

Model *Fuzzy Linear Regression* Untuk Peramalan Produksi Kelapa Sawit (Studi Kasus: PT. Perkebunan III Medan)

Sri Rahayu Widyawati¹, Riswan Efendi^{2*}, Ninda Permata Riau³,
Sari Diva Riantiza⁴, Zulfatri Aini⁵, Rika Susanti⁶

^{1,2,3,4}Jurusan Matematika, ^{5,6}Jurusan Teknik Elektro

Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
e-mail: ^{2*}riswan.efendi@uin-suska.ac.id

Abstrak

Peramalan terhadap produksi kelapa sawit sudah sering dilakukan dengan berbagai pendekatan. Namun bukan hal yang mudah mencapai akurasi peramalan data jangka panjang dengan ukuran kecil. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model peramalan produksi kelapa sawit dengan metode *Fuzzy Linear Regression* (FLR). Metode tersebut dibentuk menggunakan *triangular fuzzy number* simetris berdasarkan standar deviasi data. Dalam penelitian ini, digunakan data bulanan jumlah produksi kelapa sawit sebagai variabel terikat (Y) dan faktor-faktor yang mempengaruhinya yaitu pemupukan (X_1), tenaga kerja (X_2) dan rata-rata curah hujan (X_3) mulai dari tahun 2011-2012. Hasil analisa menunjukkan bahwa model peramalan terbaik yaitu dengan pendekatan metode FLR tanpa konstanta untuk jumlah produksi yaitu $\hat{y}_t = 3.9834x_{1t} + 103.7126x_{3t}$ dan nilai MAPE data testingnya adalah 35.11%. Hubungan linear antara pemupukan dan produksi yang terjadi pada model tersebut disebabkan adanya kemungkinan penambahan luas lahan sehingga jumlah tanaman juga bertambah secara signifikan.

Kata kunci: *Fuzzy linear regression, produksi kelapa sawit, pemupukan, tenaga kerja, curah hujan.*

Abstract

Various approaches have been examined and presented by previous studies for yearly palm oil production. However, it is not easy task to achieve the high accuracy of forecast using small data size and long-term forecast. This paper aims to determine the forecast model for palm oil production using *fuzzy linear regression*. This model is established by *symmetrical triangular fuzzy number* based on standard deviation data. While, this model is also appropriate for small size data set without any statistical assumptions strictly. In this model, number of oil production is denoted as dependent variable, while fertilization, number of labor and average of rainfall are called as independent variables. Results showed the best model was *fuzzy linear regression with intercept* as mathematically written $\hat{y}_t^U = 156253 + 0.4566370x_{1t} + 100.3085x_{3t}$ with MAPE value 35.11%. The positive linear relationship between fertilization and production in this model probably caused by expansion of oil palm plantations. Thus number of palm trees are also increased significantly.

Keywords: *Fuzzy linear regression, Palm oil production, Fertilization, Labor, rainfall.*

1. Pendahuluan

Peramalan memegang peranan yang penting dalam kehidupan, suatu kejadian yang belum diketahui dapat diprediksi dengan menggunakan data-data historis dari kejadian tersebut [1]. Sebagai contoh, perusahaan kelapa sawit perlu memprediksi jumlah produksi kelapa sawit untuk jangka waktu tertentu. Prediksi tersebut dilakukan agar strategi dan rencana kerja yang diambil oleh perusahaan dapat meningkatkan produksi kelapa sawit tersebut dan alokasi biaya selama proses produksi dapat dioptimalkan. Secara umum, model regresi linier berganda sering digunakan untuk menaksir bentuk hubungan antar variabel. Namun sayangnya model tersebut sangat bergantung kepada asumsi-asumsi statistik sehingga tidak bisa digunakan untuk data ukuran kecil [2]. Asumsi klasik seringkali tidak dapat dipenuhi pada saat data kecil dan untuk non-numerik yang dimaksud adalah variabel dependen. Sehingga dengan model *fuzzy keterbatasan* tersebut dapat diatasi [3].

