

Sistem Pengendalian Level pada Coupled Tank menggunakan Static Sliding Mode Controller

Dian Mursyitah

Teknik Elektro, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru, 28293
e-mail: dmursyitah@uin-suska.ac.id

Abstrak

Coupled tank merupakan sistem yang terdiri dari dua tangki yang saling terhubung dan memiliki interaksi silang antara masukan dan keluaran. Oleh sebab itu pengendalian flow pada coupled tank diperlukan sehingga level menjadi stabil. Pengendali yang dipilih adalah Static Sliding Mode Controller (SSMC). Perancangan SSMC didasari karena kekokohnya dalam menjaga kestabilan sistem yang dijamin dengan kestabilan lyapunov. Metode yang digunakan adalah eksperimen dalam penentuan η dalam perancangan SSMC, kemudian disimulasikan untuk melihat respon yang dihasilkan. Berdasarkan hasil analisa, respon keluaran level pada coupled tank menggunakan SSMC menunjukkan performansi yang baik. Terbukti dengan tercapainya set point pada kedua tangki, dengan nilai τ sebesar 0.45 s pada tangki pertama dan 0,14 s untuk tangki kedua, error yang minimum yaitu 0 di kedua tangki, dan kestabilan lyapunov terpenuhi.

Kata kunci: Coupled tank, level, static sliding mode controller.

Abstract

Coupled tanks are systems consisting of two interconnected tanks and have cross-interaction between input and output. Therefore, the flow control in the coupled tank is required so that the level becomes stable. The selected controller is the Static Sliding Mode Controller (SSMC). The design of SSMC is based on its robustness in maintaining the stability of the system which is secured by lyapunov stability. The method used is an experiment in determining the η in designing SSMC, then simulated to see the response generated. Based on the results of the analysis, output response level on the coupled tank using SSMC showed good performance. It is proved by the achievement of set point on both tanks, with τ value of 0.45 s at first tank and 0.14 s for second tank, minimum error = 0 in both tanks, and stability of lyapunov fulfilled.

Keywords: Coupled tank, level, static sliding mode controller.

1. Pendahuluan

Pengendalian level pada *coupled tank* bergantung pada aliran flow pada tangki satu dan tangki dua, karena pada *coupled tank* memiliki interkoneksi antara masukan dan keluaran [1] [2]. Beberapa penelitian yang telah dilakukan untuk mengendalikan level pada coupled tank antara lain ; penelitian yang dilakukan oleh Leonardus Harsa yang mengendalikan level pada coupled tank menggunakan Fuzzy-PI. Pada penelitian ini, jumlah *membership function* pada logika *fuzzy* sangat berpengaruh pada respon *plant*. Semakin banyak jumlah *membership function*, maka akan semakin sulit untuk menentukan bentuk *rule base* yang tepat. Hal ini diperlihatkan ketika *rule base* dengan 3 *membership function*, diperlukan waktu 50,5 detik untuk mencapai *setpoint* dan 76,3 detik pada *rule base* dengan 5 *membership function*. [1]

Pada penelitian M. Sadli, sistem *coupled tank* dikendalikan menggunakan pengendali PI. Fokus penelitian adalah membandingkan pengendali PI menggunakan teknik *decoupling* dan tanpa *decoupling*. Hasil penelitian ini menyatakan bahwa pengendali PI dengan teknik *decoupling* memiliki respon *transient* yang lebih baik. Pengendali PI dengan *decoupling* memiliki *settling time* 38 detik dengan *maximum overshoot* 0 % pada kedua tangki dan *settling time* pengendali PI tanpa *decoupling* memiliki nilai sebesar 78 detik dengan *maximum overshoot* sebesar 10,2 % pada kedua tangki [2].

