

Penggunaan Metode *Cutting Plane* dalam Menentukan Solusi *Integer Linear Programming* (Studi Kasus: Dinas Perikanan Pemerintah Kabupaten Kampar)

Sri Basriati¹, Nurfarahim², Nilwan Andiraja³, Ade Novia Rahma⁴
^{1,2,3,4} Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
email: sribasriati@uin-suska.ac.id, nurfarah127@gmail.com

Abstrak

Dinas Perikanan Kabupaten Kampar memproduksi empat jenis benih ikan yang diberi makan dengan tiga jenis pakan yaitu Grower II (781), Starter I (PSP) dan Starter II (F999). Dinas Perikanan tersebut kesulitan dalam menentukan berapa banyak pakan yang harus disediakan untuk memproduksi benih ikan dan menginginkan perusahaannya memproduksi benih ikan dengan biaya yang seminimal mungkin. Oleh karena itu, diperlukan penyelesaian permasalahan tersebut menggunakan model linear programming dan diselesaikan menggunakan metode *cutting plane*. Jika satu atau lebih variabel basis yang memiliki nilai pecahan akan dibuat kendala gomory, selanjutnya diselesaikan menggunakan metode dual simpleks. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai optimal biaya pengeluarannya sebesar Rp 2.875.000, dengan menyediakan pakan benih ikan Starter I (PSP) sebanyak 11 karung dan Starter II (F999) sebanyak 7 karung dalam sebulan.

Kata Kunci: *Cutting plane*, dual simpleks, integer linear programming.

Abstract

The Fisheries Office of Kampar Regency produces four types of fish seeds that are fed with three types of feed namely Grower II (781), Starter I (PSP) and Starter II (F999). The Fisheries Office has difficulty in determining how much feed must be provided to produce fish seeds and wants the company to produce fish seeds at the minimum cost. Therefore, it is necessary to solve these problems using a linear programming model and solved using the *cutting plane* method. If one or more base variables have a fractional values will be made a gomory constraint, next be completed using the dual simplex method. The result of research indicate that optimal value of expense cost equal to Rp 2.875.000, by providing fish starch feed Starter I (PSP) as many as 11 sacks and 7 sacks Starter II (F999) in a month.

Keywords: *Cutting plane*, dual simpleks, integer linear programming.

1. Pendahuluan

Menurut Rizkika [6] Program linier merupakan metode matematika untuk mengalokasikan sumber daya yang biasanya terbatas supaya mencapai hasil yang optimal, misalnya memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Pada masalah program linear penyelesaian optimalnya dapat berupa bilangan real yang berarti penyelesaian bisa berupa bilangan pecahan. Akan tetapi banyak permasalahan di kehidupan nyata yang memerlukan penyelesaian variabel keputusannya berupa integer sehingga harus dicari model penyelesaian masalah sehingga diperoleh penyelesaian integer yang optimal. Program integer (*integer programming*) merupakan pengembangan dari program linier di mana dengan semua variabel keputusannya berupa bilangan bulat atau integer. Menurut Nico [4] Metode *cutting plane* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier untuk variabelnya harus bulat, dengan penambahan batasan baru yang disebut dengan *gomory*. Metode *cutting plane* menambahkan sejumlah kendala sehingga diperoleh daerah fisibel baru yang penyelesaiannya merupakan bilangan bulat.

Penelitian mengenai *cutting plane* pernah dilakukan oleh Dhuriattun [1] untuk mengetahui konsep dan langkah kerja metode *cutting plane* serta mengetahui hasil optimal maksimasi pendapatan laba penjualan dan minimasi biaya produksi dari masing-masing jenis variabel produk KWT Seruni Serbah dengan judul "Penerapan Metode *Cutting Plane* dalam Menyelesaikan Optimalisasi Perencanaan Produksi pada Kelompok Wanita Tani (KWT) Seruni Berbah". Selain itu, penelitian yang sama dilakukan oleh Nico [4] dalam mengoptimalkan produksi spring bed pada PT.XYZ dengan judul "Aplikasi Metode *Cutting Plane* dalam

Optimalisasi Jumlah Produksi Tahunan pada PT.XYZ. Berdasarkan beberapa penelitian diatas maka penelitian ini akan membahas kembali dengan judul “*Penggunaan Metode Cutting Plane dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming*”. Dalam penelitian ini, membahas bagaimana menentukan banyaknya pakan yang harus disediakan oleh Dinas Perikanan Kabupaten Kampar untuk memproduksi benih ikan dengan biaya yang seminimal mungkin. Dengan menyelesaikan permasalahan menggunakan metode *cutting plane* dan membuat permasalahan dengan model *linear programming*.

