ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

Pengembangan *Mixtilinear Excircle* pada Segiempat Siklik

Tomi Z*[1], Siti Ramadhani[2]
[1]Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau
[1]Pusat Teknologi Informasi dan Pangkalan Data, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
[2]Teknik Infoematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
email: tomiz@uin-suska.ac.id

Abstrak

Teorema mixtilinear incircle dibangun dari segitiga yang menyinggung dua sisi segitiga dan menyinggung lingkaran luar segitiga (circumcircle) dari dalam dan jika lingkaran tersebut menyinggung circumcircle dari luar maka disebut mixtilinear excircle. Sebagian besar pengembangan lingkaran mixtilinear sebelumnya adalah mixtilinear incircle yang umumnya berfokus pada perhitungan besaran jari-jari mixtilinear incircle pada suatu segitiga. Oleh karena itu, penulis akan mengembangkan lebih lanjut jika dikonstruksi segiempat siklik dengan garis diagonal yang membentuk beberapa segitiga dan pada segitiga tersebut dikonstruksikan berbagai mixtilinear excircle dan menunjukkan hubungan berbagai mixtilinear excircle yang terdapat pada segiempat siklik. Metode penelitian yang digunakan adalah mengkonstruksi berbagai mixtilinear excircle yang menyinggung perpanjangan dua sisi dan berbagai mixtilinear excircle menyinggung perpanjangan dua diagonal segiempat siklik dan melakukan perkalian rasio berbagai jari-jari mixtilinear excircle. Hasil penelitian membuktikan bahwa konsep mixtilinear excircle dapat dikembangkan pada segiempat siklik dan terdapat hubungan perkalian rasio jari-jari mixtilinear excircle dengan rasio panjang diagonal segiempat siklik.

Kata kunci: *mixtilinear excircle, rasio, segiempat siklik.*

Abstract

The mixtilinear incircle theorem is constructed from triangles that tangent to two sides and the tangent to the circumcircle internally. If this circle is tangent to the circumcircle externally is called a mixtilinear excircle of the triangle. Most of the recent publications on mixtilinear incircles have focused on determining the radius of the mixtilinear incircle. Therefore, the author will develop further if a cyclic quadrilateral is constructed with diagonal lines that form several triangles and on the triangles various mixtilinear excircles are constructed and show the relationship of various mixtilinear excircles contained in the cyclic quadrilateral. The research method used is to construct various mixtilinear excircles tangent to the extension of two sides and various mixtilinear excircles tangent to the extension of two diagonals of the cyclic quadrilateral, to multiply the ratios of various mixtilinear excircle radius. The results prove that the concept of mixtilinear excircle can be developed on the cyclic quadrilateral and there is a relationship between the multiplication ratio of the radius of the mixtilinear excircle and the ratio of the diagonal lengths of the cyclic quadrilateral.

Keywords: *cyclic quadrilateral, mixtilinear excircle, ratio.*

1. Pendahuluan

Teorema *mixtilinear incircle* pada segitiga pertama kali diperkenalkan pada [1] yang menuliskan bahwa *mixtilinear incircle* pada segitiga adalah suatu lingkaran yang menyinggung dua sisi segitiga dan menyinggung lingkaran luar segitiga (*circumcircle*) dari dalam. Sedangkan pada [2] jika lingkaran tersebut menyinggung *circumcircle* dari luar maka disebut *mixtilinear excircle*.

Seiring berjalannya waktu, konsep *mixtilinear incircle* terus mengalami pengembangan seperti pada [3] membuat konstruksi geometris *mixtilinear incircle* yang elegan dan efisien, dengan memasukkan ekspresi aljabar ke dalam prosesnya. Pengembangan *mixtilinear incircle* yang berkaitan dengan pengetahuan dasar tentang kekonvergenan dan kumpulan kehomogenan pada lingkaran dipaparkan pada [4] menunjukkan berbagai macam lemma yang berkaitan dengan *mixtilinear incircle* dan disertai contoh.

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

Lebih lanjut, [5] menunjukkan dua titik konkurensi yang terkait dengan *mixtilinear excircle* yang tidak memiliki pasangan pada *mixtilinear incircle* pada suatu segitiga dengan menggunakan perhitungan *barycentric coordinates*. Selain itu [6], menemukan berbagai titik konsiklik pada *mixtilinear incircle* dan *mixtilinear excircle* dan [7] menemukan berbagai titik konkurensi, kolinieritas dan siklisitas pada segitiga menggunakan kekongruenan dan teorema *monge d'alembert* yang memfokuskan pada kekongruenan segitiga pada lingkaran dalam, lingkaran luar, lingkaran singgung luar, *mixtilinear incircle* dan lingkaran *Euler*.

