

# Pengendalian Posisi Sistem Magnetic Levitation Ball Menggunakan Pengendali Optimal Metode Linear Quadratic Regulator (LQR)

Dian Mursyitah<sup>1</sup>, Ahmad Faizal<sup>2</sup>, Sri Basriati<sup>3</sup>, Jumiyatun<sup>3</sup>, Elsi Novianti<sup>5</sup>  
Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN SUSKA RIAU<sup>1,2,3,4</sup>  
Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, UNTAD Palu<sup>3</sup>  
Jl. HR. Soebrantas Km. 155 Pekanbaru - Riau  
e-mail: dmursyitah@uin-suska.ac.id<sup>1</sup>

## Abstrak

Teknologi kereta super cepat kini telah berkembang menggunakan tenaga magnet. Prinsip kerjanya adalah mengendalikan posisi kereta, sehingga mampu melayang di atas rel dan bergerak dengan kecepatan tinggi. Prinsip dasarnya dapat ditemukan pada sistem magnetic levitation ball. Pelayangan walaupun terdapat gangguan. Pengendali optimal metode Linear Quadratic Regulator (LQR) dipilih sebagai metode untuk mendapatkan performansi yang optimal, karena kemampuan LQR dalam mengoptimalkan kinerja sistem dalam hal kecepatan dan kestabilan. Hasil perancangan, simulasi dan analisa hasil menunjukkan performansi sistem mencapai optimal walaupun terdapat gangguan dengan error minimum berdasarkan kriteria Integral of Absolute Error (IAE), dengan nilai IAE = 0.0002449.

**Kata kunci:** Magnetic Levitation Ball, Optimal, LQR, IAE

## Abstract

Super fast train technology has now grown using magnetic power. The working principle is to control the position of the train, so that it is able to float on the tracks and move with high speed. The basic principle can be found on the magnetic levitation ball system. The aim is to maintain the position at a certain distance and still maintain stability despite interference. Optimal controller of the Linear Quadratic Regulator (LQR) method is chosen as a method to obtain optimal performance, because of the LQR's ability to optimize system performance in terms of speed and stability. The results of the design, simulation and analysis of the results showed that the system performance achieved optimally even though there was a disturbance with a minimum error based on the Integral of Absolute Error (IAE) criteria, with IAE = 0.0002449.

**Keywords:** Magnetic Levitation Ball, Optimal, LQR, IAE

## 1. Pendahuluan

Teknologi transportasi kereta saat ini telah menggunakan tenaga magnet. Yangmana teknologi tersebut diadaptasi dari sistem magnetic levitation ball. Magnetic levitation ball sendiri memiliki prinsip kerja yaitu melayangkan posisi bola sesuai dengan yang diinginkan desainer untuk menghindari gaya gesek. Sehingga, kecepatan dapat dimaksimalkan. Untuk itu, pengendalian posisi pada sistem *magnetic levitation ball* perlu dilakukan. Pengendalian dilakukan pula untuk menghindari gangguan yang datang dan mengganggu performansi sistem.[1][2][3][4][5][6]

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengendalikan posisi pada sistem magnetic levitation ball, antara lain : pengendalian posisi pada *maglev ball* menggunakan pengendali PID. Performansi yang dicapai baik, namun kelemahan terjadi pada saat sistem mengalami gangguan nilai Kp, Ki dan Kd harus diatur ulang untuk mendapatkan performansi kestabilan yang baik saat sistem mengalami gangguan. Untuk itu perlu ditemukan metode untuk mengatasi kelemahan PID agar tidak memerlukan penalaan parameter ulang, khususnya ketika terjadi gangguan[2]. Hal tersebut diselesaikan oleh penelitian berikut yang mengendalikan posisi *maglev ball* menggunakan kombinasi PID dan *Gain scheduling*. Pada penelitian ini penalaan PID dibantu oleh *Gain scheduling* ketika terjadi perubahan posisi bola baja. Performansi sistem baik, namun *rise time* sedikit melambat akibat pengaruh perubahan posisi. Perubahan posisi juga mempengaruhi kinerja *gain scheduling* dalam menjadwalkan perubahan parameter PID. Artinya bantuan *gain scheduling* belum dapat mengatasi permasalahan secara optimal[3]. Permasalahan belum optimalnya kendali PID dan *Gain scheduling* tersebut telah diselesaikan dengan mengkombinasikan dengan kendali cerdas Fuzzy logic Controller. Hasil yang diperoleh baik, namun terdapat kesulitan dalam perancangan rule yang sesuai untuk masing-masing