Pada penelitian yang dilakukan Qomarudin pengendalian level dilakukan dengan pengendali PI 2 DOF (*Degree Of Freedom*) *decoupling* dan pengendali PI dengan logika *fuzzy* berfungsi sebagai pengatur parameter pengendali PI. Dari hasil simulasi, dapat diamati bahwa pengendali PI 2 DOF menghasilkan *overshoot* di setiap perubahan *setpoint* dan pengendali PI dengan logika *fuzzy* hanya menghasilkan *overshoot* di *setpoint* pertama dan tidak menghasilkan *overshoot* pada *setpoint* berikutnya [3]. Berdasarkan penelitian terkait sistem coupled tank masih membutuhkan pengendali yang handal dan berperforma tinggi yang mampu membuat respon level memiliki performansi yang baik.

Performansi yang baik dinilai dari pencapaian setpoint, waktu pencapaian (respon time) yang cepat, dan kestabilan yang robust [4]. Pengendali yang dipilih adalah SSMC, karena SSMC terkenal akan kekokohnya dalam mengatasi gangguan. Pemilihan pengendali juga didasari pada kestabilan

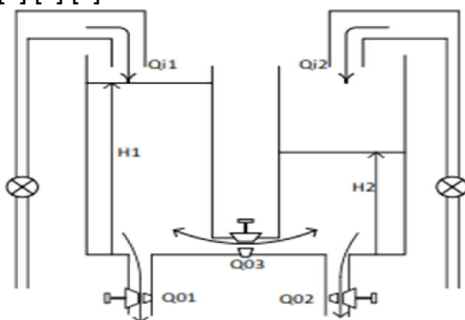
pengendali, dan dapat dijamin dengan kriteria kestabilan lyapunov [slotine]. Dimana dalam perancangannya nilai n pada SSMC harus diatur menjadi positif definit.[5][6][7]

2. Metodologi Penelitian

Metode Penelitian dimulai dengan studi literatur, validasi model matematis sistem *coupled tank*, kemudian dilanjutkan dengan perancangan pengendali SSMC, langkah selanjutnya adalah mensimulasikan model matematis sistem bersama hasil rancangan pengendali, dan dianalisa hasil dan pembahasan.

2.1 Pengujian Pemodelan Matematis Sistem *Coupled tank*

Coupled tank adalah dua buah tangki yang saling terhubung dan memiliki interaksi silang antara masukan dan keluaran. *Level* cairan pada tangki pertama dinyatakan sebagai h_1 dan *level* cairan pada tangki kedua adalah h_2 . Bila *input* kendali adalah laju *flow* Q_1 dan Q_2 , maka *variable* yang akan dikendali adalah kedua *level* h_1 dan h_2 . Hal ini menimbulkan suatu sistem dengan dua tangki yang saling berinteraksi [1] [2] [3]



Gambar 1 Sistem *Coupled tank* [1] [2] [3]

Pengendalian level pada tangki 1 :

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{k_1}{A} Q_1(t) - \frac{\beta_1 \alpha}{A} \sqrt{\frac{g}{2h_{1ss}}} h_1(t) + \frac{\beta_x \alpha}{A} \sqrt{\frac{g}{2|h_{2ss} - h_{1ss}|}} [h_2(t) - h_1(t)] \dots \dots \dots (1)$$

Pengendalian level pada tangki 2 :

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_2}{A} Q_2(t) - \frac{\beta_2 \alpha}{A} \sqrt{\frac{g}{2h_{2ss}}} h_2(t) - \frac{\beta_x \alpha}{A} \sqrt{\frac{g}{2|h_{2ss} - h_{1ss}|}} [h_2(t) - h_1(t)] \dots \dots \dots (2)$$

kemudian ditransformasikan dalam bentuk Matriks *Transfer Function* seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} h_1(s) \\ h_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1(s) \\ Q_2(s) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

Dimana :

$$G_{11}(s) = \frac{\frac{k_1}{A} \left(s + \frac{(T_x + T_2)}{T_x T_2} \right)}{s^2 + \left(\frac{T T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$G_{12}(s) = \frac{\frac{k_2}{A} \cdot \frac{1}{T_x}}{s^2 + \left(\frac{T T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$G_{21}(s) = \frac{\frac{k_1}{A} \cdot \frac{1}{T_x}}{s^2 + \left(\frac{T T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$G_{22}(s) = \frac{\frac{k_2}{A} \left(s + \frac{(T_x + T_1)}{T_x T_1} \right)}{s^2 + \left(\frac{T T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$T_1 = \frac{A}{\beta_1 a} \sqrt{\frac{2h_{1ss}}{g}}, T_2 = \frac{A}{\beta_2 a} \sqrt{\frac{2h_{2ss}}{g}}, T_x = \frac{A}{\beta_x a} \sqrt{\frac{2|h_{1ss} - h_{2ss}|}{g}}$$

