

# Pemodelan Online dan Pengaturan Kecepatan Motor DC Menggunakan *Linear Quadratic Regulator* Secara Real-Time

**Bofy Panji Prayudha, Zulfatman Has, Ermanu A. Hakim**

Departemen Teknik Elektro  
Universitas Muhammadiyah Malang  
Jl. Raya Tlogomas No. 246, Malang  
Telepon: +62341-464318 Ext. 129, Fax: +62341-460782  
Corresponding author: zulfatman@umm.ac.id

## **Abstrak**

Salah satu metode pemodelan matematis yang sesuai untuk sebuah sistem dinamis yang parameter dan ketaklinierannya tidak diketahui adalah identifikasi sistem. Jika sistem dijalankan secara real-time, maka pilihan pemodelan yang lebih baik adalah pemodelan online, agar model yang diperoleh lebih akurat. Sehingga, parameter kontrol yang dirancang juga lebih akurat. Tujuan dari studi ini adalah memodelkan motor DC secara online menggunakan metode Recursive Least Square (RLS) dan merancang teknik kontrol berupa Linear Quadratic Regulator (LQR). Pada studi ini, pengambilan dan pengiriman data menggunakan Arduino Mega 2560. Data yang dikirim akan diterima oleh perangkat lunak identifikasi pada Matlab dan langsung diolah sehingga model diperoleh secara online. Teknik kontrol yang dirancang meliputi sistem kontrol PID dan LQR. Kedua jenis sistem kontrol tersebut digunakan untuk mengontrol kecepatan motor DC secara real-time, dengan membandingkan respon transien dan kesalahan keadaan mantap keluaran motor DC. Dari pengujian yang telah dilakukan didapatkan bahwa pemodelan online dalam menghasilkan model yang lebih akurat. Kemudian dari perbandingan kedua sistem kontrol tersebut, LQR memiliki respon transien dan kesalahan keadaan mantap yang lebih baik dari pada teknik PID.

**Kata kunci:** Motor DC, Pemodelan Online, RLS, LQR, Kendali Real-Time

## **Abstract**

One of appropriate mathematical modeling methods for a dynamic system with unknown parameters and nonlinearities is identification system. If the system is running in real-time, the best choice for modeling is online modeling, in order to provide a more accurate model. Thus, the designed control parameters also more accurate. The purpose of this study is to model the DC motor online using the Recursive Least Square (RLS) method and designing Linear Quadratic Regulator (LQR) control technique. In this study, data logging and delivery employed Arduino Mega 2560. The data would be sent to the identification software in Matlab, and immediately processed so as the model obtained online. The designed control techniques include PID control and LQR. Both types of control systems are used to control the DC motor speed in real-time, by comparing the transient response and steady state error of DC motors output. From the testing that has been done obtained that the online modelling can result more accurate model. Then, from the comparison of both control systems, LQR has transient response and error steady state better than the PID technique.

**Keywords:** DC Motor, Online Modeling, RLS, LQR, Real-Time Control

## **1. Pendahuluan**

Motor DC merupakan salah satu jenis aktuator yang umum digunakan dalam bidang industri, seperti robot industri, mesin CNC, dan lain sebagainya. Sekalipun sudah memiliki kestabilan yang sudah cukup baik dalam hal kecepatan, namun dalam penggunaannya motor DC masih memiliki kelemahan dalam area respon transien dan kesalahan keadaan mantapnya, terutama jika terdapat gangguan dari luar sistem. Sehingga, performanya masih perlu ditingkatkan untuk aplikasinya yang membutuhkan kecepatan yang konstan dan berakurasi tinggi [1][2]. Untuk mendapatkan kondisi tersebut diperlukan sebuah sistem kontrol yang tepat. Untuk mendapatkan sistem kontrol yang tepat diperlukan sebuah model yang akurat bagi

sistem, terlebih jika terjadi perubahan parameter, terdapat dinamika sistem yang tak termodelkan, dan mendapatkan gangguan yang berubah-ubah.