Pengembangan mixtilinear lainnya dengan melakukan generalisasi yang melibatkan *mixtilinear incircle* pada [8] mengembangkan *mixtilinear incircle* menjadi *pseudo incircle*. *pseudo incircle* dari segitiga adalah suatu lingkaran yang bersinggungan dengan dua sisi segitiga dan bersinggungan dengan lingkaran dari dalam. Di samping itu, generalisasi teorema lainnya yang melibatkan *mixtilinear incircle* antara lain generalisasi teorema lingkaran dao [9] dan generalisasi teorema lingkaran *apollonius* [10], [11]. Hubungan antara *mixtilinear incircle* dan *mixtilinear excircle* dari suatu segitiga dieksplorasi [12] yang memaparkan berbagai teorema yang menunjukkan bagaimana teorema-teorema mengenai lingkaran dalam dapat diterapkan melalui pendekatan pada lingkaran singgung luar dari suatu segitiga.

Selanjutnya, hubungan tiga jari-jari mixtilinear pada suatu segitiga oleh [13] dengan menjumlahkan tiga jari-jari *mixtilinear incirce* memperoleh nilai batas yang berhubungan dengan jari-jari lingkaran dalam dan jari-jari lingkaran luar. Sedangkan pada [14] membuktikan hubungan metrik dari titik singgung *mixtilinear incircle* dengan lingkaran luar dari suatu segitiga, jarak antara titik-titik singgung tersebut dan titik pusat lingkaran luar yang menggunakan sifat dari *cevians isogonal* segitiga dan [15] mengemukakan hubungan beberapa jari-jari mixtilinear dari suatu segitiga yang dibuktikan dengan ketidaksamaan *finsler-hadwiger*.

Sebagian besar pengembangan lingkaran mixtilinear yang banyak dilakukan sebelumnya adalah *mixtilinear incircle* yang berfokus pada suatu segitiga. Oleh karena itu, penulis akan mengembangkan lebih lanjut jika dikonstruksi segiempat siklik dengan garis diagonal yang membentuk empat segitiga dan pada segitiga tersebut dikonstruksikan berbagai *mixtilinear excircle* dan menunjukkan bagaimana hubungan berbagai *mixtilinear excircle* jika dilakukan perkalian rasio berbagai jari-jari *mixtilinear excircle* yang menyinggung perpanjangan dua sisi dan perkalian rasio berbagai jari-jari *mixtilinear excircle* menyinggung perpanjangan dua diagonal segiempat siklik.

2. Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang digunakan untuk mencapai hasil penelitian ini sebagai berikut:

1) Pada sembarang segitiga ABC dikonstruksi titik D pada lingkaran luar sehingga ABCD merupakan segiempat siklik. Selanjutnya membuat garis diagonal segiempat siklik yang membentuk beberapa segitiga.
2) Mengkonstruksi berbagai *mixtilinear excircle* yang menyinggung perpanjangan dua sisi segiempat siklik *ABCD*.
3) Mengkonstruksi berbagai *mixtilinear excircle* yang menyinggung perpanjangan dua diagonal segiempat siklik *ABCD*.
4) Melakukan perkalian rasio berbagai jari-jari *mixtilinear excircle*.

2.1 Lingkaran Singgung Luar pada Segitiga (*Excircle*)

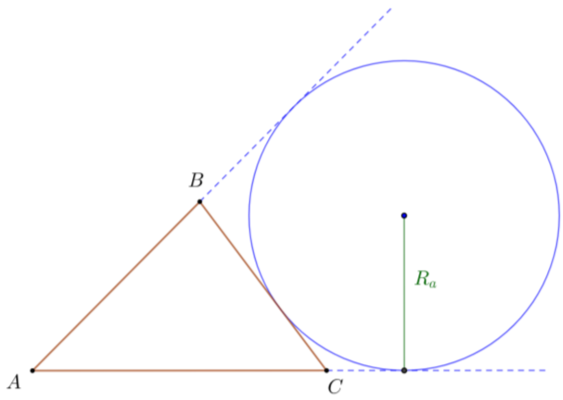
Beragam definisi lingkaran singgung luar pada suatu segitiga dikemukakan oleh [16]–[18]. Namun, pada dasarnya memiliki pemahaman yang sama sebagai berikut:

Definisi 2.1 [16]–[18] Lingkaran singgung luar pada suatu segitiga adalah lingkaran yang menyinggung suatu sisi segitiga dan perpanjangan dua sisi lainnya.

