

# Penerapan Model Penugasan untuk mengoptimalkan Waktu menggunakan Metode *Hungarian*

Sri Basriati<sup>1</sup>, Elfira Safitri<sup>2</sup>, Alfaizan Darman<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Bina Widya Pekanbaru, 28293  
Email: sribasriati@uin-suska.ac.id, elfira.safitri@uin-suska.ac.id, alfaizandarman1@gmail.com

## Abstrak

*PT. Ninja Express Kabupaten Pasaman untuk mendapatkan hasil optimal perlu memperhatikan banyak hal, salah satunya adalah sumber daya manusianya yaitu pekerja (karyawan). Pekerja ini dituntut untuk menggunakan waktu yang optimal dalam melakukan kegiatan pekerjaannya. Pengoptimalan waktu dapat dihitung menggunakan metode Hungarian dengan tujuan mencari waktu minimum dalam mengerjakan suatu kegiatan atau pengantaran. Metode Hungarian diawali dengan membentuk tabel penugasan, menentukan nilai terkecil dari setiap baris lalu mengurangkan semua nilai pada setiap baris dengan nilai terkecil tersebut, diakhiri dengan menarik garis sebanyak baris dan kolom, maka diperoleh hasil yang optimal. Berdasarkan hasil dari penelitian diperoleh bahwa PT. Ninja Express Kabupaten Pasaman memerlukan total waktu pengantaran yang optimal yaitu sebanyak 96 menit.*

**Kata Kunci:** Analisis penugasan kurir, Metode Hungarian, Solusi optimal, Optimasi waktu.

## Abstract

*PT. Ninja Express Kabupaten Pasaman to get optimal results need to pay attention to many things, one of which is human resources, namely workers (employees). These workers are required to use the optimal time in carrying out their work activities. Optimizing time can be calculated using the Hungarian method with the aim of finding the minimum time to do an activity or delivery. The Hungarian method begins by forming an assignment table, determining the smallest value from each row and then subtracting all the values in each row with the smallest value, ending by drawing as many lines as rows and columns, then obtaining optimal results. Based on the results of the study, it was found that PT. Ninja Express Pasaman Regency requires an optimal total delivery time of 96 minutes.*

**Keywords:** Courier assignment analysis, Optimal solution, The hungarian method, Time optimization.

## 1. Pendahuluan

Sumber daya manusia yang dimiliki setiap usaha dituntut kemampuannya untuk meningkatkan efisiensi dan mengefektifkan penggunaannya. Ketika menjalankan suatu produksi terkadang akan mengalami permasalahan yang berhubungan dengan produktifitas dari sumber daya dan alokasi waktu pekerjaan yang diberikan. Terutama terdapat pada pekerja atau karyawannya, kejadian seperti ini biasa disebut dengan masalah penugasan (*Assignment Problem*). Masalah ini biasanya terjadi disebabkan karena faktor produktifitas dan kemampuan dari setiap pekerja baik itu yang berhubungan dengan kemampuan badan maupun alat yang digunakan [1].

Menurut penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh [2] yang menyatakan bahwa perhitungan waktu lebih optimal menggunakan metode Hungarian apabila dibandingkan dengan menggunakan metode perhitungan yang terdapat di perusahaan. Penelitian berikutnya dilakukan oleh [3] mendapatkan hasil yang sama optimal antara metode pinalti dan metode Hungarian, letak perbedaan ke dua metode ini hanya terdapat pada jumlah masing-masing iterasi. Metode *Hungarian* ini akan memperoleh hasil penugasan yang optimal apabila dibandingkan dengan menggunakan metode perhitungan yang terdapat di perusahaan. Permasalahan penugasan menyerupai permasalahan pada transportasi linier, menghasilkan sumber dan tujuan yang sama jumlahnya, tetapi pada penugasan pada masing-masing sumber dan tujuannya jumlahnya hanya satu.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh [2] penulis tertarik untuk mengulas kembali untuk mencari solusi terbaik menggunakan metode Hungarian. Penelitian ini akan mempertimbangkan waktu dalam pengiriman paket logistik dari PT. Ninja Express Kabupaten Pasaman menuju titik pengantaran terutama untuk wilayah Pasaman bagian utara. Sehingga dengan menerapkan metode