Hal yang lumrah dilakukan untuk memodelkan sebuah sistem dalam area sistem kontrol adalah penggunaan teknik identifikasi sistem secara offline yang bertujuan untuk memodelkan sistem fisik ke dalam bentuk matematis. Namun, teknik identifikasi offline ini berpotensi menghasilkan model yang kurang akurat, karena tidak mengakomodasi perubahan parameter, ketaklinieran, dan gangguan yang terjadi selama sistem berjalan. Selain itu identifikasi sistem secara offline membutuhkan waktu yang lama dalam menguji sejumlah set data untuk mengetahui kestabilan dan akurasi dari model yang estimasi [3]. Bahkan, beragam teknik adaptif dan observer harus dikembangkan untuk sistem kontrol, demi mengakomodasi perubahan parameter, ketaklinieran dan gangguan yang terjadi [4]. Sehingga, teknik identifikasi sistem secara online diperlukan sebagai alternative untuk menghasilkan model yang lebih akurat, yang mampu beradaptasi secara real-time dengan perubahan yang terjadi pada sistem. Konsekuensinya, teknik kontrol yang dirancang dan digunakan dapat lebih disederhanakan [5].

Ada banyak metode kontrol yang sudah diaplikasikan pada pengaturan motor DC baik linier maupun taklinier. Banyak literature yang menggunakan teori kontrol taklinier dikarenakan sistem kontrol linier tidak dapat mengkompensasi perubahan parameter, ketaklinieran dan gangguan pada sebuah sistem secara baik [3]. Namun, teknik kontrol taklinier yang selama ini ada, dikembangkan berdasarkan model sistem yang dimodelkan secara offline [6], yang memiliki struktur lebih kompleks dan algoritma lebih rumit, sehingga sulit untuk diaplikasikan.

Dalam kelas sistem kontrol taklinier, LQR merupakan salah satu algoritma sistem kontrol yang banyak digunakan dalam aplikasi motor DC. Namun, LQR tidak akan dapat menghasilkan respon keluaran yang optimal, jika diterapkan untuk model sistem yang dimodelkan secara offline atau yang sudah dilinierisasi. Sebaliknya bagi model sistem yang dimodelkan menggunakan pemodelan online, penggunaan LQR sudah dianggap cukup memadai untuk memperbaiki respon keluaran sistem, seperti motor DC. Sehingga tujuan dari studi ini adalah memperbaiki respon keluaran, yang berupa kecepatan motor DC dengan memodelkannya secara online menggunakan metode RLS, dan dikendalikan dengan LQR secara real-time.

Selanjutnya artikel ini akan dilengkapi dengan uraian terkait pemodelan motor DC secara online. Berdasarkan pada model ini, maka dideskripsikan rancangan metode pengaturan yang digunakan untuk pengaturan motor DC. Metode pengaturan ini kemudian dilengkapi dengan rancangan dan setup hardware dan software yang digunakan, serta tahapan-tahapan pengujian yang dilakukan. Hasil pengujian kemudian ditampilkan disertai dengan analisis terhadap aspek-aspek yang diuji. Kesimpulan kemudian dihadirkan pada bagian paling akhir yang diturunkan dari analisa yang dikembangkan sebelumnya.