posisi. Jumlah rule yang paling memuaskan adalah rule dengan rentang paling besar, dan hal ini menyebabkan perhitungan dan program simulasi menjadi sangat kompleks. Hasil yang diperoleh pun hanya mampu mempercepat *rise time* sebesar 2%. Tidak berimbang dengan perhitungan dan program simulasi yang telah dilakukan.[4]

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, untuk mendapatkan performansi yang baik pada sistem *maglev ball* dalam hal pencapaian *setpoint* bukan lah hal yang sulit. Namun, ketika sistem *maglev ball* mengalami gangguan diperlukan pengendali yang mampu mengatasi gangguan tersebut dan membuat sistem masih terjaga kestabilannya. Pengendali yang dipilih pada adalah pengendali optimal metode *Linear Quadratic Regulator*(LQR). Alasan pemilihan pengendali ini dikarenakan kemampuannya dalam mengoptimalkan kinerja sistem. Selain menggunakan respon waktu seperti *error steady state*, *rise time*, *delay time*, *settling time* dan lain sebagainya. Kemampuannya juga diukur berdasarkan indeks performansi sistem. Pengendali LQR juga terkenal akan keoptimalannya dalam waktu respon yang cepat dalam mencapai *setpoint*, kestabilan, dan *disturbance rejection*[7]. Perancangannya lebih sederhana secara matematika lebih sederhana namun menghasilkan performansi yang optimal[7][8].

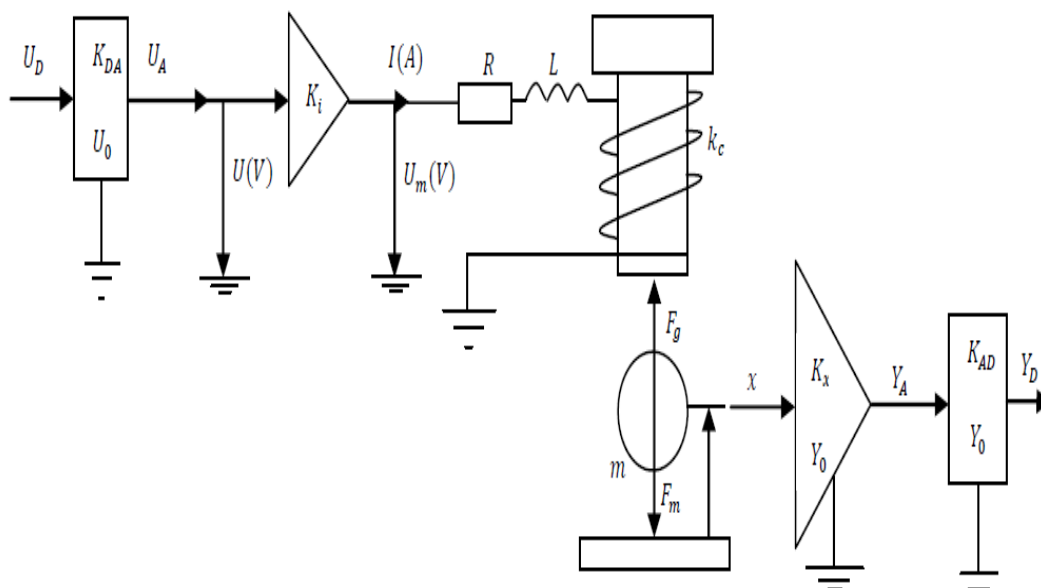
## 2. Metode Penelitian

Metode Penelitian dimulai dengan studi literatur, validasi model matematis sistem *maglev ball*, kemudian dilanjutkan dengan perancangan pengendali LQR, langkah selanjutnya adalah mensimulasikan model matematis sistem bersama hasil rancangan pengendali dan diberi gangguan, dan dianalisa hasil dan pembahasan.