Keterangan:

- A : luas penampang tangki 1 dan 2 (cm²)
- α : luas penampang lubang keluaran tangki 1 dan 2 dan saluran penghubung tangki 1 dan 2 (cm²)
- β : rasio bukaan katup (*valve*) pada lubang keluaran tangki 1 dan 2
- β_x : rasio *valve* antara tangki 1 dan 2
- h_{2ss}, h_{1ss} : ketinggian air (*steady state*) pada tangki 1 dan 2
- g : gravitasi (cm/s²)
- k₁, k₂ : penguatan (*gain*) pompa 1 dan 2 (cm³/V.s)
- h_{1ss}, h_{2ss} : ketinggian air pada tangki 1 dan 2
- T₁ dan T₂ : konstanta waktu pada tangki 1 dan 2
- T_x : konstanta waktu antara 1 dan 2

Dengan nilai parameter ditunjukkan pada Tabel 1

Tabel 1 nilai parameter *plant* [1] [2] [3]

Variabel	Nilai
A (cm ²)	66.25
α (cm ²)	0.1963
β ₁	0.35903
β ₂	0.45848
β _x	0.38705
u ₁ (V)	2.5
u ₂ (V)	2
h _{1ss} (x10% range)	2.749
h _{2ss} (x10% range)	3.262
k ₁ (cm ³ /Vs)	2.88
k ₂ (cm ³ /Vs)	2.588
T ₁	696.37
T ₂	602.94
T _x	91.86

Dengan mensubstitusikan nilai parameter ke persamaan di atas maka akan didapatkan *Transfer Function* seperti yang di bawah ini :

$$G_{11}(s) = \frac{0.04347s + 0.0124}{s^2 + 0.05461s + 0.0006032} \dots\dots\dots(4)$$

$$G_{12}(s) = \frac{0.0004638}{s^2 + 0.05461s + 0.0006032} \dots\dots\dots(5)$$

$$G_{21}(s) = \frac{0.0005161}{s^2 + 0.05461s + 0.0006032} \dots\dots\dots(6)$$

$$G_{22}(s) = \frac{0.03906s + 0.001019}{s^2 + 0.05461s + 0.0006032} \dots\dots\dots(7)$$

Dengan menggunakan *Transfer Function* di atas maka dapat ditentukan formulasi *Decoupling* dari *Coupled tank* sebagai berikut:

$$d_1(s) = \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} = \frac{0.0005161}{0.03906s + 0.001019} \dots\dots\dots(8)$$

$$d_2(s) = \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} = \frac{0.0004638}{0.04347s + 0.00124} \dots\dots\dots(9)$$

2.2 Perancangan Pengendali Static Sliding Mode Control [5] [6] [7]

Transfer Function dari *decoupling* yang ditunjukkan pada persamaan (8) dan (9) akan dimisalkan menjadi *transfer function* dimana koefisien numerator dan denominator dimisalkan menjadi variabel yang bernilai tetap. Maka *transfer function plant* menjadi:

$$G_1(s) = \frac{c_1}{sa_1 + b_1} \quad \text{dan} \quad G_2(s) = \frac{c_2}{sa_2 + b_2}$$

Misalkan :

$$a_1 = 0.03906, \quad a_2 = 0.04347$$

$$b_1 = 0.001019, \quad b_2 = 0.00124$$

$$c_1 = 0.0005161, \quad c_2 = 0.0004638$$

Kemudian direpresentasikan dalam bentuk persamaan diferensial (dengan asumsi bahwa semua nilai awal adalah nol), maka persamaannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$a\dot{h} = -bh + cu \dots\dots\dots(10)$$