## 2. Metode Penelitian

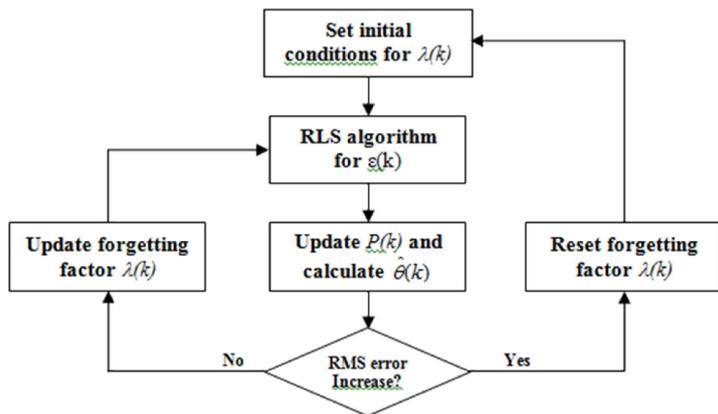
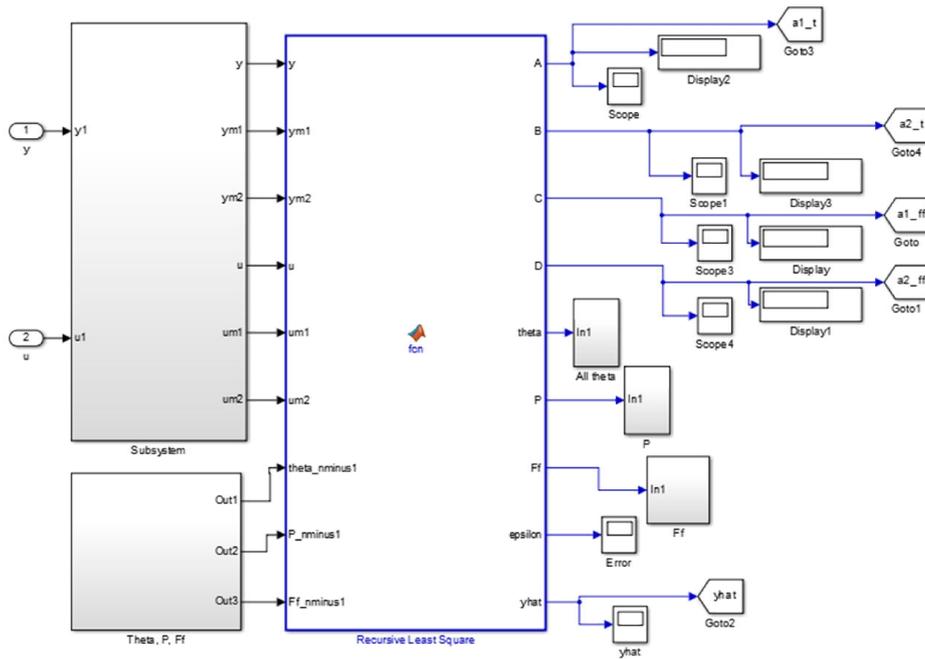
### 2.1. Pemodelan Sistem Motor DC Secara Online Menggunakan Recursive Least Square (RLS)

Perancangan metode RLS dilakukan dengan menetapkan parameter estimasi awal ( $\theta$ ) dengan nol, selanjutnya setiap penambahan data pengukuran akan dikonfirmasi parameter estimasi baru dengan penambahan faktor koreksi. Artinya parameter estimasi awal tidak harus benar, karena pada pengukuran masukan ( $u$ ) dan keluaran ( $y$ ) berikutnya akan digunakan untuk memperbaiki hasil parameter estimasi sebelumnya. Demikian seterusnya sampai data pengukuran terakhir. Perancangan ini bertujuan untuk mendapatkan parameter nilai  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  secara real-time untuk dijadikan sebagai model matematis sistem.

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k) \hat{\theta}(k-1) \dots \dots \dots (1)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} P(k-1) \left[ I_p - \frac{\varphi(k) \varphi^T(k) P(k-1)}{\lambda + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} \right] \dots \dots \dots (2)$$

$$\theta(k) = \theta(k-1) + P(k) \varphi(k) \varepsilon(k) \dots \dots \dots (3)$$