### Pengujian model matematis sistem *maglev ball*[1][2]

Gambar 1 memperlihatkan model dan struktur pelayangan magnet pada bola baja (*magnetic levitation ball*). Adapun komponen dan struktur *Magnetic Levitation Ball* ini terdiri dari:

1. *Digital to Analog Converter* (DAC) yang berfungsi sebagai pengubah sinyal digital menjadi sinyal analog.
2. *Power amplifier* berfungsi sebagai sumber arus yang konstan.
3. Solenoida berfungsi sebagai magnet untuk melawan gaya gravitasi. Dan bola baja yang berfungsi sebagai benda yang akan dilayangkan.
4. Sensor Posisi berfungsi untuk menentukan jarak benda dengan elektromagnet.
5. *Analog to Digital Converter* (ADC) berfungsi untuk mengubah sinyal analog menjadi sinyal digital



Gambar 1. Sistem *maglev ball*[1][2]

Model Matematis Sistem *Magnetic Levitation Ball* diperoleh dengan cara menurunkan persamaan matematis masing-masing komponen sistem. Berdasarkan hasil penurunan model matematis diperoleh bentuk *state space equation* sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-2k_F u_{ss}^2}{m(x_{1ss} - x_{L0})^3} & -\frac{k_{fv}}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2k_F K_{DA} u_{ss}}{m(x_{1ss} - x_{L0})^2} \end{bmatrix} U_D \quad (1)$$

$$y = \begin{bmatrix} k_x * K_{AD} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Dengan mensubstitusikan nilai  $U_{ss} = \sqrt{\frac{mg}{k_F}}(x_{1ss} - x_{L0})$  model *state space* menjadi :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{m(x_{L0} - x_{1ss})^3} & -\frac{k_{fv}}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2\sqrt{\frac{k_F g}{m}} \frac{K_{DA}}{(x_{L0} - x_{1ss})} \end{bmatrix} U_D \quad (2)$$

$$y = \begin{bmatrix} k_x * K_{AD} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Tabel 1 Nilai-nilai parameter dari *magnetic ball levitation* [1][2]

Parameter	Symbol	Nilai
Ball diameter	$D_k$	12.7e-3m
Ball mass	$M$	0.0084kg
Jarak dari dasar	$T_d$	0.0019 m
Batas jarak = 0.0019 - $D_k$	$L$	0.0063 m
Viscose friction	$k_{fv}$	0.02 N.s/m
Gravity Acceleration constant	$G$	9.81m/s <sup>2</sup>
Aggregated coil constant	$k_F$	0.606x10 <sup>-6</sup> N/V
Converter gain	$K_{DA}$	10
Coil bias	$x_{L0}$	8.26x10 <sup>-3</sup> m
Position sensor constant	$k_x$	797.4603
Analog to digital converter gain	$K_{AD}$	0.2
Maximum DA converter output voltage	$U_{Dam}$	5 V
Coil resistance	$R_c$	3.5 $\Omega$
Coil inductance	$L_c$	30x10 <sup>-3</sup> H
Current sensor gain	$K_s$	13.33
Power amplifier gain	$K_{am}$	100

Setelah mensubstitusikan nilai-nilai parameter dari *magnetic ball levitation* dari Tabel 1, *state space* (2) menjadi :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{19.62}{(0.00826 - x_{1ss})} & -2.381 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{0.53206}{(0.00826 - x_{1ss})} \end{bmatrix} U_D \quad (3)$$

$$y = \begin{bmatrix} 159.49206 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