Algoritma ini diberi nama *Hungarian Method* yang menjadi dasar pada hasil kerja dua orang matematikawan asal Hungaria, yaitu Denes Konig dan Jenő Egervary. Penggunaan prosedur metode Hungaria dengan matriks berbobot terdiri dari 3 tahap, yaitu penyusunan matriks/tabel penugasan, analisis kelayakan penetapan optimum, dan penyusunan ulang matriks [6].

Berikut ini merupakan langkah-langkah menyelesaikan masalah penugasan menggunakan metode *Hungarian* [6], yaitu:

- 1) Mengumpulkan data dari lokasi studi kasus.
- 2) Menyusun data dalam bentuk tabel penugasan.
- 3) Menyusun model penugasan
- 4) Menyelesaikan model penugasan dengan metode *Hungarian* dengan meminimumkan waktu penyelesaian pengerjaan dapat dilakukan sebagai berikut:
  - a. Menyusun semua tabel pada penugasan. Dimana pekerja (Karyawan) diperuntukan sebagai baris dan lokasi pengantaran menjadi kolom.
  - b. Dalam setiap baris, kurangkan waktu yang terendah yang terdapat di tiap baris pada tabel waktu dari semua waktu dalam baris tersebut.
  - c. Dalam setiap kolom, kurangkan waktu yang terendah di tiap kolom tabel yang didapatkan pada langkah pertama di semua waktu dalam kolom tersebut.
  - d. Periksa apakah studi kasus layak sudah optimal. Pemeriksaan ini dilaksanakan dengan menggambarkan garis-garis vertikal dan horizontal yang melewati nilai nol. Jika jumlah garis yang terbentuk sama dengan jumlah baris/kolom maka solusi untuk waktu penyelesaian optimal sudah diperoleh.
  - e. Apabila solusi pada waktu penyelesaian optimum belum didapatkan, kurangkan semua waktu yang tidak dilewati garis dengan waktu terendah, dan tambahkan biaya terendah tersebut pada biaya yang terletak pada perpotongan garis. Waktu lainnya (yang dilewati garis tapi tidak terletak pada potongan) tidak berubah.
  - f. Kembali ke langkah d.
- 5) Mendapatkan solusi optimal dari metode *Hungarian*.
- 6) Memaparkan kesimpulan minimum waktu pengerjaan.

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### 3.1. Data Studi Kasus

Penelitian ini diambil dari PT. Ninja Express Cabang Kabupaten Pasaman Provinsi Sumatera Barat yang merupakan perusahaan ekspedisi yang bekerja sama dengan situs perbelanjaan online Indonesia yaitu Lazada untuk wilayah Kabupaten Pasaman. Data yang diperoleh dari PT. Ninja Express Cabang Kabupaten Pasaman adalah data waktu (dalam menit) pengantaran paket kiriman oleh kurir menuju tempat tujuan di daerah bagian utara Pasaman yang meliputi daerah Panti, Padang Gelugur, dan Rao. Berdasarkan data yang diperoleh dari PT. Ninja Express jika setiap kurir mengantar paket ke tempat yang telah ditentukan dan tidak boleh dalam wilayah yang sama antara satu kurir dengan kurir lainnya, maka waktu optimal yang dibutuhkan kurir dapat dilihat dalam data tabel penugasan pengantaran setiap kurir ninja express berikut:

Tabel 1. Waktu (dalam menit) Pengantaran Paket Ekspedisi

Tujuan	Kurir						
	Rio	Edi Jambak	Fajri	Anto	Nasution	Hamadi	Deki
A	15	20	12	15	20	30	35
B	30	30	15	20	25	30	25
C	20	12	35	20	12	12	15
D	15	15	20	30	30	12	15
E	35	30	30	15	15	30	12
F	20	20	30	20	35	15	20
G	25	25	15	12	15	20	15