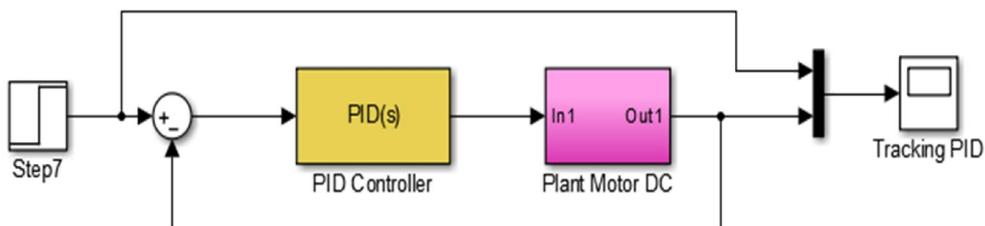


Gambar 1. Blok Simulink RLS dan Proses Update Algoritma RLS

## 2.2. Perancangan Sistem Kontrol

### 2.2.1. Perancangan Pengaturan Propotional Integral Derivative (PID)

Desain pengaturan PID dilakukan untuk penelitian pendahuluan mengenai perubahan respon sistem setelah diberikan sebuah pengaturan konvensional PID. Diagram blok PID ditunjukkan dalam Gambar 2. Adapun untuk setting pengaturan PID menggunakan metode tuning menggunakan MATLAB untuk menentukan nilai yang optimal dari parameter  $K_p$ ,  $K_i$  and  $K_d$  ditetapkan sesuai dengan Tabel 1.



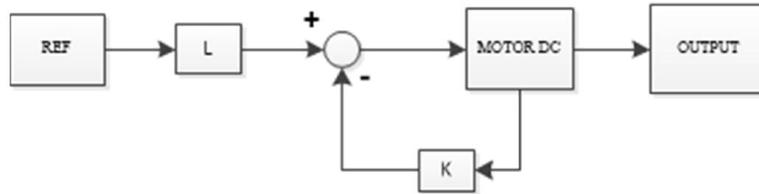
Gambar 2. Blok Simulink Pengaturan PID

Tabel 1. Parameter PID Menggunakan metode tuning MATLAB

ARX 221	
Kp	1.2
Ki	1.6
Kd	0.001

**2.2.2. Perancangan Pengaturan Linear Quadratic Regulator (LQR)**

Perancangan pengaturan Linier Quadratic Regulator (LQR) bertujuan untuk mendapatkan sinyal pengendali  $u(t)$  yang akan memindahkan suatu state sistem linier dari kondisi awal  $x(t_0)$  menuju ke suatu kondisi akhir  $x(t)$  yang akan meminimumkan suatu indeks performansi kuadratik. Pemilihan matriks Q dilakukan secara coba-coba (trial and error) dan untuk matriks R diberikan nilai 1.



Gambar 3. Blok Pengaturan LQR pada Motor DC

Untuk pemilihan matriks Q dan R dilakukan dengan cara coba-coba (trial and error), dengan syarat matriks Q adalah matriks simetri, semidefinite positif dan real ( $Q \geq 0$ ). Matriks Q merupakan matriks berordo 2x2 yang di tulis sebagai persamaan berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

Sedangkan untuk nilai R adalah matriks simetris, definit positif dan real ( $R > 0$ ) matriks. Dalam penelitian ini nilai R di beri nilai 1

$$R=[r] \dots\dots\dots(5)$$

Kemudian menggunakan Persamaan Riccati (6 untuk mendapatkan nilai P, selanjutnya hasil perhitungan persamaan Riccati disubstirusikan ke Persamaan (4)

$$\frac{dP}{dt} = A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \dots\dots\dots(6)$$

$$k(t) = R^{-1}B^T P \dots\dots\dots(7)$$

Permasalahan umum yang ditemui dalam sistem pengaturan adalah tidak hanya bagaimana menstabilkan sistem, tetapi juga bagaimana keluaran sistem dapat mengikuti perubahan referensi (ref) atau set point sepresisi mungkin. Dalam hal ini jika diinginkan keluaran plant mengikuti sebuah sinyal referensi, maka dirancang sebuah sistem menggunakan non-zero set point/tracking atau matriks L, dengan persamaan L dan kombinasi parameter LQR seperti pada persamaan dan tabel berikut:

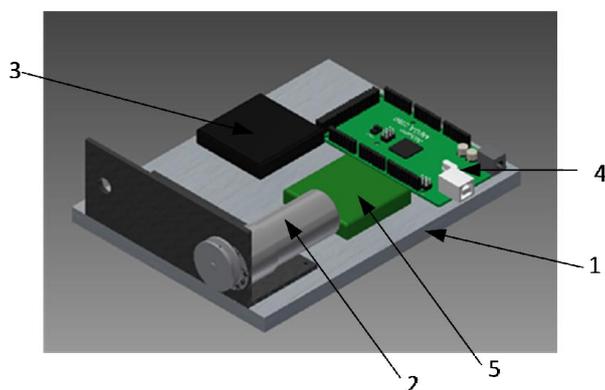
$$L = [C(BK - A)^{-1}B]^{-1} \dots\dots\dots(8)$$