Kemudian, ambil sinyal *error* sebagai variabel *state*:

$$x_1 = e, \quad \dot{x}_1 = \dot{e} = x_2, \quad \dot{x}_2 = \ddot{e}$$

Persamaan untuk sinyal *error* adalah:

$$e = r - h$$

$$h = r - x_1 \dots\dots\dots(11)$$

Karena *setpoint* tetap (permasalahan *reference*), maka:

$$\dot{x}_1 = x_2 = -h \dots\dots\dots(12)$$

$$\dot{x}_2 = -\ddot{h} \dots\dots\dots(13)$$

Dengan substitusikan persamaan (11), (12) dan (13) pada persamaan (10), sehingga:

$$-ax_1 = -b(r - x_1) + cu \dots\dots\dots(14)$$

$$-ax_2 = -br + bx_1 + cu \dots\dots\dots(15)$$

$$ax_2 = br - bx_1 - cu \dots\dots\dots(16)$$

Didefinisikan suatu permukaan luncur :

$$S(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) = 0 \dots\dots\dots(17)$$

Maka akan dapat dicari sinyal kendali dengan asumsi bahwa sinyal kendali natural adalah nol, sehingga:

$$ax_2 - br + bx_1 + cu_{eq} = 0 \dots\dots\dots(18)$$

$$cu_{eq} = -ax_2 + br - bx_1 \dots\dots\dots(19)$$

$$u_{eq} = \frac{1}{c}(-ax_2 + br - bx_1) \dots\dots\dots(20)$$

Setelah didapat sinyal kendali ekivalen maka dapat ditemukan sinyal kendali natural:

$$\dot{\sigma}(x) = ax_2 - br + bx_1 + cu_{eq} - cu_N \dots\dots\dots(21)$$

Setelah persamaan 20 disubstitusikan ke persamaan 21 maka didapatkan sinyal kendali natural seperti persamaan 22

$$\dot{\sigma}(x) = -cu_N \dots\dots\dots(22)$$

Berdasarkan analisa kestabilan Lyapunov maka dipilih [9] :

$$\dot{\sigma}(x) = -\eta \text{ sign}(\sigma(x))$$

Dimana $\eta > 0$ (Suatu konstanta positif) sehingga menjadi:

$$u_N = \frac{1}{c} \eta \operatorname{sign}(\sigma(x)) \dots \dots \dots (23)$$

Dengan demikian didapat untuk sinyal kendali total adalah sebagai berikut:

$$u = u_{eq} + u_N \dots \dots \dots (24)$$

$$u = \frac{1}{c} (-ax_2 + br - bx_1) + \frac{1}{c} \eta \operatorname{sign}(\sigma(x)) \dots \dots \dots (25)$$

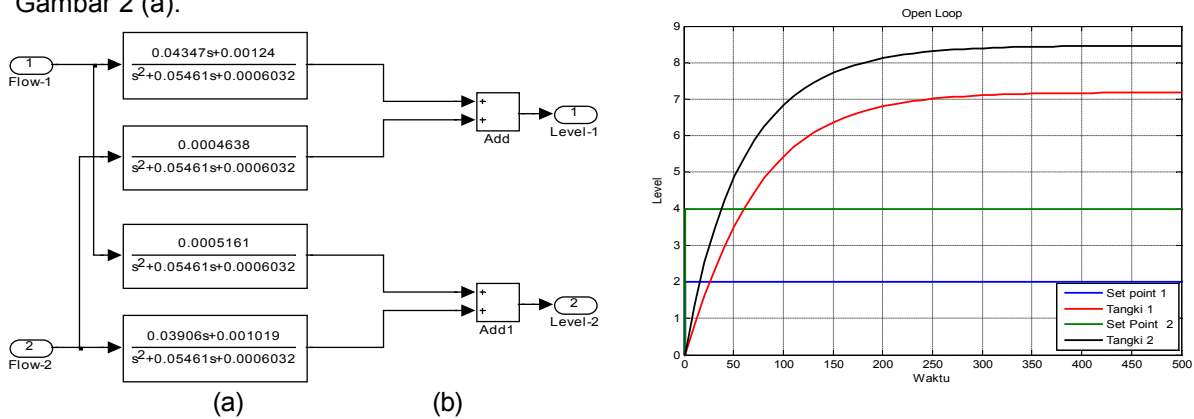
Fungsi diskontinyu *signum* diubah menjadi fungsi kontinu saturasi dengan tujuan untuk menghilangkan permasalahan *chattering* pada pengendali SSMC [5][6]. Sehingga persamaan (25) menjadi:

$$u = \frac{1}{c} ((-ax_2 + br - bx_1) + \eta \operatorname{sat}(\sigma(x))) \dots \dots \dots (26)$$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Hasil Simulasi dan Pembahasan *Open Loop* Sistem *Coupled Tank*

Hasil simulasi sistem *coupled tank* secara *open loop* sesuai dengan model matematis sistem *coupled tank* yang ditunjukkan pada persamaan (4),(5),(6) dan (7) dapat disimulasikan seperti Gambar 2 (a).

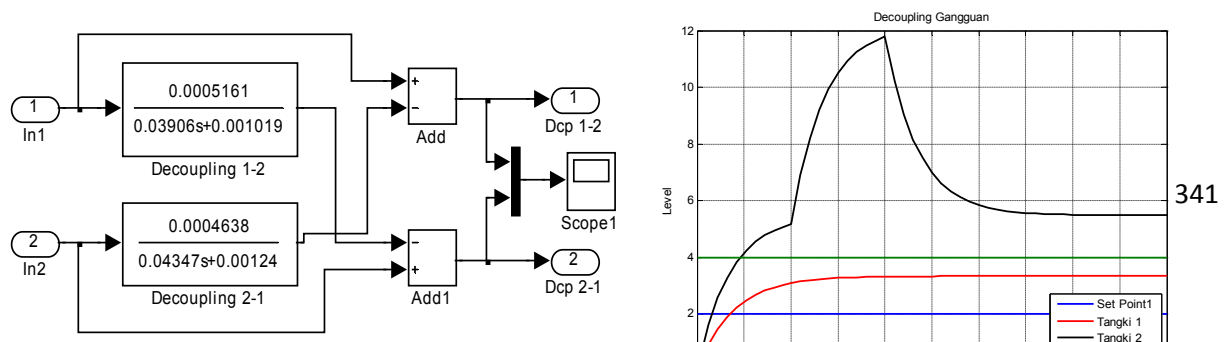


Gambar 2. (a) Simulasi Sistem *Coupled tank* Secara Open Lup (b) Respon *Level* Sistem *Coupled tank* secara Open Lup

Hasil Simulasi Sistem *Coupled tank* secara *open loop* ditunjukkan pada Gambar 2(b). Sistem *Coupled tank* diberikan masukan sebesar 2 pada tangki pertama dan masukan sebesar 4 pada tangki kedua.[1] [2]. Berdasarkan Gambar 2(b) ditunjukkan respon *level* tidak mampu menjejaki *setpoint* yang diberikan baik tangki satu ataupun tangki kedua.

3.2 Hasil Simulasi dan Pembahasan Perancangan *Decoupling* Sistem *Coupled Tank*

Hasil simulasi perancangan *decoupling* sesuai persamaan (8) dan (9), program simulasi ditunjukkan pada Gambar 3(a) dan hasil respon ditunjukkan pada Gambar 3(b)



