*Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi dan Industri (SNTIKI-10)* *ISSN (Printed) : 2579-7271*
*Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau* *ISSN (Online ) : 2579-5406*
*Pekanbaru,13 November 2018*

# Metode Iterasi Dua Langkah Satu Parameter Untuk Penyelesaian Persamaan Nonlinear

**M. N. Muhaijir[1], Aljarizi[2], M.Soleh[3], Riry Sriningsih[4]**
[1,2,3]Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
[4]Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan IPA, Universitas Negeri Padang
Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar Barat, Padang, Sumatra Barat
e-mail: *m.nizam.muhaijir@uin-suska.ac.id, msoleh@uin-suska.ac.id, rirysriningsih@fmipa.unp.ac.id*

### *Abstrak*

*Makalah ini membahas metode iterasi dua langkah varian dari metode Newton berdasarkan rata-rata Centroidal dengan satu parameter untuk memecahkan persamaan nonlinear yang memiliki akar sederhana. Berdasarkan hasil penilitan diperoleh bahwa metode yang dihasilkan mempunyai orde konvergensi empat dengan indeks efisiensi* $4^{\frac{1}{4}} \approx 1.5874$ *. Selain itu, nilai-nilai dari konstanta kesalahan asymptotic konvergensi ditentukan. Hasil analitik telah diverifikasi dengan menggunakan masalah numerik yang relevan. Metode baru yang diperoleh memiliki keuntungan untuk mengevaluasi hanya turunan pertama dan jumlah iterasi yang lebih sedikit untuk mencapai akar-akar yang diinginkan. Perbandingan efisiensi metode ini dengan metode Newton, metode Weerakon-Fernando, metode Newton-Steffensen, dan metode Homeier juga disertakan. Simulasi numerik menunjukkan metode hasil modifikasi memiliki kefektifan dalam menyelesaikan persamaan nonlinear variabel tunggal.*

***Kata kunci:*** *Metode Newton, metode varian Newton, persamaan nonlinear, rata-rata Centroidal*

### *Abstract*

*This paper discusses a two-step iteration method variant of the Newton method based on Centroidal mean with one parameter to solve nonlinear variables that have simple roots. Based on the results of research it was found that the resulting method had a four convergence order with an efficiency index. In addition, the values of the asymptotic convergence error constants are determined. Analytic results have been verified using relevant numerical problems. The new method obtained has the advantage of evaluating only the first derivative and the number of fewer iterations to reach the desired roots. Comparison of the efficiency of this method with the Newton method, the Weerakon-Fernado method, the Newton-Steffensen method, and the Homeier method are also included. Numerical simulations show that the modified method has effectiveness in solving single variable nonlinear equations.*

***Keywords***: *Equation of nonlinear, Centroidal mean, Newton's method, variant of Newton's method*

## 1. Pendahuluan

Penyelesaian persamaan nonlinear variabel tunggal secara efisien merupakan pertimbangan penting dalam analisis numerik dan mempunyai banyak aplikasi dalam bidang sains dan teknik. Menentukan penyelesaian persamaan tersebut tidak selalu dapat dilakukan dengan metode analitik. Untuk mengatasi masalah ini, metode yang biasa digunakan adalah metode iterasi yaitu dengan melakukan perhitungan komputasi yang berulang. Salah satu metode iterasi yang paling banyak digunakan adalah metode Newton yang memiliki orde konvergensi kuadratik [4] dengan bentuk umum

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \text{ dan } f'(x) \neq 0. \tag{1}$$

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika, banyak peneliti mengembangkan metode iterasi dengan memodifikasi metode-metode iterasi yang sudah ada. Pengembangan metode iterasi ini bertujuan untuk mendapatkan suatu metode iterasi yang yang lebih efektif dan efisien. Cara yang sering digunakan untuk mendapatkan metode iterasi yang lebih efektif dan efisien adalah dengan penambahan langkah. Beberapa modifikasi metode iterasi dengan penambahan langkah dapat dilihat pada [1, 7-11]. Weerakon dan Fernando [13] memodifikasi persamaan (1) menggunakan aturan trapesium dan mendapatkan metode iterasi dalam bentuk