#### Perancangan Pengendali LQR[7][8]

Untuk perancangan kendali optimal LQR, dimulai dengan pendekatan persamaan *state space* (3). Untuk mendapatkan nilai  $x_{1ss}$  dapat diperoleh dengan cara :

$$[0 - (0.019 - \text{ball diameter})] = [0 - 0.0063]m .$$

$$\text{Sehingga } x_{1ss} = \frac{[0 - 0.0063]}{2} = 0.00315m \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3839.53 & -2.381 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 104.12 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} 159.49206 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sehingga dari persamaan *state space* di atas diketahui matriks A, B, C, D sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3839.53 & -2.381 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 104.12 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} 159.49206 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$D = [0] \quad (10)$$

Dengan menggunakan *Software* MATLAB nilai konstanta umpan balik K akan di dapatkan dengan memasukkan program ke dalam M-File seperti berikut [7][8]:

$$[K, S, e] = lqr(sys, Q, R, N) \quad (11)$$

Dimana, penentuan matriks pembobot Q dan R berpedoman pada [7][8] :

- Semakin besar harga matriks Q, maka akan memperbesar harga elemen matriks gain kendali dan mempercepat sistem mencapai *steady state*.
- Semakin besar harga matriks R, maka akan memperkecil harga elemen matriks gain kendali dan memperlambat sistem mencapai *steady state*.

Untuk melakukan perhitungan kendali optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dapat dilakukan dengan memasukan persamaan *state space* pada *Software* Matlab hingga mendapatkan matriks Q dan R yang optimal dengan cara *trial and error* seperti gambar 2 berikut:

```

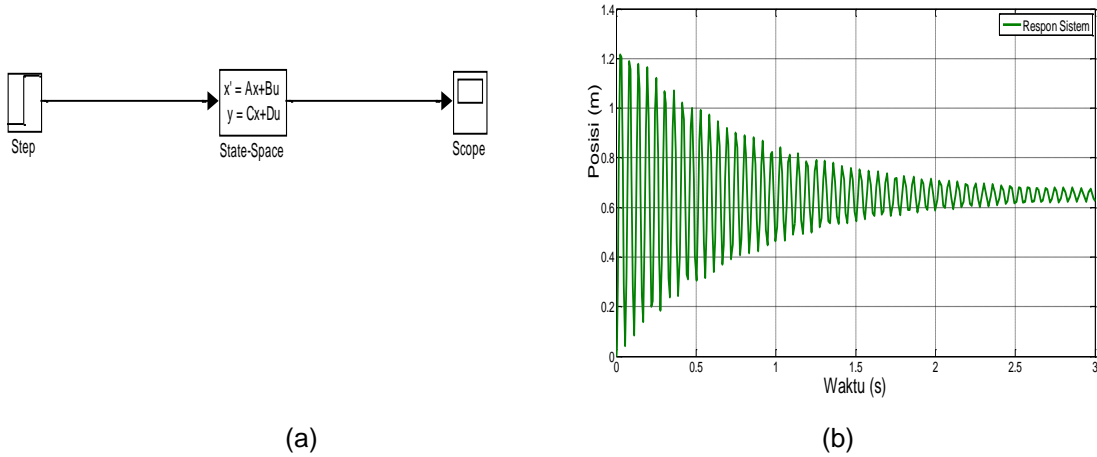
Editor - C:\Users\Acer V5\Downloads\Contacts\Documents\MATLAB\levi.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons] 1.0 + ÷ 1.1 x %>% %>% i
1 - A=[0 1; 3839.53 -2.381];
2 - B=[0; 104.12];
3 - C=[159.49206 0];
4 - D=[0];
5 - R=[0.1];
6 - Q=[2407.8 0; 0 0];
7 - N=[0];
8 - sys =ss(A, B, C, D);
9 - [K, S, e] =lqr(sys, Q, R, N)
    
```

Gambar 2. Program simulasi LQR menggunakan M-File

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### Hasil Simulasi Sistem *Maglev Ball* Secara Open Loop

Hasil simulasi sistem *maglev ball* secara *open loop* sesuai dengan model matematis sistem yang ditunjukkan pada persamaan (3) dapat disimulasikan seperti Gambar 2(a), dan hasil respon sistem ditunjukkan pada Gambar 2(b).