Teorema 2.1 [16]–[18] Misalkan ABC suatu segitiga sembarang dengan a, b dan c adalah panjang sisi BC, AC dan AB. s adalah semi perimeter, maka panjang jari-jari lingkaran singgung luar pada sisi segitiga yang diilustrasikan Gambar 1 adalah

$$R_a = s \tan \angle \frac{A}{2}$$

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

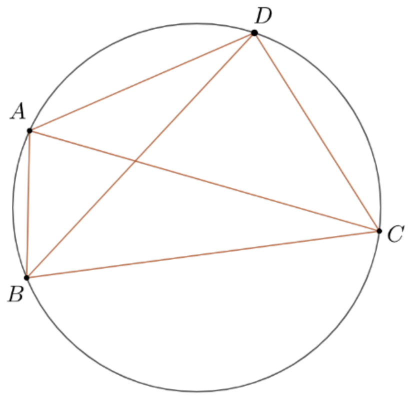


Gambar 1. Lingkaran Singgung Luar Segitiga

2.2 Segiempat Siklik

Teorema Ptolemy ditemukan oleh Claudius Ptolemy, seorang astronom dan matematikawan yunani. Teorema tersebut menyatakan hubungan antara empat sisi dan dua diagonal dari suatu segiempat siklik yang dijelaskan pada definisi dan teorema berikut:

Definisi 2.2 [16]–[18] Segiempat siklik adalah suatu segiempat yang ke empat titik sudutnya terletak pada keliling lingkaran seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Segiempat Siklik

Teorema 2.2 Misalkan ABCD adalah segiempat konveks [17], [18]. Maka berikut ini ekivalen [19]–[21]:
(i) ABCD adalah segiempat siklik.
(ii) ∠ABC + ∠CDA = 180◦.
(iii) ∠ABD = ∠ACD.

Teorema 2.3 Misalkan *ABCD* suatu segiempat siklik sembarang dengan *a, b, c* dan *d* adalah panjang masing-masing sisi *AB, BC, CD* dan *AD* [16] [21]–[25]. Panjang diagonal *AC* adalah *p* dan diagonal *BD* adalah *q*, maka berlaku

$$ac + bd = pq$$

Teorema 2.4 [16, 23-25] Misalkan *ABCD* suatu segiempat siklik sembarang dengan *a, b, c* dan *d* adalah panjang masing-masing sisi *AB, BC, CD* dan *AD*. Panjang diagonal *AC* adalah *p* dan diagonal *BD* adalah *q*, maka berlaku

$$\frac{p}{q} = \frac{ad + bc}{ab + cd}$$

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

2.3 Tali Busur Lingkaran

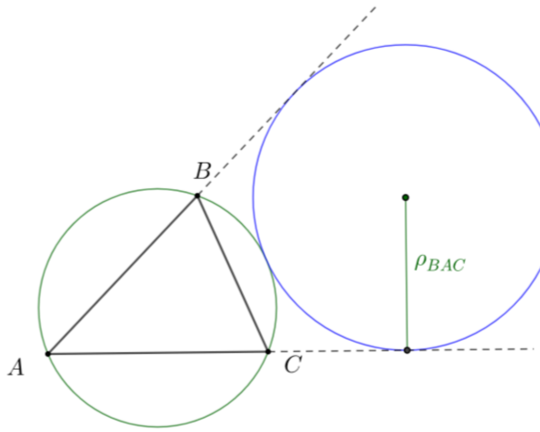
Dalam geometri, tali busur adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran atau kurva lainnya seperti elips, parabola, dan hiperbola. Berikut diberikan teorema dua tali busur lingkaran jika berpotongan di titik P.

Teorema 2.5 [19]–[21] Jika dua garis yang merupakan dua tali busur AB dan CD dari suatu lingkaran berpotongan di P, maka hasil kali dari PA · PB dan PC · PD adalah sama.