Tabel 2. Nilai Q, K dan L

Nilai Q	K		L
0.00038	2.0237	0.0082	2.9421
0.00039	2.0238	0.0083	2.9617

### 2.3. Experimental Setup

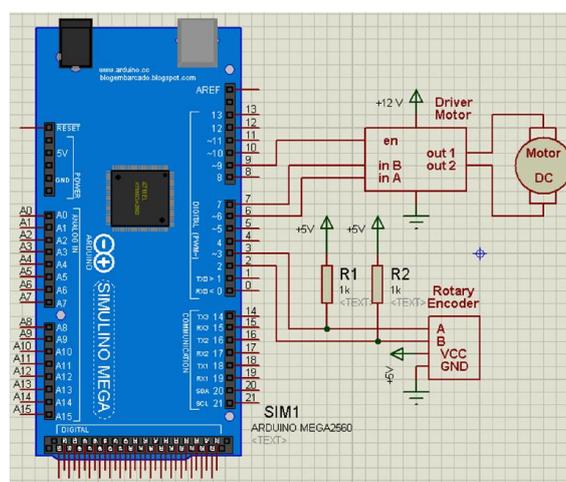
Rancangan mekanik dan elektronik tes rig motor DC pada studi ini memiliki setup dan spesifikasi seperti pada Gambar 4 berikut:



Gambar 4. Rangkaian Mekanik Test Rig Motor DC

1. Papan kayu
2. Motor DC (magnet permanen) + rotary encoder
3. Power suplay
4. Arduino Mega 2560
5. Driver motor

Sementara rangkaian pendukung interface dan elektronik pada test-rig seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5 di bawah ini:



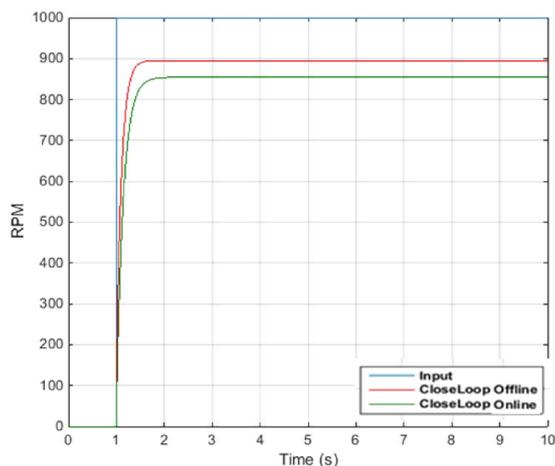
Gambar 5. Rangkaian Hardware Sistem

Interface pada studi ini menggunakan Arduino Mega 2560, yang difungsikan sebagai ADC/DAC.

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### 3.1 Hasil Pengujian Model Offline dan Model Online secara Closed Loop

Berikut ini merupakan hasil pengujian dari model sistem secara online maupun offline, yang menggambarkan dinamika sistem. Model offline diperoleh dengan menggunakan metode identifikasi menggunakan system identification tool pada Matlab, sementara online model menggunakan RLS. Hasil pengujian dari kedua model tersebut sebagaimana terlihat pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Perbandingan respon keluaran system closed loop untuk model online dan offline

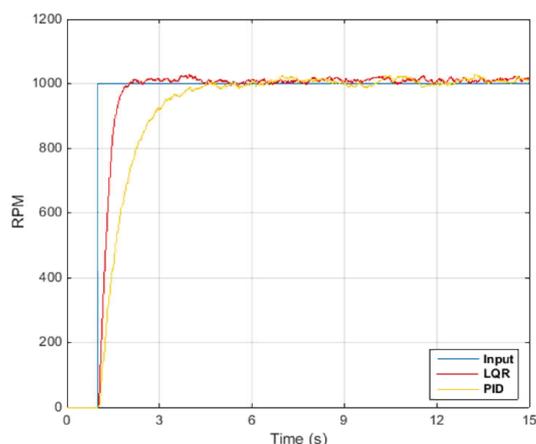
Hasil pengujian pada Gambar 6 menunjukkan bahwa terdapat perbedaan respon keluaran hasil pengujian model motor DC offline dan online yang dilakukan secara closed loop. Respon keluaran dari pemodelan secara online lebih jauh dari setpoint dari pada pemodelan yang dilakukan secara offline. Hal ini dikarenakan ketika motor DC dijalankan secara real-time maka aspek perubahan parameter, ketaklinieran, dan ketaktentuan akan menjadi bagian dari model, sehingga dapat mendegradasi performa respon keluaran sistem. Grafik pada Gambar 6, dilengkapi dengan ekspresi karakteristik dari respon transien sistem seperti pada tabel berikut.