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(y_n)}, \tag{2}$$

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online ) : 2579-5406

dengan

$$y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \tag{3}$$

yang memiliki orde konvergensi tiga [13]. Selanjutnya, Sharma [12] mengkombinasikan metode Newton dengan metode Steffensen [12] dan diperoleh metode iterasi baru dengan orde konvergensi tiga [12] yang dikenal dengan metode Newton-Steffensen dengan bentuk iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)^2}{f'(x_n)(f(x_n) - f(y_n))}, \tag{4}$$

dengan $y_n$ diperoleh dari persamaan (3). Kemudian, Homeier [6] juga melakukan modifikasi persamaan (1) dengan melibatkan interpolasi sehingga diperoleh metode iterasi dengan bentuk umum

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{2}\left(\frac{1}{f'(x_n)} + \frac{1}{f'(y_n)}\right), \tag{5}$$

yang memiliki orde konvergensi orde tiga [6] dan nilai $y_n$ diperoleh berdasarkan persamaan (3). Pada artikel ini, penulis menkontruksi metode iterasi baru yang merupakan kombinasi dari metode Newton dan Weerakoon-Fernando dengan melibatkan rata-rata Centroidal.

## 2. Metodelogi dan Bahan Penelitian

Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan mengumpulkan data dan informasi terhadap materi-materi yang berkaitan dengan penelitian yang bersumber dari beberapa buku dan artikel dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mendefinisikan ulang bentuk iterasi metode Weerakon-Fernando dengan menggunakan rata-rata Centroidal.
2. Mengaproksimasi $f'(y_n)$ persamaan yang diperoleh pada langkah 1 menggunakan teknik yang digunakan oleh Chun dan Ham [3].
3. Menentukan metode iterasi baru hasil modifikasi dan banyaknya evaluasi fungsi yang digunakan.
4. Menentukan orde konvergensi dan indeks efisiensi dari metode iterasi hasil modifikasi.
5. Membuat simulasi numerik dengan bantuan *software* Maple 13.

Selanjutnya, bagian ini juga menyajikan beberapa definisi dan teorema dasar yang dibutuhkan sebagai landasan teori untuk uraian-uraian pada bagian berikutnya. Adapun definisi dan teorema tersebut disajikan berikut ini.

**Definisi 1 (Orde Konvergensi)** [2] Sebuah barisan iterasi $\{x_n \mid n \geq 0\}$ dikatakan konvergen dengan orde $p \geq 1$ ke $\alpha$ jika

$$|\alpha - x_{n+1}| \leq c|\alpha - x_n|^p, \quad n \geq 0,$$

untuk suatu konstanta $c > 0$. Jika $p = 1$, maka barisan disebut konvergen linear ke $\alpha$.

**Definisi 2 (*COC*)** [13] Misalkan $\alpha$ adalah akar persamaan nonlinear $f(x)$, dan andaikan $x_{n-1}$, $x_n$, $x_{n+1}$ adalah tiga iterasi berturut-turut yang cukup dekat ke akar $\alpha$. Maka *computational order of convergence* (*COC*) dapat diaproksimasi menggunakan rumus

$$COC \approx \frac{\ln|(x_{n+1} - \alpha)/(x_n - \alpha)|}{\ln|(x_n - \alpha)/(x_{n-1}) - \alpha|}.$$

**Definisi 3 (Indeks Efisiensi)** [5] Misalkan $q$ adalah banyak evaluasi fungsi yang dibutuhkan oleh suatu metode iterasi. Efisiensi dari metode tersebut dihitung dengan indeks efisiensi yang didefinisikan sebagai $p^{1/q}$ , dengan $p$ adalah orde konvergensi dari metode tersebut.