2.4 *Mixtilinear excircle*

Pada suatu segitiga, selain dapat dibentuk *mixtilinear incircle*, dapat juga dibentuk *mixtilinear excircle*. Berikut diberikan definisi dan teorema *mixtilinear excircle* pada suatu segitiga.

Definisi 2.3 [6] *Mixtilinear excircle* pada segitiga adalah suatu lingkaran yang menyinggung perpanjangan dua sisi segitiga dan lingkaran tersebut menyinggung lingkaran luar segitiga (*circumcircle*) dari luar seperti yang diilustrasikan pada Gambar 3.



Gambar 3. *Mixtilinear excircle*

Teorema 2.6 [20] Misalkan ABC suatu segitiga sembarang dengan a, b dan c adalah panjang sisi BC, AC dan AB, Ra adalah jari-jari lingkaran singgung segitiga ABC pada sisi BC, maka jari-jari *mixtilinear excircle* pada sudut BAC adalah

$$\rho_{BAC} = \frac{R_a}{\cos^2 \angle \frac{ABC}{2}}$$

3. Hasil dan Pembahasan

Hasil penelitian diperoleh setelah melalui langkah-langkah yang telah disebutkan pada metode penelitian diatas. Pada teorema berikut dipaparkan hasil penelitian berupa hubungan keberadaan *mixtilinear excircle* yang menyinggung perpanjangan dua sisi dan menyinggung perpanjangan dua diagonal pada segiempat siklik.

3.1 *Mixtilinear excircle* Menyinggung Perpanjangan Dua Sisi Segiempat Siklik

Pada sembarang segitiga ABC dikonstruksi titik D pada lingkaran luar sehingga ABCD merupakan segiempat siklik. Jika dikonstruksi garis diagonal segiempat siklik yang membentuk empat segitiga berbeda yaitu segitiga ABC, BCD, BAD dan ADC, maka dapat dikonstruksi *mixtilinear excircle* pada masing-masing segitiga tersebut yang menyinggung perpanjangan dua sisi segiempat siklik. Teorema berikut menunjukkan hubungan perkalian rasio besaran jari-jari *mixtilinear excircle* tersebut.

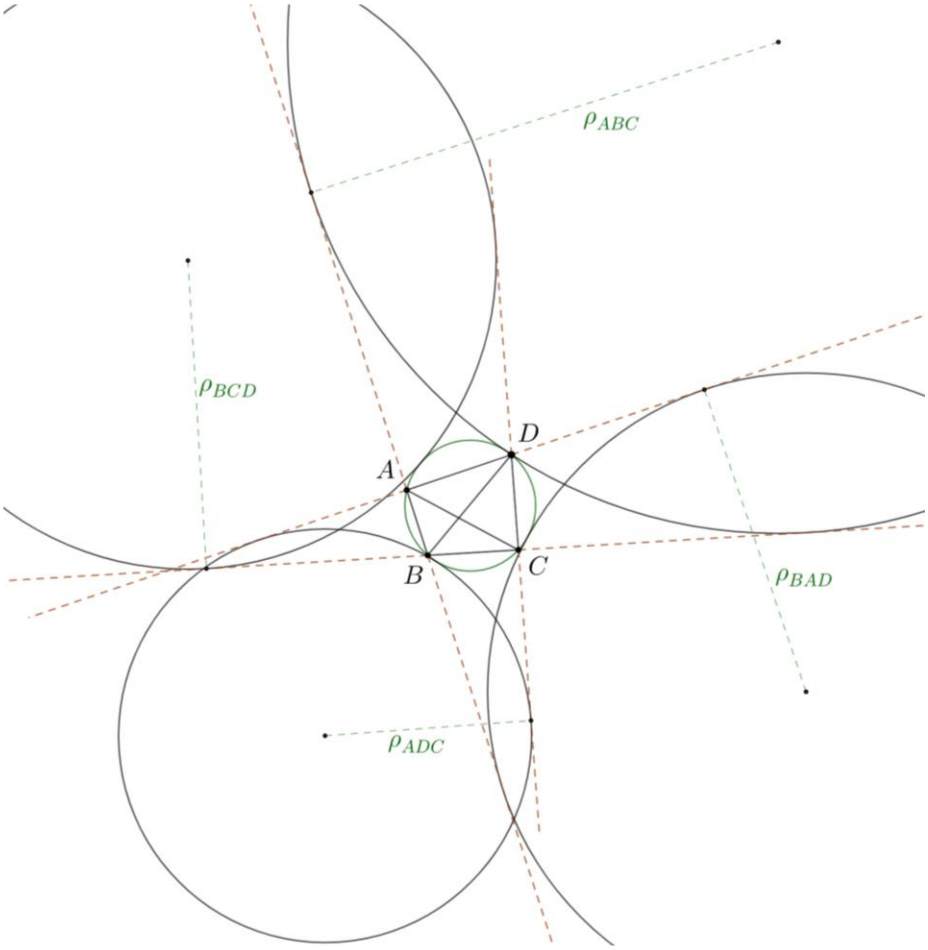
Teorema 3.1 Misalkan *ABCD* suatu segiempat siklik sembarang dengan *a, b, c* dan *d* adalah panjang masing-masing sisi *AB, BC, CD* dan *AD*. Panjang diagonal *AC* adalah *p*, diagonal *BD* adalah *q.* Jika dikonstruksi empat *mixtilinear excircle* berbeda yang menyinggung perpanjangan dua sisi pada segiempat siklik, maka berlaku