Tabel 3. Karakteristik respon transien loop tertutup

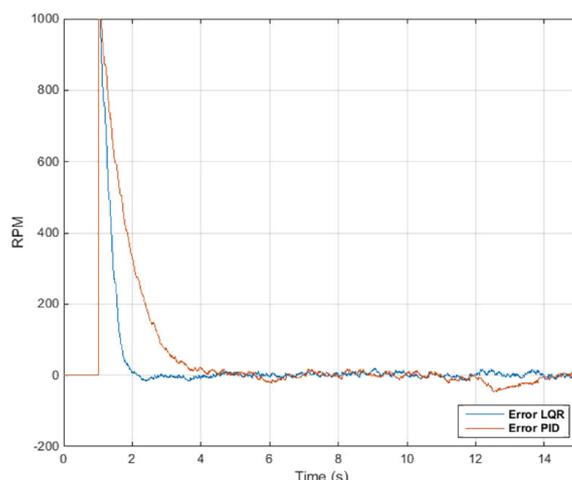
Komponen Transien	Offline	Online
RiseTime	0.2223	0.3153
Overshoot	0	0
Peak	895.4	854.31
PeakTime	2.2555	2.6990

### 3.2. Hasil Pengujian Output Motor DC Menggunakan Kontrol Linear Quadratic Regulator (LQR) dan Proportional Integral Derivative (PID) secara Real-Time

Berikut ini merupakan hasil pengujian motor DC dengan menerapkan kontrol PID dan LQR dengan memperhatikan respon keluaran sistem motor DC. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui aspek transien yang akan dilihat dari pengujian ini seperti *rise time*, *maximum overshoot*, dan *settling time* kemudian disertai dengan error respon keluaran dan sinyal kontrol sistem.

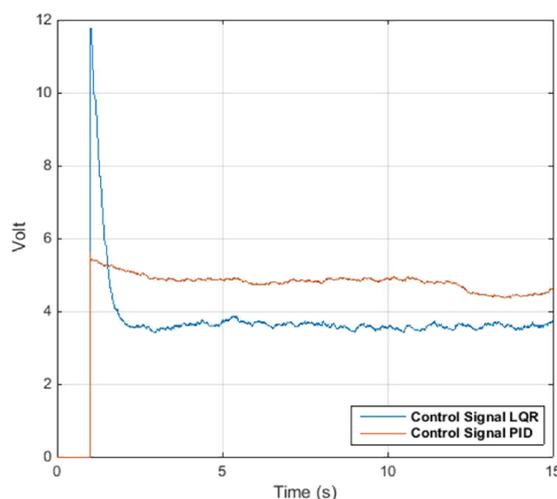


Gambar 7. Grafik respon keluaran motor DC menggunakan pengaturan LQR dan PID



Gambar 8 Grafik error keluaran sistem dengan menggunakan LQR dan PID

Hasil pengujian pada Gambar 7 terlihat bahwa respon keluaran motor DC menggunakan teknik kontrol LQR lebih baik dari pada PID. Dilihat dari sisi aspek transien yang dihasilkan, berupa respon waktu naik, overshoot dan kesalahan keadaan tunak saat menggunakan kontrol LQR lebih baik dari pada respon yang dihasilkan oleh kontrol PID. Hal ini dikarenakan PID tidak dapat mengikuti perubahan dari koefisien-koefisien permodelan. Sedangkan kontrol LQR memiliki hubungan dengan parameter dari permodelan sehingga apabila nilai parameter dari permodelan berubah, maka nilai K untuk LQR juga akan berubah.