Sumber: PT. Ninja Express Cabang Kab. Pasaman Sumatera Barat

Keterangan:

- |                |                    |
|----------------|--------------------|
| A: Panti       | E : Air Hangat     |
| B: Tanjung Aro | F : Langsung Kadap |
| C: Suka Ramai  | G: Rao             |
| D: Tapus       |                    |

Permasalahan pada Tabel 1 dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Hungarian dengan tujuan meminimalkan waktu yang dibutuhkan kurir PT. Ninja Express cabang Kabupaten Pasaman.

### 3.2. Hasil Menggunakan Metode Hungarian

Berdasarkan data yang terdapat pada Tabel 1, dapat diselesaikan menggunakan Metode Hungarian. Langkah awal yaitu melakukan optimalisasi masalah penugasan PT. Ninja Express cabang Kabupaten Pasaman yang dibentuk kedalam program linier telebih dahulu.

#### a. Membentuk Model Matematika

Penyelesaian proses masalah penugasan seperti ini, dimana dalam data hanya mempertimbangkan waktu operasi yaitu bagaimana menetapkan tugas kurir untuk mengantar paket atau barang dengan waktu yang sangat minimal. Berdasarkan tabel 1, diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 C_{ij} x_{ij}$$

Berdasarkan Tabel 1 maka didapat persamaan dengan menggunakan persamaan di atas dapat di bentuk kedalam pemograman linear sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Minimumkan } Z = & 15x_{11} + 20x_{12} + 12x_{13} + 15x_{14} + 20x_{15} + 30x_{16} + \\ & 35x_{17} + 30x_{21} + 30x_{22} + 15x_{23} + 20x_{24} + 25x_{25} + \\ & 25x_{26} + 25x_{27} + 20x_{31} + 12x_{32} + 35x_{33} + 20x_{34} + \\ & 12x_{35} + 12x_{36} + 15x_{37} + 15x_{41} + 15x_{42} + 20x_{43} + \\ & 30x_{44} + 30x_{45} + 12x_{46} + 15x_{47} + 35x_{51} + 30x_{52} + \\ & 30x_{53} + 15x_{54} + 15x_{55} + 30x_{56} + 12x_{57} + 20x_{61} + \\ & 20x_{62} + 30x_{63} + 20x_{64} + 35x_{65} + 15x_{66} + 20x_{67} + \\ & 25x_{71} + 25x_{72} + 15x_{73} + 12x_{74} + 15x_{75} + 20x_{76} + \\ & 15x_{77} \end{aligned}$$

Dengan batasan kendala:

Karyawan,

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} &= 1 ; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} &= 1 ; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} &= 1 ; \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} &= 1 ; \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} &= 1 ; \\ x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} &= 1 ; \\ x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} + x_{76} + x_{77} &= 1 . \end{aligned}$$

Lokasi,

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} + x_{71} &= 1 ; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} + x_{72} &= 1 ; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} + x_{73} &= 1 ; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} + x_{64} + x_{74} &= 1 ; \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} + x_{65} + x_{75} &= 1 ; \\ x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} + x_{66} + x_{76} &= 1 ; \\ x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} + x_{67} + x_{77} &= 1 . \end{aligned}$$

#### b. Mengoptimalkan Permasalahan Penugasan Menggunakan Metode *Hungarian*.

Dalam penyelesaian penugasan, sehingga didapatkan penyelesaiannya yang optimal maka bisa menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai entri-entri terkecil pada baris sehingga mendapatkan nilai nol.