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

$$\frac{\rho_{BAD}}{\rho_{ABC}}\frac{\rho_{BCD}}{\rho_{ADC}}=\frac{p}{q}$$

Bukti: Berdasarkan Gambar 4 diperoleh empat jari-jari *mixtilinear excircle* berbeda yang menyingung perpanjangan dua sisi pada segiempat siklik. Pembuktian teorema menggunakan Teorema 2.6, maka

$$\frac{\rho_{BAD}}{\rho_{ABC}}\frac{\rho_{BCD}}{\rho_{ADC}}=\frac{R_{BAD}\,R_{BCD}\cos^2\angle\frac{ABC}{2}\cos^2\angle\frac{ADC}{2}}{R_{ABC}\,R_{ADC}\cos^2\angle\frac{BAD}{2}\cos^2\angle\frac{BCD}{2}}$$



Gambar 4. *Mixtilinear excircle* pada Segitiga ABC, BCD, ADC dan BAD

Pandang segitiga ABC, BCD, BAD dan ADC, dengan menggunakan aturan trigonometri, maka

$$\frac{\rho_{BAD}}{\rho_{ABC}}\frac{\rho_{BCD}}{\rho_{ADC}}=\frac{R_{BAD}\,R_{BCD}\;s_{ABC}(s_{ABC}-p)\;s_{ADC}(s_{ADC}-p)}{R_{ABC}\,R_{ADC}\;s_{BAD}(s_{BAD}-q)\;s_{BCD}(s_{BCD}-q)}$$

Selanjutnya, dengan menggunakan Teorema 2.1, maka

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

$$\frac{\rho_{BAD}}{\rho_{ABC}}\frac{\rho_{BCD}}{\rho_{ADC}} = \frac{(s_{ABC}-p)(s_{ADC}-p)\tan\angle\frac{BAD}{2}\tan\angle\frac{BCD}{2}}{(s_{BAD}-q)(s_{BCD}-q)\tan\angle\frac{ABC}{2}\tan\angle\frac{ADC}{2}}$$

Pandang segiempat siklik ABCD, dengan menggunakan Teorema 2.2, maka $\tan\frac{\angle BAD}{2}=\cot\frac{\angle BCD}{2}$ dan $\tan\frac{\angle ABC}{2}=\cot\frac{\angle ADC}{2}$. maka diperoleh

$$\frac{\rho_{BAD}}{\rho_{ABC}}\frac{\rho_{BCD}}{\rho_{ADC}} = \frac{(s_{ABC}-p)(s_{ADC}-p)}{(s_{BAD}-q)(s_{BCD}-q)}$$

s_{ABC}, s_{ADC}, s_{BAD}, dan s_{BCD} adalah semi perimeter pada masing-masing segitiga ABC, ADC, BAD dan BCD, maka

$$\frac{\rho_{BAD}\ \rho_{BCD}}{\rho_{ABC}\ \rho_{ADC}} = \frac{(a+b-p)(d+c-p)}{(a+d-q)(b+c-q)}$$

Dengan menggunakan Teorema 2.3, maka diperoleh

$$\frac{\rho_{BAD}\,\rho_{BCD}}{\rho_{ABC}\,\rho_{ADC}} = \frac{(ad+bc-ap-bp-cp-dp+pq+p^2)}{(ab+cd-aq-bq-cq-dq+pq+q^2)}$$

Selanjutnya, menggunakan Teorema 2.4, maka diperoleh

$$\frac{\rho_{BAD}\ \rho_{BCD}}{\rho_{ABC}\ \rho_{ADC}} = \frac{p}{q}$$

sehingga Teorema 3.1 terbukti.