2. Metode dan Bahan Penelitian

2.1 Optimasi

Menurut Purba [5] Optimasi adalah sarana untuk mengekspresikan model matematika yang bertujuan memecahkan masalah dengan cara terbaik. Model optimasi telah digunakan selama berabad-abad untuk tujuan bisnis, hal ini berarti memaksimalkan keuntungan dan efisiensi serta meminimalkan kerugian, biaya atau resiko. Dalam optimasi, yang akan dicari adalah nilai-nilai variabel yang bertentangan dengan pembatas-pembatas atau fungsi kendalanya dan yang memberikan nilai optimal (maksimum atau minimum) pada fungsi tujuan. Sementara itu, Dimiyati [7] mengatakan perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil optimum, yaitu hasil yang mencapai tujuan terbaik diantara seluruh alternatif yang fisibel adalah *linear programming*.

2.2 Linear Programming (Program Linear)

Menurut Rizkika [6] *Linear programming* merupakan suatu teknik untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing dengan cara terbaik sehingga menghasilkan solusi optimal, misalnya memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Formulasi model matematis dari *linear programming* yaitu:

$$(Max / min) \quad Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i, \quad (2)$$

$$x_j \geq 0,$$

dengan

Z : Fungsi tujuan (*Objective function*)

x : Variabel keputusan

c : Kontribusi masing-masing variabel terhadap tujuan

a : Penggunaan per unit variabel keputusan akan sumber daya yang membatasi

b : Jumlah tiap sumber daya yang tersedia

x_j : Pembatas non negatif

i : 1, 2, ... , m

j : 1, 2, ... , n

2.3 Simplex Method (Metode Simpleks)

Metode simpleks merupakan salah satu teknik penyelesaian dalam program linier yang digunakan sebagai teknik pengambilan keputusan dalam permasalahan yang berhubungan dengan pengalokasian sumberdaya secara optimal. Metode simpleks digunakan untuk mencari nilai optimal dari program linier yang melibatkan banyak *constraint* (pembatas) dan banyak variabel (lebih dari dua variabel).

2.4 Metode Dual Simpleks

Menurut Hotniar [3] Metode dual simpleks digunakan jika tabel optimal tidak layak. Jika fungsi kendala ada yang menggunakan pertidaksamaan \geq dan tidak ada $=$ dalam bentuk umum PL, maka metode dual simpleks dapat digunakan. Menurut Dimiyati [7] Pada dasarnya metode dual simpleks ini menggunakan tabel yang sama seperti metode simpleks pada primal, tetapi *leaving* dan *entering variabel*-nya ditentukan sebagai berikut:

1. *Leaving variable* (kondisi fisibilitas)
Yang menjadi *leaving variabel* pada dual simpleks adalah variabel basis yang memiliki nilai negatif terbesar. Jika semua variabel basis telah berharga positif atau nol, berarti keadaan fisibel telah tercapai.
2. *Entering variable* (kondisi optimalitas)
 - a. Tentukan perbandingan (rasio) antara koefisien persamaan z dengan koefisien persamaan *leaving variabel*. Abaikan penyebut yang positif atau nol. Jika penyebut berharga positif atau nol, berarti persoalan yang bersangkutan tidak memiliki solusi fisibel.
 - b. Untuk persoalan minimasi, *entering variable* adalah variabel dengan rasio terkecil, sedangkan untuk persoalan maksimasi, *entering variable* adalah variabel dengan rasio absolut terkecil.

2.5 Integer Programming

Integer Programming merupakan pengembangan dari program linear. Menurut Hikmah [2] *integer programming* pada intinya di mana dengan semua variabel keputusannya harus berupa bilangan bulat atau integer. Menurut Dimiyati [7] Algoritma yang cukup baik untuk memberikan solusi optimum dalam pemograman bilangan bulat adalah pencabangan dan pembatasan (*branch and bound*) dan pemotongan bidang datar (*cutting plane*). Bentuk umum model program integer adalah:

$$(Max / min) \quad Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (3)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

$$x_j \geq 0, (j = 1, 2, \dots, m)$$

x_j bernilai integer untuk semua j

2.6 Metode Cutting Plane

Menurut Nico [4] metode *cutting plane* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier untuk variabelnya harus bulat, dengan penambahan batasan baru yang disebut dengan *gomory*. Kendala *gomory* diberikan jika variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan). Metode (*cutting plane*) menambahkan sejumlah kendala sehingga diperoleh daerah fisibel baru yang penyelesaiannya merupakan bilangan bulat.