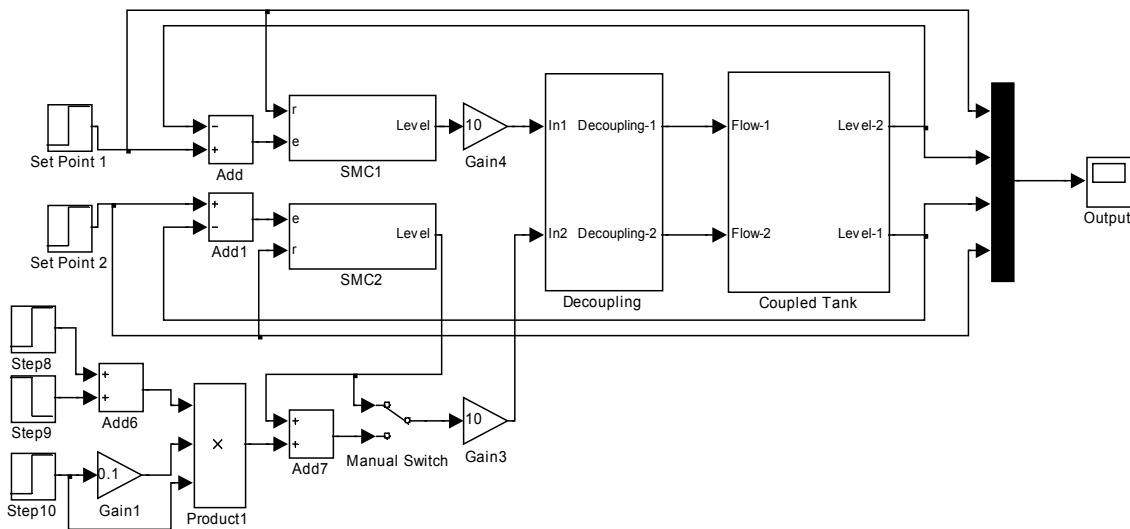
(a) (b)

Gambar 3. (a) Simulasi Sistem *Coupled tank* setelah dilakukan *Decoupling*, (b) Hasil Keluaran Menggunakan *Decoupling* dengan Gangguan pada Tangki 2

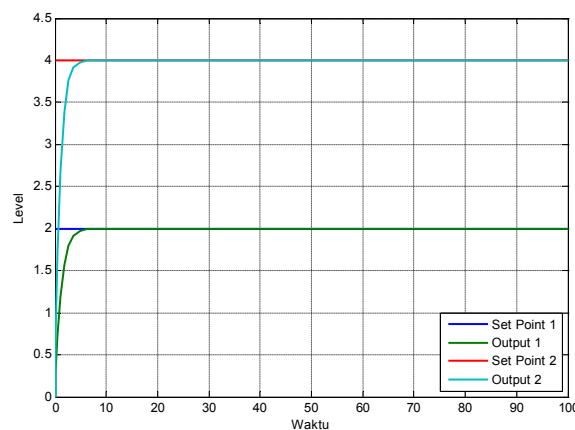
Hasil simulasi respon *level* setelah dilakukan *decoupling* ditunjukkan pada Gambar 3(b), sementara program simulasi ditunjukkan pada Gambar 3(a). Berdasarkan Gambar 3(b) diketahui bahwa sistem *Coupled tank* telah berhasil di *decouple*, sehingga gangguan yang diberikan pada tangki pertama hanya berpengaruh pada tangki pertama dan tidak berpengaruh pada tangki kedua. Dengan demikian, dapat dirancang pengendali *static sliding mode*.

3.3 Hasil Simulasi dan Pembahasan Perancangan Pengendali *Static Sliding Mode Controller*

Persamaan (26) disimulasikan dan ditunjukkan pada Gambar 4 dengan *setpoint* yang ingin dicapai adalah 3 pada tangki pertama dan 5 pada tangki kedua. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 5



Gambar 4. Simulasi Perancangan Pengendali SSMC



Gambar 5. Hasil Simulasi Pengendali SSMC Pada Sistem *Coupled tank*

Berdasarkan Gambar 5 SSMC mampu membuat respon level menjejaki *setpoint* yang diberikan yaitu 2 pada tangki 1 dan 4 pada tangki 2. Untuk membuktikan hasil respon yang baik akan dianalisa dari sisi respon transien, error steady state dan kestabilan lyapunov. Hasil analitik terkait hal tersebut ditampilkan pada Tabel 2

Tabel 2. Analisa Hasil Respon Simulasi Sistem *Coupled tank* dengan Pengendali SSMC

	Tangki 1	Tangki 2
T	0,45 s	0,14 s
t_s	2.25 s	0.7 s
t_r	1.32 s	0.41 s
t_d	1.17 s	0.34 s
e_{ss}	0	0
Lyapunov	Terpenuhi	Terpenuhi

Berdasarkan Tabel 2 ditunjukkan bahwa pengendali SSMC dapat menjejaki *setpoint* yang diberikan, dengan waktu respon yang cepat $\tau = 0,45$ s pada tangki 1 dan $\tau = 0,14$ s pada tangki 2 dan *error steady state* minimum $e = 0$ dikedua tangki.