Tabel 2. Menentukan Entri Baris Terkecil Waktu Pengantaran Ninja Express

Tujuan	Kurir						
	Rio	Edi Jambak	Fajri	Anto	Nasution	Hamadi	Deki
A	15	20	12	15	20	30	35
B	30	30	15	20	25	30	25
C	20	12	35	20	12	12	15
D	15	15	20	30	30	12	15
E	35	30	30	15	15	30	12
F	20	20	30	20	35	15	20
G	25	25	15	12	15	20	15

2. Selanjutnya mengurangi nilai baris dengan mengurangi entri-entri terkecil yang sudah ditentukan di atas pada baris sehingga mendapatkan nilai nol, dan didapatkan tabel penugasan seperti berikut:

Tabel 3. Pengurangan Nilai Baris dengan Entri Terkecil

Tujuan	Kurir						
	Rio	Edi Jambak	Fajri	Anto	Nasution	Hamadi	Deki
A	3	8	0	3	8	18	23
B	13	15	0	5	10	15	10
C	8	0	23	8	0	0	3
D	3	3	8	18	18	0	3
E	23	18	18	3	3	18	0
F	5	5	15	5	20	0	5
G	13	13	3	0	3	8	3

3. Memeriksa apakah setiap kolom telah memiliki nilai nol. Berdasarkan Tabel 3, didapatkan bahwa pada kolom pertama belum terdapat nilai nol, maka untuk kolom pertama kembali ditentukan entri paling kecil. Selanjutnya khusus kolom pertama dilakukan pengurangan terhadap nilai terkecil (3) sehingga diperoleh tabel berikut:

Tabel 4. Hasil Pengurangan Kolom Pertama dengan Nilai Terkecil

Tujuan	Kurir						
	Rio	Edi Jambak	Fajri	Anto	Nasution	Hamadi	Deki
A	0	8	0	3	8	18	23
B	10	15	0	5	10	15	10
C	5	0	23	8	0	0	3
D	0	3	8	18	18	0	3
E	20	18	18	3	3	18	0
F	2	5	15	5	20	0	5
G	10	13	3	0	3	8	3

4. Melakukan pemeriksaan dengan menggambar garis-garis pada baris dan kolom yang melewati nilai nol. Untuk jumlah garis harus sama dengan jumlah baris atau kolom.

Tabel 5. Penarikan Garis Melalui Semua Nol

Tujuan	Kurir						
	Rio	Edi Jambak	Fajri	Anto	Nasution	Hamadi	Deki
A	0	8	0	3	8	18	23
B	10	15	0	5	10	15	10
C	5	0	23	8	0	0	3
D	0	3	8	18	18	0	3
E	20	18	18	3	3	18	0
F	2	5	15	5	20	0	5
G	10	13	3	0	3	8	3

Jumlah minimum garis yang terdapat pada Tabel 5, belum sama dengan jumlah garis atau kolom maka dilakukan langkah berikutnya.

- Mengulang kembali penggarisan pada Tabel dengan menentukan entri terkecil yang tidak tertutup garis, setelah itu semua entri yang tidak tertutup dengan garis maka akan dikurangkan dengan entri terkecil, sedangkan untuk entri yang tertutup dua garis akan ditambahkan dengan entri terkecil tersebut.

Tabel 6. Penarikan Garis yang Kedua Kali

Tujuan	Kurir						
	Rio	Edi Jambak	Fajri	Anto	Nasution	Hamadi	Deki
A	0	5	0	0	5	18	23
B	10	12	0	2	7	15	10
C	8	0	26	0	0	3	6
D	0	0	0	15	15	0	3
E	20	15	16	0	0	16	0
F	2	2	15	2	17	0	5
G	13	13	0	0	3	11	6

Tabel 6 menunjukkan bahwa jumlah garis telah menutupi semua entri nol dan sudah sama dengan jumlah garis atau kolom yang terdapat pada tabel, maka penentuan penugasan berikutnya sudah dapat dilakukan, dimana untuk penentuannya dimulai dari baris atau kolom yang hanya memiliki satu nol.