## 3. Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini, metode iterasi persamaan (2) dan (3) ditulis ulang menjadi metode iterasi dalam bentuk

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{\left(\frac{f'(x_n) + f'(y_n)}{2}\right)} \tag{6}$$

Jika menganggap $a = f'(x_n)$ dan $a = f'(y_n)$, maka rata-rata Centroidal diterapkan pada persamaan (6) diperoleh bentuk

$$x_{n+1} = x_n - \frac{3f(x_n)(f'(x_n) + f'(y_n))}{2(f'(x_n)^2 + f'(x_n)f'(y_n) + f'(y_n)^2)} \tag{7}$$

Nilai $f'(y_n)$ pada persamaan (7) diaproksimasi mengunakan teknik yang digunakan oleh Chun dan Ham [3] dengan bentuk

$$f'(y_n) \approx \frac{f'(x_n)(f(x_n) + (\beta - 2)f(y_n))}{f(x_n) + \beta f(y_n)} \tag{8}$$

Selanjutnya, persamaan (8) disubsitusikan ke persamaan (7) dengan $y_n$ diperoleh dari persamaan (3) sehingga diperoleh bentuk iterasi berikut

$$\left.\begin{aligned} y_n &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \\ x_{n+1} &= x_n - \frac{3f(x_n)(f(x_n) + \beta f(y_n))(f(x_n) + (\beta - 1)f(y_n))}{f'(x_n)(3f(x_n)^2 + (3\beta^2 - 6\beta + 4)f(y_n)^2 + 6(\beta - 1)f(x_n)f(y_n))} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Persamaan (9) merupakan metode iterasi baru dua langkah yang merupakan pengembangan dari metode Weerakoon-Fernando [13]. Berikut ditunjukkan orde konvergensi metode iterasi persamaan (9) yang disajikan pada Teorema 4.

**Teorema 4 (Kekonvergenan Metode Iterasi)** Misalkan $f : I \subset R \to R$ fungsi yang mempunyai turunan pada interval terbuka *D*. Selanjutnya asumsikan bahwa α adalah akar sederhana dari persamaan $f(x) = 0$. Misalkan diberikan tebakan awal $x_0$ cukup dekat ke α, maka untuk nilai $\beta = -\frac{4}{3}$ metode iterasi persamaan (9) mempunyai orde konvergensi empat dan memenuhi persamaan *error*:

$$e_{n+1} = \left(\frac{13}{9}c_3^2 - c_2c_3\right)e_n^4 + O(e_n^5),$$

dengan $c_j = \frac{f^{(j)}(\alpha)}{j!\,f'(\alpha)}$, $j \geq 1$ dan $e_n = x_n - \alpha$ .

**Bukti.** Untuk menganalisis kekonvergenan persamaan (10), Misalkan *α* adalah akar sederhana dari persamaan $f(x) = 0$ dan $e_n$ adalah *error* pada iterasi ke-*n*, maka $e_n = x_n - \alpha$ dan $f(\alpha) = 0$. Dengan menggunankan ekspansi Taylor untuk $f(x_n)$ di sekitar $x_n = \alpha$ dan mengabaikan suku yang memuat $(x_n - \alpha)^j$, dengan $j \geq 5$ diperoleh

$$f(x_n) = f(\alpha) + f'(\alpha)(x_n - \alpha) + \frac{1}{2}f''(\alpha)(x_n - \alpha)^2 + \cdots + O((x_n - \alpha)^5). \tag{10}$$

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online ) : 2579-5406

Oleh karena $c_j = \dfrac{f^{(j)}(\alpha)}{j!\, f'(\alpha)}$ dengan $j = 1, 2, \ldots, 5$ dan $e_n = x_n - \alpha$, sehingga setelah penyederhanaan persamaan (10) dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$f(x_n) = f'(\alpha)(e_n + c_2 e_n^2 + c_3 e_n^3 + c_4 e_n^4 + O(e_n^5)), \tag{11}$$

dan

$$f'(x_n) = f'(\alpha)(1 + 2c_2 e_n + 3c_3 e_n^2 + 4c_4 e_n^3 + O(e_n^4)). \tag{12}$$

Persamaan (11) dibagi oleh persamaan (12) diperoleh

$$\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = e_n - c_2 e_n^2 + \left(2c_2^2 - 2c_3\right)e_n^3 + (-3c_4 + 7c_2c_3 - 4c_2^3)e_n^4 + O(e_n^5). \tag{13}$$

