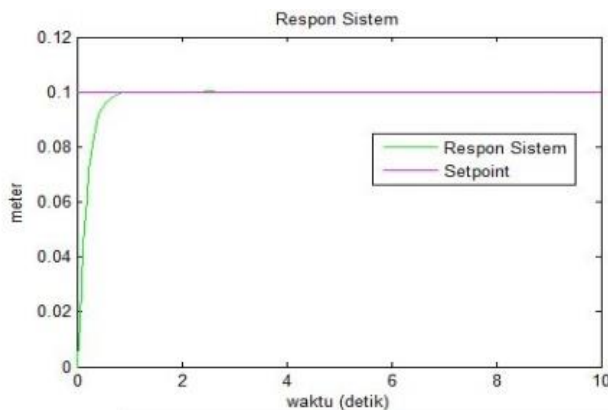
Gambar 3 Hasil Respon Keluaran Pengendalian Getaran Dengan LQR

Tabel 2 Analisa Respon Pengendali LQR

Analisis Respon	Hasil Pengendali LQR
-----------------	----------------------

Konstanta Waktu	0.23 detik
Waktu tunda/ <i>delay time</i>	0.136 detik
Waktu Naik/ <i>rise time</i>	0.269 detik
Waktu tunak/ <i>settling time</i>	0.34 detik
<i>Maximum overshoot</i>	11.6%
<i>Error steady state</i>	error

Berdasarkan tabel 2 diatas respon sistem menggunakan LQR telah mencapai *setpoint* yang diinginkan dan telah mencapai kestabilan dengan cepat yang ditunjukkan oleh *settling time* yaitu pada detik ke 0.34. Memiliki *rise time* dan juga *delay time* yang cepat yaitu pada detik ke 0.269 dan 0.136. Tetapi kendali menggunakan LQR masih mengalami *overshoot* sebesar 11.6% dan *error steady state*.



Gambar 4 Hasil Respon Keluaran Pengendalian Getaran Menggunakan LQR-PID

Tabel 3 Hasil Analisa Sistem Menggunakan Pengendali LQR-PID

Analisis Respon	Hasil Pengendali LQR-PID
Konstanta Waktu	0.19 detik
Waktu tunda/ <i>delay time</i>	0.14 detik
Waktu Naik/ <i>rise time</i>	0.35 detik
Waktu tunak/ <i>settling time</i>	0.39 detik
<i>Maximum overshoot</i>	0%
<i>Error steady state</i>	0 meter

Berdasarkan tabel 3 diatas respon menggunakan LQR-PID telah mencapai *setpoint* yang diinginkan dan telah mencapai kestabilan dengan cepat yang ditunjukkan oleh *settling time* yaitu pada detik ke 0.49. Memiliki *rise time* dan juga *delay time* yang cepat yaitu pada detik ke 0.35 dan 0.141. Kendali menggunakan LQR-PID mengalami *overshoot* yaitu 0% dan *error steady state* 0 m

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengujian dan simulasi respon sistem yang telah dilakukan dapat ditarik kesimpulan bahwa pengendali LQR-PID mampu meredam *overshoot* dan *osilasi* pada sistem suspensi seperempat kendaraan. Hal ini dibuktikan berdasarkan hasil visual dan identifikasi sistem secara keseluruhan diperoleh nilai *rise time* 0.35 detik, *settling time* 0.39 detik serta *overshoot* 0 % serta *error steady state* 0.

Daftar Pustaka

- [1] Nitish Katal dan Sanjay Kr. Singh, *Optimization of PID Controller for Quarter-Car Suspension System Using Genetic Algorithm*, International Jurnal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology, 2012.
- [2] Abdi, Ferly Isnomo. "Desain dan Analisis Sistem Suspensi Aktif Model Seperempat Kendaraan Dengan Kendali PID (*Proportional Integral Derivative*)". JPTM volume 06 Tahun 2017, 160-165.
- [3] Rudi Azis dan Asrul, " *Pengantar Sistem dan Perencanaan Transportasi*", CV. Budi Utama. Yogyakarta, 2018.
- [4] Ariyanto, Andi. "Analisis Kestabilan Sistem Suspensi Seperempat Kendaraan Dengan Metode *Lyapunov* Langsung". Jurusan Matematika, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. 2015.
- [5] Rohmad dan Sunarno. "Simulasi dan Analisis Respon *Fuzzy Logic Controller* Pada Sistem Suspensi". Jurusan Fisika, Universitas Negeri Semarang, 2014.
- [6] Mandow dan Alfonso. " *Tuning Fuzzy Controller by Particle Swarm Optimazation for car Active Suspension System*". Universiti de Malaga, Spain, 2013
- [7] Fernaza, Olivia "Studi Metoda Kendali *Linear Quadratic* (LQR) dan Aplikasinya Pada Sistem *Automatic Voltage Regulator* (AVR). Jurusan Teknik Elektro, Universitas Andalas.
- [8] Sholihin, Ahmad "Desain Pengendali Optimal *Linear Quadratic Regulator* Pada Sistem Pengendalian Temperatur di *Annealing Lehr* Untuk Proses Pembuatan Kaca". Jurusan Teknik Elektro, UIN Suska Riau. 2018
- [9] Astrom K. Hagglund, *PID Controllers : Theory Design And Tuning*. Research Triangel Park, Instrument Society, 1995
- [10] Abd El-Nasser S. Ahmed, Ahmed S. Ali, Nouby M. Ghazaly, G. T. Abd el-Jaber, *PID Controller of Active Suspension System For a Quarter Car Model*
- [11] P. Sathishkumar, J. Jancirani, Dennie John, S. Manikandan, *Mathematical Modelling and Simulation Quarter Car Vehicle Suspension*, Anna University, 2014
- [12] Rudy S. Wahjudi, *Perancangan Kendali Suspensi Aktif*, Universitas Trisakti, 2016
- [13] P. Dowds, A O'Dwyer, *Modelling and Control of a Suspension System for Vehicle Application*, Dublin Institute of Technology, 2005
- [14] Oni Bagus, Sumardi, Aris Triwiyatno, *Desain Auto Tuning PID Menggunakan Logika Fuzzy Pada Sistem Suspensi Aktif Tipe Paralel Non Linear Model Kendaraan Seperempat*, Universitas Diponegoro Semarang, 2013
- [15] Wibowo, *Perancangan Karakteristik Sistem Suspensi Semi Aktif Untuk Meningkatkan Kenyamanan Kendaraan*, UNS, 2011
- [16] Abizar. "Analisis Penanggulangan Beban dan Gangguan Pada Rancangan Pengendali LQR Dengan Penambahan Pengendali PID Untuk Pengendalian Motor Induksi Tiga Phasa". Jurusan Teknik Elektro, UIN Suska Riau. 2018
- [17] Ashraf, Muhammad Hanafi, "Perancangan Pengendali LQR-PID Untuk Pengendalian Tekanan Pada Modul Training *Pressure Process Rig 38-174*". Jurusan Teknik Elektro, UIN Suska Riau. 2018
- [18] Ogata K, *Teknik Kontrol Automatik*, Erlangga, Jilid 1, Erlangga, Jakarta, 1995
- [19] Lewis Frank L dan Syrmos, Vassilis L. " *Optimal Control*", John Wiley dan Sons, Inc, 1995