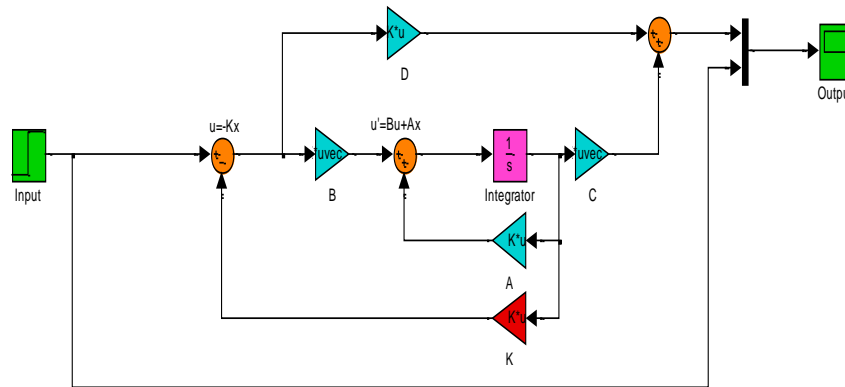


Gambar 3. (a) Program Simulasi Sistem *Maglev Ball* Secara Open Loop (b) Hasil Respon Sistem *Maglev Ball* Secara Open Loop

Berdasarkan Gambar 3 diketahui bahwa respon sistem sangat tidak stabil, hal ini ditunjukkan dengan banyaknya osilasi yang terjadi. Kemudian sistem tidak mampu menjejaki *setpoint* yang diberikan yaitu sebesar 0.5, dan berdasarkan hasil simulasi juga dapat dipastikan model matematis yang dirujuk dari penelitian sebelumnya valid karena respon menunjukkan hasil yang sama.

#### Hasil Simulasi Sistem *Maglev Ball* dengan Pengendali LQR

Program simulasi pengendali LQR yang diterapkan pada sistem *Maglev Ball* ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Program Simulasi Pengendali LQR pada Sistem *Maglev*

Untuk melakukan simulasi pengendalian posisi menggunakan kendali LQR dibutuhkan matriks Q dan R yang optimal. Untuk mendapatkan matriks Q dan R yang optimal dilakukan dengan cara menetapkan matriks R bernilai konstan yaitu 0.1 dan matriks Q diperoleh dengan metode

heuristic dengan panduan matriks  $Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Penerapan metode Heuristic untuk

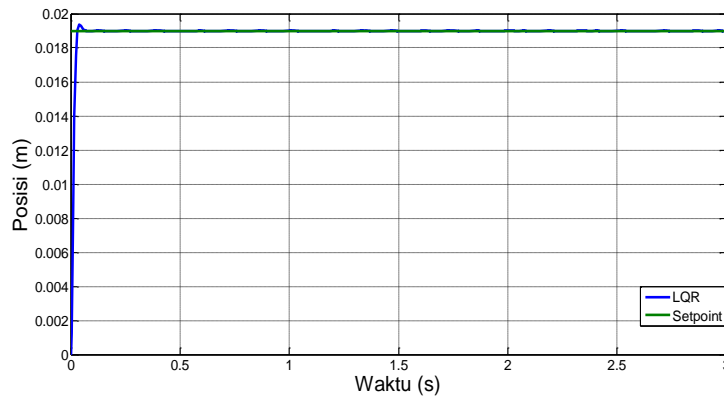
mendapatkan nilai Q disajikan pada Tabel 2

Tabel 2. Pencarian nilai Q yang optimal berdasarkan metode heuristic.