Langkah-langkah penyelesaian metode *cutting plane*:

1. Selesaikan masalah *integer linear programming* menggunakan metode *dual simpleks*.
2. Periksa optimum yang diperoleh dari langkah satu, jika variabel keputusan solusi optimum sudah bernilai bulat (*integer*) maka proses selesai. Jika variabel keputusan pada solusi optimum masih bernilai pecahan maka proses berlanjut ketahap berikutnya.
3. Buat batasan/kendala *gomory* dan selesaikan dengan metode *dual simpleks*.
4. Kembali ke langkah 2.

3. Hasil dan Pembahasan

Dinas Perikanan Pemerintah Kabupaten Kampar memproduksi empat jenis benih ikan yaitu ikan nila, ikan bawal, ikan patin dan ikan mas, pemberian makan pada empat jenis benih ikan tersebut diberi dengan tiga jenis pakan yaitu Grower II (781), Starter I (PSP) dan Starter II (F999). Didalam ketiga jenis pakan benih ikan tersebut terdapat empat macam kandungan yaitu kadar protein, kadar serat, kadar abu dan kadar air. Berikut akan ditampilkan data kadar kandungan tersebut per karung.

Tabel 1. Jenis Pakan Benih Ikan

Jenis Pakan Benih	Kadar Protein	Kadar Serat	Kadar Abu	Kadar Air	Harga
Grower II (781)	30%	6%	12%	12%	Rp 210.000
Starter I (PSP)	32%	12%	12%	12%	Rp 185.000
Starter II(F999)	35%	3%	13%	12%	Rp 120.000
Kebutuhan Minimum	585%	153%	220%	214%	

Pada dinas perikanan tersebut kesulitan dalam menentukan berapa banyak pakan yang harus disediakan dalam sebulan untuk memproduksi benih ikan dan menginginkan perusahaannya memproduksi benih ikan dengan biaya yang seminimal mungkin. Permasalahan inilah yang akan diselesaikan menggunakan metode *cutting plane* dan membuat permasalahan dengan model *linear programming*.

Permasalahan tersebut akan diselesaikan kedalam model *linear programming* sebagai berikut:

a.) Menentukan variabel keputusan.

x_1 : Jumlah pakan ikan Grower I (781) yang harus disediakan

x_2 : Jumlah pakan ikan Starter I (PSP) yang harus disediakan

x_3 : Jumlah pakan ikan Starter II (F999) yang harus disediakan

b.) Menentukan fungsi tujuan.

$$\text{Minimumkan } Z = 210.000 x_1 + 185.000 x_2 + 120.000 x_3$$

c.) Menentukan fungsi kendala.

$$30 x_1 + 32 x_2 + 35 x_3 \geq 585$$

$$6 x_1 + 12 x_2 + 3 x_3 \geq 153$$

$$12 x_1 + 12 x_2 + 13 x_3 \geq 220$$

$$12 x_1 + 12 x_2 + 12 x_3 \geq 214$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Karena semua pembatasnya merupakan bertanda (\geq) dengan demikian penyelesaian persoalan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode dual simpleks.

Tabel 2. Awal Simpleks (LP) Iterasi-0

Basis	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi
Z	- 210 .000	- 185 .000	- 120 .000	0	0	0	0	0
S_1	- 30	- 32	- 35	1	0	0	0	- 585
S_2	- 6	- 12	- 3	0	1	0	0	- 153

S_3	-12	-12	-13	0	0	1	0	-220
S_4	-12	-12	-12	0	0	0	1	-214

Setelah melakukan beberapa iterasi simpleks, pada iterasi ketiga tabel sudah optimal, ini terlihat dari nilai pada baris fungsi tujuan sudah bernilai negatif atau nol dan variabel-variabel basis bernilai positif, sehingga iterasi dihentikan dan diperoleh tabel optimum sebagai berikut:

Tabel 3. Optimal Simpleks

Basis	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi
Z	$-\frac{2.460.000}{36}$	0	0	0	$-\frac{260.000}{36}$	0	$-\frac{295.000}{36}$	$\frac{102.910.000}{36}$
x_3	$\frac{24}{36}$	0	1	0	$\frac{4}{36}$	0	$-\frac{4}{36}$	$\frac{244}{36}$
x_2	$\frac{12}{36}$	1	0	0	$-\frac{4}{36}$	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{398}{36}$
S_3	$\frac{24}{36}$	0	0	0	$\frac{4}{36}$	1	$-\frac{40}{36}$	$\frac{28}{36}$
S_1	4	0	0	1	$\frac{12}{36}$	0	-3	6