Persamaan (13) disubstitusikan ke langkah pertama persamaan (9), setelah disederhanakan diperoleh

$$y_n = \alpha + c_2 e_n^2 + \left(2c_2^2 - 2c_3\right)e_n^3 + (3c_4 - 7c_2c_4 + 4c_2^3)e_n^4 + O(e_n^5). \tag{14}$$

Kemudian, $f(y_n)$ diperoleh menggunakan ekspansi deret Taylor di sekitar $y_n = \alpha$ dan setelah disederhanakan menjadi

$$f(y_n) = f'(\alpha)\left(c_2 e_n^2 + (2c_3 - 2c_2^2)e_n^3 + (3c_4 - 7c_2c_3 + 5c_2^3)e_n^4 + O(e_n^5)\right). \tag{15}$$

Berdasarkan persamaan (11) dan (15) diperoleh hasil dari pembilang dan penyebut persamaan (9) secara berturut-turut dinotasikan dengan $N_1$ dan $N_2$ dalam bentuk

$$N_1 = f'(\alpha)\left(3e_n^3 + (6\beta c_2 + 6c_2)e_n^4 + O(e_n^5)\right). \tag{16}$$

dan

$$N_2 = f'(\alpha)\left(3e_n^2 + 6\beta c_2 e_n^3 + (13c_2^2 - 6c_3 + 3\beta^2 c_2^2 - 12\beta c_2^2 + 12\beta c_3)e_n^4 + O(e_n^5)\right). \tag{17}$$

Pembagian persamaan (16) dengan persamaan (17) diperoleh

$$\frac{N_1}{N_2} = e_n + \left(-\frac{4}{3}c_2^2 - \beta c_2^2\right)e_n^3 + \left(\frac{17}{3}\beta c_2^3 - 4\beta c_2c_3 - \frac{13}{3}c_2c_3 + \frac{13}{3}c_2^3 + \beta^2 c_2^3\right)e_n^4 + O(e_n^5). \tag{18}$$

Persamaan (18) disubstitusikan ke langkah kedua persamaan (9) menghasilkan

$$x_{n+1} = \alpha + \left(\frac{4}{3}c_2^2 + \beta c_2^2\right)e_n^3 + \left(4\beta c_2c_3 - \frac{17}{3}\beta c_2^3 + \frac{13}{3}c_2c_3 - \frac{13}{3}c_2^3 - \beta^2 c_2^3\right)e_n^4 + O(e_n^5). \tag{19}$$

\Selanjutnya, jika diambil $\beta = -\dfrac{4}{3}$, maka persamaan (19) menjadi

$$x_{n+1} = \alpha + \left(\frac{13}{9}c_3^2 - c_2c_3\right)e_n^4 + O(e_n^5). \tag{20}$$

Oleh karena $e_{n+1} = x_{n+1} - \alpha$, berdasarkan persamaan (20) diperoleh

$$x_{n+1} = \left(\frac{13}{9}c_3^2 - c_2c_3\right)e_n^4 + O(e_n^5). \tag{21}$$

Berdasarkan Definisi 1 dan persamaan (21) dapat dilihat bahwa orde konvergensi adalah empat, sehingga Teorema 4 terbukti.

Simulasi numerik dilakukan untuk membandingkan banyak iterasi metode yang diperoleh pada persamaan (9) yang selanjutnya dikenal dengan metode dua langkah satu

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online ) : 2579-5406

parameter (MDLSP) dengan beberapa metode, seperti metode Newton (MN), metode Weerakon-Fernando (MWF), metode Newton-Steffensen (MNS), dan metode Homier (MH) dalam menemukan akar persamaan nonlinear $f(x)=0$. Simulasi ini dilakukan menggunakan program Maple 13 dengan kriteria pemberhentian program jika $\left|f(x_{n+1})\right| \le \varepsilon$ atau $\left|x_{n+1}-x_n\right| \le \varepsilon$, dan jumlah iterasi mencapai maksimum iterasi. Sedangkan toleransi yang digunakan adalah $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-100}$. Persaman-persaman nonlinear yang digunakan dalam simulasi ini adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= e^x - 4x^2, && \alpha \in (0.6, 0.8),\\
f_2(x) &= x^3 + 4x^2 - 10, && \alpha \in (1.0, 1.5),\\
f_3(x) &= \sqrt{x} - x, && \alpha \in (0.5, 1.5),\\
f_4(x) &= \sin^2 x - x^2 + 1, && \alpha \in (1.0, 1.5),\\
f_5(x) &= \cos x - x, && \alpha \in (0.5, 1.0),\\
f_6(x) &= (x-1)^3 - 1, && \alpha \in (1.5, 2.5).
\end{aligned}
$$