3.2 *Mixtilinear excircle* Menyinggung Perpanjangan Dua Diagonal Segiempat Siklik

Pada sembarang segitiga ABC dikonstruksi titik D pada lingkaran luar sehingga ABCD merupakan segiempat siklik. Jika dikonstruksi garis diagonal segiempat siklik yang berpotongan pada titik O yang membentuk empat segitiga berbeda yaitu segitiga AOB, BOC, COD dan AOD, maka dapat dikonstruksi *mixtilinear excircle* pada masing-masing segitiga tersebut yang menyinggung perpanjangan dua diagonal segiempat siklik. Teorema berikut menunjukkan hubungan perkalian rasio besaran jari-jari *mixtilinear excircle* tersebut.

Teorema 3.2 Misalkan *ABCD* suatu segiempat siklik sembarang dengan *a, b, c* dan *d* adalah panjang masing-masing sisi *AB, BC, CD* dan *AD*. Panjang diagonal *AC* adalah *p*, diagonal *BD* adalah *q* dan *O* adalah titik potong diagonal. Panjang masing-masing *OA, OB, OC* dan *OD* adalah p_1, q_1, p_2, dan q_2. Jika dikonstruksi empat *mixtilinear excircle* berbeda yang menyingung perpanjangan dua diagonal pada segiempat siklik, maka berlaku

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Bukti. Berdasarkan Gambar 5 diperoleh empat jari-jari *mixtilinear excircle* berbeda yang menyingung perpanjangan dua diagonal pada segiempat siklik. Pembuktian teorema menggunakan Teorema 2.6, maka diperoleh

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \frac{R_{AOB}\,R_{AOD}\cos^2\angle\frac{COD}{2}\cos^2\angle\frac{BOC}{2}}{R_{COD}\,R_{BOC}\cos^2\angle\frac{AOB}{2}\cos^2\angle\frac{AOD}{2}}$$

Pandang segitiga AOB, BOC, COD dan AOD, dengan menggunakan aturan trigonometri, maka

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

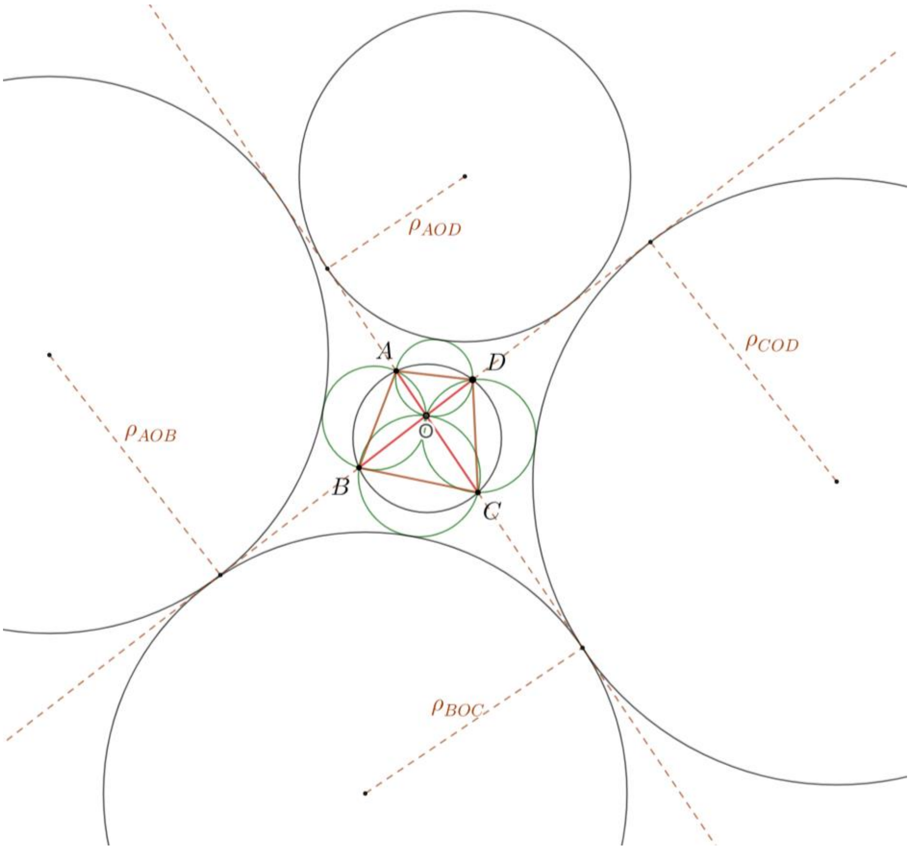
$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \frac{R_{AOB}\, R_{AOD}\, s_{COD}\,(s_{COD}-c)\, s_{BOC}(\, s_{BOC}-b)}{R_{COD}\, R_{BOC}\, \; s_{AOB}(s_{AOB}-a)\, s_{AOD}(s_{AOD}-d)}$$