3.4 Analisa Kestabilan Lyapunov

Metode yang digunakan untuk menguji kestabilan pada pengendali SSMC adalah metode kestabilan *lyapunov* yaitu sebagai berikut :

$$\dot{V}(x) = S\dot{S} < 0$$

$$\dot{V}(x) = S(ax_2 - br + bx_1 - ax_2 + br - bx_1 - cu_N) < 0$$

$$\dot{V}(x) = S(-cu_N) < 0 \dots\dots\dots(27)$$

Dengan u_n :

$$u_N = \frac{1}{c} \eta \text{sign}(S) \dots\dots\dots (28)$$

$$\dot{V}(x) = S \left\{ -c \left(\frac{1}{c} \eta \text{sign}(S) \right) \right\} < 0 \dots\dots\dots (29)$$

$$\dot{V}(x) = -\eta S \text{sign}(S) \dots\dots\dots (30)$$

$$\dot{V}(x) = -\eta |S| \dots\dots\dots (31)$$

$$\dot{V}(x) < 0 \dots\dots\dots (32)$$

Berdasarkan pengujian kestabilan Lyapunov pengendali SSMC memenuhi persamaan $\dot{V}(x) = S\dot{S} < 0$ dengan pemilihan nilai η yang bernilai *positif definit*. Berdasarkan hasil eksperimnetal nilai η yang dipilih adalah 0.001049973 untuk tangki satu dan 0.001273871 untuk tangki dua.

4. Kesimpulan

1. *Respon time* dan kestabilan yang diinginkan pengendali *static sliding mode control* pada *coupled tank* telah berhasil dicapai ditunjukkan secara visual dan dapat dibuktikan secara analitik. Berdasarkan hasil analisa visual dan identifikasi sistem secara analitik *set point* tercapai pada kedua tangki dengan respon waktu yang minimum.
2. Respon waktu berdasarkan nilai τ yang didapat yaitu sebesar 0,45 s untuk tangki satu dan 0,14 s untuk tangki dua. Serta kestabilan lyapunov terpenuhi yang dibuktikan dengan nilai η yang digunakan *positif definit* yaitu sebesar 0.001049973 untuk tangki satu dan 0.001273871 untuk tangki dua.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada mahasiswa : Ilham Ahmad yang telah membantu melaksanakan penelitian ini

Daftar Pustaka

- [1] L. H. M. Putra, "Desain Pengaturan Level Pada Coupled Tank Process Rig 38-100 Menggunakan Kontroler Self-Tuning Fuzzy PID Hybrid", Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Noverber, 2012.
- [2] Sadli Muhammad. Desain Kendalier PI dengan Decoupling pada Sistem Kendali Level Coupled tank. Universitas Malikussaleh, Lhoksumawe, Aceh Utara. 2014
- [3] Qomarudin, Mochamad Nur. Kotroler Fuzzy – PI untuk Plant Coupled tank. ITS Surabaya. 2013
- [4] Ogata, Katsuhiko. Modern Control Engineering. Fourth Edition. Prentice Hall. 2002
- [5] Zhang Yongchang and Zhao Zhengming. Comparative Study of PI, Sliding Mode and Fuzzy Logic Controller for Rotor Field Oriented Controlled Induction Motor, IEEE Transactions on Power Electronics 2008.
- [6] Herlambang Teguh. Desain Pengendalian Ketinggian Air dan temperature uap pada sistem steam drum boiler dengan metode sliding mode control (SMC). Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITS Surabaya. 2010
- [7] W. L. Slotine. Applied Nonlinear Control. Prentice Hall. 1991