Selanjutnya, simulasi numerik untuk jumlah iterasi dan *COC* persamaan-persamaan nonlinear di atas dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1 Perbandingan Jumlah Iterasi dan *COC***

| $f(x)$ | $x_0$ | MN | MWF | MNS | MH | MDLSP |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1(x)$ | 0.7 | 8 (2.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| | 0.9 | 7 (2.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| $f_2(x)$ | 1.2 | 7 (2.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (3.00) | 4 (4.00) |
| | 1.4 | 6 (2.00) | 4 (3.00) | 4 (3.00) | 4 (3.00) | 3 (4.00) |
| $f_3(x)$ | 0.7 | 7 (2.00) | 4 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| | 1.7 | 7 (2.00) | 4 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| $f_4(x)$ | 0.5 | 11 (2.00) | 8 (3.00) | 8 (3.00) | 7 (3.00) | 6 (4.00) |
| | 2.0 | 8 (2.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| $f_5(x)$ | 0.2 | 7 (2.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| | 1.2 | 7 (2.00) | 4 (3.00) | 5 (3.00) | 5 (3.00) | 4 (4.00) |
| $f_6(x)$ | 1.1 | 17 (2.00) | 66 (3.00) | 47 (3.00) | 9 (3.00) | 9 (4.00) |
| | 3.1 | 9 (2.00) | 5 (3.00) | 6 (3.00) | 6 (3.00) | 5 (4.00) |

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa hampir secara keseluruhan MDLSP memiliki jumlah iterasi yang lebih sedikit dibandingan dengan metode yang lain. Selanjutnya, pada Tabel 1 juga menunjukkan bahwa secara komputasi MDLSP memupunyai order konvergensi empat, hal ini dapat dilihat bahwa nilai *COC* metode tersebut konvergen ke empat. Tabel 2 menunjukkan perbandingan nilai absolute fungsi yang dihasilkan pada iterasi ke empat yaitu $\left|f(x_4)\right|$ untuk fungsi-fungsi nonlinear yang digunakan dalam simulasi numerik pada Tabel 1.

**Tabel 2 Perbandingan Nilai Absolut Fungsi pada Iteras ke-4 ($\left|f(x_4)\right|$)**

| $f(x)$ | $x_0$ | MN | MWF | MNS | MH | MDLSP |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1(x)$ | 0.7 | 1.05e-10 | 4.82e-55 | 7.02e-54 | 7.14e-84 | 5.84e-155 |
| | 0.9 | 2.32e-14 | 7.40e-74 | 2.08e-72 | 1.40e-124 | 2.40e-211 |
| $f_2(x)$ | 1.2 | 3.11e-16 | 2.71e-83 | 1.97e-85 | 1.07e-132 | 1.37e-466 |
| | 1.4 | 1.40e-27 | 7.70e-141 | 6.95e-143 | 1.56e-177 | 4.64e-111 |

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online ) : 2579-5406

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_3(x)$ | 0.7 | 1.47e-16 | 1.41e-263 | 3.58e-82 | 8.85e-82 | 6.04e-211 |
| | 1.7 | 2.58e-15 | 3.55e-231 | 7.25e-76 | 4.37e-75 | 4.53e-197 |
| $f_4(x)$ | 0.5 | 1.45e-01 | 7.84e-03 | 3.04e-02 | 8.47e-11 | 1.22e-14 |
| | 2.0 | 2.91e-08 | 1.49e-41 | 8.30e-41 | 1.37e-73 | 2.79e-114 |
| $f_5(x)$ | 0.2 | 6.41e-13 | 1.38e-77 | 1.42e-65 | 5.53e-75 | 6.92e-176 |
| | 1.2 | 1.20e-17 | 1.95e-103 | 1.05e-89 | 3.61e-87 | 9.77e-238 |
| $f_6(x)$ | 1.1 | 9.69e-02 | 9.99e-01 | 9.99e-01 | 3.85e-00 | 1.10e-01 |
| | 3.1 | 7.34e-04 | 3.94e-17 | 1.65e-18 | 2.70e-31 | 9.46e-49 |