Selanjutnya, dengan menggunakan teorema 2.1, maka

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \frac{(s_{COD}-c)\,(\,s_{BOC}-b)\tan\angle\frac{AOB}{2}\,\tan\angle\frac{AOD}{2}}{(s_{AOB}-a)\,(s_{AOD}-d)\,\tan\angle\frac{COD}{2}\,\tan\angle\frac{BOC}{2}}$$

Karena sudut AOB sama dengan sudut COD dan sudut BOC sama dengan sudut AOD, maka

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \frac{(s_{COD}-c)\,(\,s_{BOC}-b)}{(s_{AOB}-a)\,(s_{AOD}-d)}$$



Gambar 5. *Mixtilinear excircle* pada Segitiga AOB, BOC, COD dan AOD

s_{AOB}, s_{BOC}, s_{COD}, dan s_{AOD} adalah semi perimeter pada masing-masing segitiga AOB, BOC, COD dan AOD, maka

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \frac{(p_2^2+p_2q_1-p_2b+p_2q_2+q_1q_2-q_2b-p_2c-q_1c+bc)}{(p_1^2+p_1q_2-p_1d+p_1q_1+q_1q_2-q_1d-p_1a-q_2a+ad)} \quad (1)$$

Segitiga AOB sebangun dengan segitiga DOC, maka berlaku

$$\frac{p_1}{q_2} = \frac{q_1}{p_2} = \frac{a}{c} \quad (2)$$

Segitiga AOD sebangun dengan segitiga BOC, maka berlaku

$$\frac{p_1}{q_1} = \frac{q_2}{p_2} = \frac{d}{b} \tag{3}$$

Jika Persamaan (2) dan (3) disubstitusikan ke Persamaan (1), maka diperoleh

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \frac{(p_2^2 + p_2q_1 + p_2q_2 + q_1q_2 - p_2a - p_2b - p_2c - p_2d + bc)}{(p_1^2 + p_1q_2 + p_1q_1 + q_1q_2 - p_1a - p_1b - p_1c - p_1d + ad)} \tag{4}$$

Pandang diagonal AC dan BD yang berpotongan pada titik O pada Gambar 5. Dengan menggunakan Teorema 2.5, maka berlaku

$$p_1p_2 = q_1q_2 \tag{5}$$

Jika Persamaan (2) dan (3) disubstitusikan ke Persamaan (5), maka diperoleh

$$bc = \frac{p_2ad}{p_1} \tag{6}$$

Selanjutnya, jika Persamaan (5) dan (6) disubstitusikan ke Persamaan (4), maka

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{AOD}}{\rho_{BOC}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \frac{p_2\left(p_1 + q_1 + p_2 + q_2 - a - b - c - d + \frac{ad}{p_1}\right)}{p_1\left(p_1 + q_1 + p_2 + q_2 - a - b - c - d + \frac{ad}{p_1}\right)}$$

sehingga Teorema 3.2 terbukti.

Kemudian dengan melakukan hal yang sama dengan cara pembuktian Teorema 3.2, jika dikonstruksi empat *mixtilinear excircle* berbeda yang menyingung perpanjangan dua diagonal pada segiempat siklik yang diilustrasikan Gambar 5, maka berlaku

$$\frac{\rho_{AOB}}{\rho_{COD}}\frac{\rho_{BOC}}{\rho_{AOD}} = \frac{q_1}{q_2}$$

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dikemukakan di atas, maka dapat disimpulkan bahwa konsep *mixtilinear excircle* dapat dikembangkan pada segiempat siklik. Jika dikonstruksikan berbagai *mixtilinear excircle* dari perpanjangan dua sisi dan berbagai *mixtilinear excircle* dari perpanjangan dua diagonal segiempat siklik serta dilakukan perkalian rasio berbagai besaran jari-jari *mixtilinear excircle*, maka terdapat hubungan perkalian rasio jari-jari *mixtilinear excircle* dengan rasio panjang diagonal segiempat siklik.