Gambar 9 Grafik sinyal kontrol pengaturan LQR dan PID

Sementara itu, Gambar 9 juga menunjukkan bahwa sinyal kontrol yang dihasilkan oleh LQR lebih baik dari pada sinyal keluaran kontrol PID. Hal-hal di atas secara statistik dapat diverifikasi dari karakteristik respon transien keluaran seperti tabel di bawah ini:

Tabel 4. Perbedaan karakteristik respon transien motor DC menggunakan LQR dan PID

Komponen Transien	LQR	PID
RiseTime	0.5292	1.7262
Overshoot	1.6414	1.8816
Peak	1.0286e+03	1.0309e+03
PeakTime	3.9800	13.2400

#### 4. Kesimpulan

Pada studi ini sudah dilakukan pengembangan teknik pemodelan secara online dan teknik pengaturan LQR untuk sistem motor DC. Berdasarkan hasil pengujian dapat disimpulkan bahwa pemodelan sistem secara online mampu menampilkan perilaku sistem dengan lebih akurat dibanding pemodelan secara offline, karena mampu mengakomodasi unsur perubahan parameter, ketaklinieran dan ketaktentuan pada sistem. Kemudian ditinjau dari aspek teknik pengaturan, melalui pengujian secara eksperimental dan real-time menggunakan test-rig motor DC, teknik pengaturan LQR memiliki kemampuan menghasilkan performa transien dan error kesalahan tunak yang lebih baik dari pada PID. Selain itu, penggunaan teknik pemodelan online, memungkinkan untuk dapat merancang teknik pengaturan yang lebih baik dibandingkan menggunakan model offline.

#### Acknowledgement

Studi ini didukung oleh Hibah Penelitian Dasar Keilmuan (PDK) yang dibiayai dari Anggaran Dana Pembinaan Pendidikan (DPP) Universitas Muhammadiyah Malang (UMM) yang dikelola oleh Direktorat Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (DPPM) UMM. Penulis dengan ini mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tinggi kepada DPPM UMM atas bantuan dan dorongannya dalam studi ini.

#### Daftar Pustaka

- [1] J Patil, A. M Patil. *Review on Thermoelectric Devices*. Int. Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering (IJETA), Vol. 3(10):681-687, 2013.
- [2] Mohamed Guermouche, Sofiane Ahmed Ali, Nicolas Lenglois. *Super-Twisting Algorithm for DC Motor Position Control via Disturbance Observer*. IFAC Paper Online 48-30: 043-048, 2015.
- [3] Rozaimi Ghazali, Yahaya Md. Sam, Mohd Fua'ad Rahmat and Zulfatman. *On-line identification of an Electro-hydraulic System using Recursive Least Square*, Int. Proceedings of 2009 IEEE Student Conference on Research and Development, 2009.
- [4] Zulfatman, Rahmat, M. F., Husain, A. R., Ahmad, M. N. *Robust Precision Control for A Class of Electro-hydraulic Actuator System Based on Disturbance Observer*. Int. Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 16(8): 1753-1760, 2015.
- [5] Zulfatman, MF Rahmat. *Application of Self-Tuning Fuzzy PID Controller on Industrial Hydraulic Actuator Useng Sistem Identification Approach*, Int. Journal on Smart Sensing and intelligent Systems, Vol.2(2):246-261, 2009.
- [6] Nusantoro Dwi Geogoes, M. Aziz Muslim dan Teguh Budi W. *Identifikasi Sistem Plant Suhu Dengan Metode Recursive Least Square*, Universitas Brawijaya, 2012.

#### Appendix:

##### Daftar Notasi

- $A_o$  : Sistem dinamis tak linier  
 $B_o$  : Penguatan Pengaturan input  
 $d$  : Gangguan luar dari sistem  
 $K_p$  : Koefisien Proporsional Pengaturan PID  
 $K_i$  : Koefisien Intergral Pengaturan PID  
 $K_d$  : Koefisien Derivative Pengaturan PID