Berdasarkan Tabel 6 diperoleh penunjukan penugasan untuk PT. Ninja Express Cabang Kabupaten Pasaman seperti terlihat pada Tabel 6 yaitu angka nol yang berwarna merah. Sehingga diperoleh solusi sebagai berikut:

$$x_{11} = x_{23} = x_{35} = x_{42} = x_{57} = x_{66} = x_{74} = 1$$

Hasil variabel keputusan ( $x_{ij}$ ) di atas dinyatakan dalam bentuk waktu minimal dalam pengantaran paket pengiriman menuju 7 lokasi yang telah ditentukan akan mendapatkan hasil:

$$Z = 15 + 15 + 12 + 15 + 12 + 15 + 12 = 96 \text{ menit}$$

Berdasarkan perhitungan menggunakan metode *Hungarian* didapat total waktu optimum yaitu 96 menit, dengan penugasan masing-masing kurir mendapatkan wilayah sebagai berikut:

Tabel 7. Hasil Optimum Waktu Menggunakan Metode Hungarian

Kurir	Lokasi Pengantaran	Waktu (dalam menit)
Rio	Panti	15
Edi Jambak	Tapus	15
Fajri	Tanjung Aro	15
Anto	Rao	12
Nasution	Suka Ramai	12
Hamadi	Langsat Kadap	15
Deki	Air Hangat	12
Total Waktu Optimum		96

#### 4. Kesimpulan

Penerapan penugasan pada PT. Ninja Express Cabang Kabupaten Pasaman menggunakan metode *Hungarian* dapat menghemat waktu dibandingkan dengan yang dilakukan oleh PT. Ninja Express Cabang Kabupaten Pasaman itu sendiri. Berdasarkan studi kasus pada PT. tersebut diperoleh waktu optimum dengan perincian petugas kurir dan waktu antaranya yaitu, Rio melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Panti dengan waktu optimal 15 menit, kurir ke dua Edi Jambak melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Tapus dengan waktu optimal 15 menit, kurir ke tiga Bapak Fajri melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Tanjung Aro dengan waktu optimal 12 menit, ke empat Anto melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Rao dengan waktu optimal 12 menit, kurir ke lima Bapak Nasution melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Suka Ramai dengan waktu optimal 15 menit, ke enam Hamadi melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Langsat Kadap dengan waktu optimal 15 menit, dan yang ke tujuh Deki melakukan pengantaran kiriman ekspedisi ke daerah Air Hangat dengan waktu optimal 12 menit. Sehingga diperoleh total waktu optimal kurir untuk pengantaran pada PT. Ninja Express Cabang Kabupaten Pasaman yaitu 96 menit.

#### Daftar Pustaka

- [1] Basriati S, Lestari A. Penyelesaian Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian dan Pinalti. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*. 2017; 3(1): 75-81.
- [2] Harahap S G. *Analisis Penugasan karyawan J&T Cabang Baltos Dengan Menggunakan Metode Hungarian Guna Meminimumkan Waktu dan Biaya Operasional*. Prosiding manajemen. 2018, 4(2): 1229-1235.
- [3] Heriawati. Algoritma Hungarian Dalam Menentukan Pembagian Tugas Sebagai Manajemen Jurnal Pada Open Journal System ( OJS ). *Information System for Educators and Professionals*. 2017; 2(1): 83-94.
- [4] Ibtnas R, Irwan, Wirum Nur H N. Optimasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian (studi kasus: karyawan grand sony tailor makasar). *Jurnal MSA*. 2018; Vol. 6 No. 1.
- [5] Khairurradziqin M, Ruslan A T, Mardiyah D, Handika F, Romdhini M U. Penerapan Metode Hungarian dalam Penugasan Dosen Pengampu Mata Kuliah Prodi Matematika FMIPA Universitas Mataram. *Eigen Mathematics Journal*. 2020; 3(2): 90-99.
- [6] Rahmawati E, Satyahadewi N, Frans F. Optimalisasi Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian (Studi kasus pada PT Pos Indonesia (Persero) Pontianak). *Bulletin Ilmiah Mat. Stat dan Terapan (Bimaster)*. 2015; 4(3): 363-370.