Referensi

[1] L. Bankoff, “A Mixtilinear Adventure,” in *Crux Math*, 1983, pp. 2–7.
[2] P. Yiu, “Mixtilinear incircles,” *Am. Math. Mon.*, vol. 106, no. 10, pp. 952–955, 1999, doi: 10.2307/2589751.
[3] P. Yiu, “Elegant Geometric Constructions,” *Forum Geom.*, vol. 5, pp. 75–96, 2005.
[4] J. Baca, “On mixtilinear incircles”.
[5] T. To, “Collinearity of Points Related to Mixtilinear Excircles,” *Nat. Sci. Educ.*, vol. 1, no. 2, pp. 17–30, 2015.
[6] K. Egamberganov, “A Nice Theorem on Mixtilinear Incircles,” *Math. Reflections*, vol. 4, pp. 1–5, 2016.
[7] S. M. Prajea, “Concurrency , Coliniarity , and Cyclicity using Homotheties The Basic Properties of the Homothety,” vol. 2, pp. 1–20.
[8] S. Rabinowitz, “Pseudo-Incircles,” *Forum Geom.*, vol. 6, pp. 107–115, 2006.
[9] N. C. Chi, “A Proof of Dao ’ s Generalization of the Sawayama Lemma,” *Int. J. Comput. Discov. Math.*, vol. 3, no. January, pp. 1–4, 2018.
[10] C. Pohoata and V. Zajic, “On a Mixtilinear Coaxality,” *Math. Reflections*, vol. 1, pp. 1–7, 2012.

[11] C. Pohoata and V. Zajic, "Generalization of the Apollonius Circles," *Math. Reflections*, pp. 1–17, 2008, [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/0807.1131
[12] M. Popiel, "Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis FOLIA 170," *Stud. ad Didact. Math. PertinentiaStudia Geogr. VII*, vol. 14, no. May, pp. 13–22, 2022, doi: 10.24917/20809751.14.2.
[13] P. T. Bateman *et al.*, "Problems and solutions," *Am. Math. Mon.*, vol. 113, no. 6, pp. 567–574, 2006, doi: 10.1080/00029890.2006.11920339.
[14] D. Q. F. J. Ferreira, "The Metric Relations of the Mixtilinear Incircle," *Romanian Mathematical Magazine*, no. 1, pp. 1–14, 2022.
[15] M. Lukarevski and G. Wanner, "Mixtilinear radii and Finsler–Hadwiger inequality," *Elem. der Math.*, vol. 75, no. 3, pp. 121–124, 2020, doi: 10.4171/em/412.
[16] Mashadi, *Geometri Lanjut*. Pekanbaru: UR Press, 2015.
[17] Mashadi, *Geometri*, Edisi kedu. Pekanbaru: UR Press, 2015.
[18] Mashadi, *Geometri Lanjut II*. Pekanbaru: UR Press, 2020.
[19] S. S. Mukrimaa, "Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads," vol. 6, no. August, 2016.
[20] P. Yiu, *Euclidean Geometry*, vol. 5, no. 3. 1998.
[21] M. Josefsson, "Characterizations of Cyclic Quadrilaterals," *Int. J. Geom.*, vol. 8, no. 2, pp. 14–32, 2019.
[22] M. M. Ta, "A New Trigonometric Proof To Ptolemy Theorems in Cyclic Quadrilaterials," *Int. J. Geom.*, vol. 6, no. 2, pp. 109–111, 2017.
[23] M. Josefsson, "More Characterizations of Cyclic Quadrilaterals," *Int. J. Geom.*, vol. 8, no. 2, pp. 14–32, 2019.
[24] C. A. R. B. Nelsen, "On the three diagonals of a cyclic quadrilateral," *J. Geom.*, vol. 7, pp. 147–149, 2007, doi: 10.1007/s00022-013-0208-9.
[25] G. W. T. I. E. Leonard, J. E. Lewis, A. C. F. Liu, *Classical Geometry Euclidean, Transformational, Inversive, And Projective*, vol. 6. New Jersey: Willey, 2014.