Tabel 2 menunjukkan bahwa hampir keseluruhan kasus yang digunakan, MDLSP mempunyai nilai fungsi lebih kecil dibandingakan dengan metode Newton (MN), metode Weerakon-Fernando (MWF), metode Newton-Steffensen (MNS), dan metode Homeier (MH).

## 4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh bahwa metode iterasi baru yang dikembangkan memiliki orde konvergensi empat dengan melibatkan tiga evaluasi fungsi yaitu $f(x_n)$, $f'(x_n)$, dan $f(y_n)$ pada setiap iterasinya. Dengan demikian, metode baru ini memiliki indeks efisiensi $4^{\frac{1}{4}} \approx 1.5874$ lebih besar jika dibandingkan dengan metode Newton $2^{\frac{1}{2}} \approx 1.4142$, metode Weerakon-Fernando, metode Newton-Steffensen, dan metode Homeier yaitu $3^{\frac{1}{3}} \approx 1.4422$. Simulasi numerik memperlihatkan bahwa untuk beberapa fungsi nonlinear yang digunakan, MDLSP memiliki nilai fungsi yang lebih kecil dibandingkan metode lain, seperti MN, MWF, MNS, dan MH.

**Daftar Pustaka**

1. Arif, M., Muhaijir, M. N., Metode Iterasi Tiga Langkah dengan Orde Konvergensi Enam untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear, *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 2 (2), 2016, 74–80.
2. Atkinson, K. E., *An Introduction to Numerical Analysis, Second Edition*, John Wiley & Son, Inc., New York, 1989, Hal. 56.
3. Chun, C. and Ham, Y. M., Some Fourth-Order Modifications of Newton's Method, *Applied Mathematics and Computation*, 197, 2008, 654–658.
4. Dukkipati, R. V., *Numerical Method*, New Age International (p) Limited, New Delhi, 2010, Hal. 83.
5. Gautschi, W., *Numerical Analysis, Second Edition*, Birkhauser, New York, 2012, Hal. 261.
6. Homeier, H. H. H., A Modified Newton Method for Root Finding with Cubic Convergence, *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 157, 2003, 227–230.
7. Muhaijir, M. N., Imran, M., and Gamal, M. D. H., Variants of Chebyshev's Method with Eight-Order Convergence for Solving Nonlinear Equations, *Applied and Computational Mathematics*, 5 (6), 2016, 247–251.
8. Muhaijir, M. N. dan Djumadila, S. A., Penyelesaian Persamaan Nonlinear Menggunakan Metode Iterasi Tiga Langkah, *Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi dan Industri 9*, 2017, 598–603.
9. Muhaijir, M. N. dan Arif, M., Metode Iterasi Konvergensi Enam untuk Menyelesaikan Persamaan Nonliear, *Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi dan Industri 9*, 2017, 635–641.
10. Muhaijir, M. N., Imran, M., and Gamal, M. D. H., Variants of Chebyshev Method with Ninth-Order for Solving Nonlinear Equations, *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 13 (10), 2017, 7331–7338.
11. Muhaijir, M. N., Soleh, M., and Safitri, E., New Modification of Chebyshev's Method with Seventh-Order Convergence, *Applied Mathematical Sciences*, 11 (47), 2017, 2341–2350.
12. Sharma, J. R., A Composite Third Order Newton-Steffensen Method for Solving Nonlinear Equations", *Applied Mathematics and Computation*, 169, 2005, 242–246.
13. Weerakon, S. and Fernando, T. G. I., A Variant of Newton's Methods with Accelarated Third Order Convergence, *Applied Mathematics Letters*, 13, 2000, 87–93.