No.	Nilai	Nilai Matriks	Nilai Matriks K	Analisa IAE
-----	-------	---------------	-----------------	-------------

	Matriks Q	R		
1.	1.Z	0.1	[ 73.8874 1.1687]	0.1863
2.	10.Z	0.1	[75.0839 1.1783]	0.1788
3.	100.Z	0.1	[85.4542 1.2585]	0.1288
4.	1000.Z	0.1	[143.4586 1.6373]	0.02825
5.	2000.Z	0.1	[183.0261 1.8523]	0.005386
6.	3000.Z	0.1	[213.9631 2.0046]	0.005859
7.	4000.Z	0.1	[240.2472 2.1255]	0.01246
8.	3500.Z	0.1	[227.5586 2.0680]	0.009498
9.	3250.Z	0.1	[220.8864 2.0371]	0.007779
10.	2500.Z	0.1	[199.2331 1.9335]	0.001231
11.	2250.Z	0.1	[191.3423 1.8944]	0.002075
12.	2400.Z	0.1	[196.1237 1.9182]	0.0003306
13.	2401.Z	0.1	[196.1551 1.9184]	0.0003194
14.	2402.Z	0.1	[196.1865 1.9185]	0.0003083
15.	2403.Z	0.1	[196.2179 1.9187]	0.0002973
16.	2404.Z	0.1	[196.2493 1.9188]	0.0002862
17.	2405.Z	0.1	[196.2807 1.9190]	0.0002751
18.	2406.Z	0.1	[196.3120 1.9191]	0.0002641
19.	2407.Z	0.1	[196.3434 1.9193]	0.0002531
20.	2408.Z	0.1	[196.3747 1.9195]	0.0002468
21.	2409.Z	0.1	[196.4061 1.9196]	0.0002577
22.	2410.Z	0.1	[196.4374 1.9198]	0.0002685
23.	2408.1.Z	0.1	[196.3465 1.9193]	0.0002479
24.	2408.2.Z	0.1	[196.3496 1.9193]	0.0002492
25.	2407.9.Z	0.1	[196.3528 1.9193]	0.000246
26.	2407.8.Z	0.1	[196.3559 1.9194]	0.0002449
27.	2407.7.Z	0.1	[196.3590 1.9194]	0.0002455
28.	2407.6.Z	0.1	[196.3622 1.9194]	0.0002466

Berdasarkan metode heuristik yang telah dilakukan diperoleh matriks Q yang paling optimal yaitu 2407.8 karena nilai IAE minimum yaitu 0.0002449. Sehingga dilakukan perancangan pengendali LQR dengan menggunakan nilai matriks Q optimal yaitu 2407.8 dan matriks R= 0.1. Hasil responnya ditunjukkan pada Gambar 5



Gambar 5. Hasil Respon Sistem *Maglev Ball* Menggunakan Pengendali LQR

Hasil analisa respon ditunjukkan pada Tabel 3.

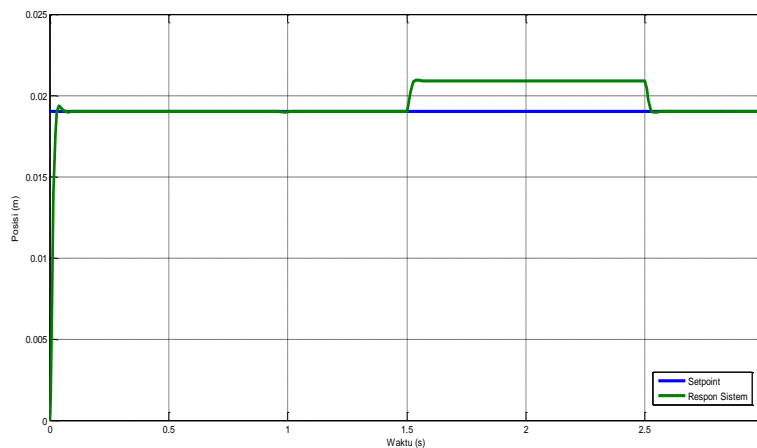
Tabel 3. Analisa Respon Sistem *Maglev Ball* Menggunakan Pengendali LQR

Analisa Respon	Kendali Optimal LQR
$t_d$	0.0093 detik
$t_r$	0.0209 detik
$t_p$	0.0194 rad/s
$t_s$	0.0698 detik
$M_p$	2.1052%
IAE	0.0002449
Ess	0

Berdasarkan tabel 3 hasil analisa respon sistem ditunjukkan bahwa kendali optimal LQR dapat mencapai *Setpoint* yang diinginkan. Respon sistem menggunakan pengendali dalam mencapai *Setpoint* dengan waktu yang dicapai pada keadaan *Steady State* adalah 0.0698 detik.