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh jumlah pakan benih ikan yang harus disediakan oleh Dinas Perikanan Pemerintah Kabupaten Kampar dalam satu bulan yaitu jenis pakan Starter I (x_2) adalah 11,05555556 karung, Starter II (x_3) adalah 6,777777778 karung dengan biaya minimum Rp 2.858.611,111. Karena penyelesaian optimalnya memiliki nilai variabel yang non integer maka dapat diselesaikan menggunakan metode *cutting plane* agar penyelesaian optimalnya bernilai integer.

Selanjutnya menentukan solusi *integer linear programming* dengan menggunakan metode *cutting plane*. Berdasarkan Tabel 3 tampak bahwa baik x_2 maupun x_3 bukan merupakan penyelesaian bulat sehingga bukanlah penyelesaian optimalnya. Maka pemotongannya bisa menggunakan baris x_2 maupun x_3 , tetapi karena f_i untuk baris x_2 paling besar sehingga pemotongan dilakukan berdasarkan pada baris x_2 yaitu:

$$\frac{12}{36}x_1 - \frac{32}{36}x_5 + \frac{1}{36} = \frac{398}{36}$$

$$\left(0 + \frac{12}{36}\right)x_1 + x_2 + \left(-1 + \frac{32}{36}\right)x_5 + \left(0 + \frac{1}{36}\right)x_7 = 11 + \frac{2}{36}$$

Maka kendala yang ditambahkan pada iterasi berikutnya adalah :

$$\frac{12}{36}x_1 + \frac{32}{36}x_5 + \frac{1}{36}x_7 \geq \frac{2}{36}$$

$$\frac{12}{36}x_1 + \frac{32}{36}x_5 + \frac{1}{36}x_7 - S_1 = \frac{2}{36}$$

$$-\frac{12}{36}x_1 - \frac{32}{36}x_5 - \frac{1}{36}x_7 + S_1 = -\frac{2}{36}$$

Kendala baru ini dimasukkan ke tabel simpleks terakhir sehingga diperoleh tabel simpleks baru, yaitu:

Tabel 4. Penambahan Pemotongan Kendala Gomory I

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	S_1	Solusi
x_3	$\frac{24}{36}$	0	1	0	$\frac{4}{36}$	0	$-\frac{4}{36}$	0	$\frac{244}{36}$
x_2	$\frac{12}{36}$	1	0	0	$-\frac{4}{36}$	0	$\frac{1}{36}$	0	$\frac{398}{36}$
x_6	$\frac{24}{36}$	0	0	0	$\frac{4}{36}$	1	$-\frac{40}{36}$	0	$\frac{28}{36}$
x_4	4	0	0	1	$\frac{12}{36}$	0	-3	0	6
S_1	$-\frac{12}{36}$	0	0	0	$-\frac{32}{36}$	0	$-\frac{1}{36}$	1	$-\frac{2}{36}$
Z_j	$-\frac{2.460.000}{36}$	0	0	0	$-\frac{260.000}{36}$	0	$-\frac{295.000}{36}$	0	$\frac{102.910.000}{36}$

Berdasarkan Tabel 4 kemudian diselesaikan untuk memperoleh tabel optimal baru. Apabila solusinya masih *non integer*, maka ulangi prosedurnya dengan melakukan pemotongan *gomory* sehingga diperoleh kendala baru. Proses ini diulangi sampai diperoleh tabel simpleks optimal seperti berikut:

Tabel 5. Simpleks Optimal Penambahan Pemotongan Kendala Gomory VIII

B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	Solusi
x_3	0	0	1	0	0	0	$-\frac{5}{24}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{12}{24}$	0	$\frac{158}{24}$
x_2	1	1	0	0	0	0	$\frac{3}{24}$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{12}{24}$	0	$\frac{270}{24}$
x_6	0	0	0	0	0	1	$-\frac{29}{24}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{12}{24}$	0	$\frac{14}{24}$
x_4	2	0	0	1	0	0	$-\frac{79}{24}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{36}{24}$	0	$\frac{130}{24}$
x_5	6	0	0	0	1	0	$\frac{21}{24}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{108}{24}$	0	$\frac{42}{24}$
S_1	5	0	0	0	0	0	$\frac{288}{24}$	1	0	0	0	0	0	-4	0	$\frac{36}{24}$
S_2	4	0	0	0	0	0	$\frac{15}{24}$	0	1	0	0	0	0	$\frac{84}{24}$	0	$\frac{84}{24}$
S_3	3	0	0	0	0	0	$\frac{12}{24}$	0	0	1	0	0	0	-3	0	1
S_4	2	0	0	0	0	0	$\frac{9}{24}$	0	0	0	1	0	0	$\frac{60}{24}$	0	$\frac{18}{24}$
S_5	1	0	0	0	0	0	$\frac{6}{24}$	0	0	0	0	1	0	-2	0	$\frac{12}{24}$
S_6	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{24}$	0	0	0	0	0	1	$\frac{36}{24}$	0	$\frac{6}{24}$
S_8	1	0	0	0	0	0	$-\frac{3}{24}$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{12}{24}$	1	$-\frac{6}{24}$
Z_j	-25.000	0	0	0	0	0	-1.875	0	0	0	0	0	0	-32.500	0	2.871.250
x_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{3}$	7
x_2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	11
x_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{16}{3}$	$-\frac{29}{3}$	3
x_4	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{44}{3}$	$-\frac{79}{3}$	12

x_5	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	- 8	7	0
S_1	5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	- 7	6	0
S_2	4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	- 6	5	0
S_3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	- 5	4	0
S_4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	- 4	3	0
S_5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	- 3	2	0
S_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	- 2	1	0
x_7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	- 8	2
Z_j	- 25 .000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	- 25 .000	- 15 .000	2875000

Berdasarkan Tabel 5 dapat disimpulkan bahwa dalam satu bulan masing-masing pakan benih ikan yang harus disediakan oleh Dinas Perikanan Permerintah Kabupaten adalah sebanyak 11 karung untuk jenis Starter I(PSP) dan 7 karung untuk jenis Starter II(F999) dengan biaya minimum sebesar Rp 2.875.000.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dari tugas akhir ini diperoleh empat jenis pakan benih ikan yang diproduksi oleh Dinas Perikanan Kabupaten Kampar yaitu ikan nila, ikan bawal, ikan patin, dan ikan mas, dengan menyediakan tiga jenis pakan benih ikan yaitu Grower II (781), Starter I (PSP) dan Starter II (F999) dalam sebulan, serta meminimumkan biaya yang dikeluarkan dengan memodelkan permasalahannya menggunakan *linear programming* dan diselesaikan menggunakan metode *cutting plane*.

1. Dinas Pemerintah Kabupaten Kampar harus menyediakan pakan benih ikan Starter I (PSP) sebanyak 11 karung dalam sebulan.
2. Dinas Pemerintah Kabupaten Kampar harus menyediakan pakan benih ikan Starter II (F999) sebanyak 7 karung dalam sebulan.
3. Dinas Pemerintah Kabupaten Kampar harus menyediakan biaya minimum sebesar Rp. 2.875.000.

Daftar Pustaka

- [1] Dhuriattun Wasi'ah. "Penerapan Metode Cutting Plane dalam Menyelesaikan Optimalisasi Perencanaan Produksi pada Kelompok Wanita Tani (KWT) Seruni Berbah". *Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta*, 2015.
- [2] Hikmah dkk. "Aplikasi Integer Linear Programming (ILP) untuk Meminimumkan Biaya Produksi pada Siaputo Aluminium" Universitas Sulawesi Barat, 2017.
- [3] Hotniar, Siringoringo. "*Seri Teknik Riset Operasional*". Penerbit: Graha Ilmu. Yogyakarta. 2005.
- [4] Nico dkk. "Aplikasi Metode Cutting Plane dalam Optimalisasi Jumlah Produksi Tahunan pada PT.XYZ" *Universitas Sumatera Utara*, 2014.
- [5] Purba, Rivelson. "Penerapan Logika Fuzzy pada Program Linear". *Jurnal Matematika FKIP*. Universitas Masamus Merauke. 2012.
- [6] Rizkika Amalia. "Metode Branch and Cut untuk Menyelesaikan Multi-Objective Integer Programming". *Tugas Akhir Mahasiswa universitas Sumatera Utara*, 2014.
- [7] T.T Dimiyati dan A. Dimiyati. "*Operation Research: Model-model Pengambilan Keputusan*" Sinar Baru, Bandung 2011.