**Hasil Simulasi Sistem *Maglev Ball* dengan Pengendali LQR dengan Gangguan**

Hasil pengujian sistem *maglev ball* dan pengendali LQR dengan gangguan ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Hasil Respon Sistem *Maglev Ball* dengan Gangguan

Pada Gambar 6 menunjukkan bahwa ketika sistem diberikan gangguan sebesar 10% dari harga input pada detik ke 1.5 sampai detik ke 2.5, terlihat bahwa pengendali hanya terganggu pada detik yang diinginkan yaitu detik ke 1.5 sampai detik ke 2.5 dengan total *time sampling* 3 detik. Kemudian respon sistem dapat kembali mengikuti nilai *Setpoint* yang diberikan dan sistem kembali ke *setpoint*.

#### 4. Kesimpulan

1. Pengendalian posisi pada sistem *magnetic levitation ball* menggunakan kendali optimal LQR dapat mencapai *setpoint* secara optimal dan stabil, hal ini dibuktikan dari hasil simulasi yang menunjukkan nilai IAE terkecil.
2. Pengendalian posisi pada sistem *magnetic levitation ball* menggunakan kendali optimal LQR untuk harga pembobot matriks Q dibuat lebih besar agar respon sistem lebih cepat mencapai *Setpoint* yang diberikan dengan harga pembobot matriks R=0.1 dan matriks pembobot Q yang optimal dalam penentuan indeks performansi terkecil IAE yaitu pada Q

$$= \begin{bmatrix} 2407 & .8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan didapatkan nilai IAE minimum yaitu } 0.0002449 \text{ dengan pencapaian}$$

waktu akhir berdasarkan analisa respon waktu pada saat memasuki daerah stabil yaitu  $T_s = 0.0698$  detik dan nilai  $K = [196.3685 \quad 1.9194]$  Selain itu, kendali optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) pada *magnetic levitation ball* ini mampu mengatasi gangguan yang terjadi berupa sinyal *Step* yaitu pada percobaan detik ke 1.5 sampai detik ke 2.5 dengan  $Ess = 0.0019$

#### 5. Ucapan Terimakasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada mahasiswa : Elsi Novianti yang telah membantu melaksanakan penelitian ini

#### 6. Daftar Pustaka

- [1] Williams, Lance. "Electromagnetic Levitation Thesis". 2005
- [2] Wibowo Dwi Basuki." Pemodelan dan Simulasi Sistem Control Magnetic Levitation Ball", Jurusan Teknik Mesin-FT, Universitas Diponegoro, Semarang, 2011
- [3] Kurniawan, Rahmat Andi. "Pengendalian Posisi Sistem Magnetic Lavitation Ball Menggunakan PID Gain Scheduling". Jurusan Teknik Elektro, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2016
- [4] Abu Nasr Mohamed S "Fuzzy Gain Scheduling Control For Non-Linear Systems", The Islamic University of Gaza, 2013
- [5] A.K.Mishra, R.Raina, dkk. "Modeling and Simulation of Levitating Ball by Electromagnet using Bond Graph", Indian Institute of Technology Patna, 2013
- [6] C.Chen, Y.Sun. dkk. " Design of Magnetic Levitation Ball Control Based on Co-simulation of SIMULINK and ADAMS", College of Logistics Engineering, Shanghai Maritime University, China, 2016
- [7] Lewis Frank L and Syrmos, Vassilis L. "Optimal Control", John Wiley dan Sons, Inc, 1995
- [8] Sevcik, Keith. "Model Reference Adaptive Control". Drexel University. Philadelphia. 2014