Teori *fuzzy set* dikembangkan untuk peramalan linguistik seperti model *fuzzy time series*. Kemudian pada tahun 1982, Tanaka memperkenalkan model yang menerapkan model regresi konvensional dan teori *fuzzy* yang seterusnya dikenal dengan model *fuzzy linier regression* (FLR) untuk meramalkan data linguistik [4]. FLR dibentuk oleh interval *fuzzy* yang

lebih dikenal sebagai *triangular fuzzy number* (TFN) simetris. Pada kajian sebelumnya, berbagai bentuk prosedur TFN simetris sudah diperkenalkan pada pemodelan *fuzzy random autoregressive* [5-7] dan *fuzzy time series* [15-18] untuk prediksi harga saham, produksi minyak, beban listrik, dan sebagainya. Namun TFN tersebut belum banyak diimplementasikan terhadap model FLR.

Dimotivasi oleh latar belakang di atas, peneliti tertarik mengaplikasikan model FLR untuk peramalan dari jumlah produksi kelapa sawit dengan variabel bebasnya adalah pemupukan, tenaga kerja dan rata-rata curah hujan.

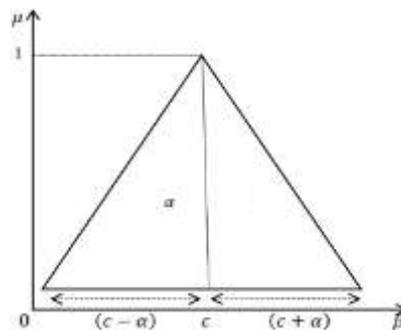
2. Konsep Triangular Fuzzy Number (TFN)

TFN merupakan singkatan dari *triangular fuzzy number* yang dilambangkan dengan $M = (m, \alpha, \beta)$ yang memiliki fungsi keanggotaan [5].

$$\mu_M(X) \begin{cases} 0, & \text{untuk } x, m - \alpha \\ 1 - \frac{m-x}{\alpha} & \text{untuk } m - \alpha < x, m \\ 1, & \text{untuk } x = m \\ 1 - \frac{m-x}{\beta} & \text{untuk } m < x < m + \beta \\ 0, & \text{untuk } x > m + \beta \end{cases} \quad (1)$$

Berdasarkan Pers. (1), titik m , dengan nilai keanggotaan 1 disebut nilai rata-rata dan α, β adalah sisi kiri dan sisi kanan sebarang masing-masing m . Sebuah TFN dikatakan simetris jika kedua sebarannya sama, yaitu $\alpha = \beta$ dan terkadang dilambangkan dengan $= m, \alpha$. Berdasarkan definisi tersebut dapat dijelaskan dengan ilustrasi yaitu ada kemungkinan terjadi bahwa beberapa data atau angka tidak dapat ditentukan secara tepat atau akurat karena kesalahan dari teknik pengukuran atau instrument dan lain-lain. Misalnya, jika tinggi seseorang tercatat 150 cm, hal ini tidak dapat dijadikan acuan mengukur tinggi seseorang secara akurat.

Kenyataannya, tinggi sebenarnya sekitar 160 cm dan mungkin α sedikit lebih atau kurang dari 160 cm. dengan demikian tinggi orang dapat ditulis lebih tepat sebagai angka *fuzzy* segitiga $(160-\alpha, 160, 160+\alpha)$ dimana α adalah sebaran kiri dan kanan. Secara umum, simetri TFN "a" dapat ditulis sebagai $(a-\alpha, a, a+\alpha)$ atau dapat ditulis sebagai (a, α) . Untuk lebih jelas dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Bentuk *Triangular Fuzzy Number* Simetris

Pada kajian ini, penulis menggunakan aturan standar deviasi untuk menentukan sisi *left-right* pada segitiga TFN simetrisnya dan secara matematis dapat ditulis [1, 5-7, 12] :

$$TFN_i = (y_i^{left} - std. dev, y_i^{center}, y_i^{right} + std. dev); i = 1, 2, 3, \dots, t. \quad (2)$$

3. Konsep Fuzzy Linear Regression (FLR)

Fuzzy linear regression (FLR) pertama kali diperkenalkan oleh Tanaka pada tahun 1982. Regresi *fuzzy* mengestimasi batasan yang mungkin dikenal sebagai fungsi keanggotaan (*membership function*). Fungsi keanggotaan didefinisikan untuk koefisien dari variabel bebas FLR merupakan upaya untuk memodelkan hubungan sederhana didalam sistem ketika ketidakjelasan atau penilaian manusia menghambat ukuran variabel dependen. Tidak seperti pada analisis regresi, yang mana eror regresi dan data diasumsikan sebagai kesalahan yang bersifat acak [9-12]. Sedangkan pada FLR eror dianggap sebagai ketidakpastian dari model [4]. Bentuk umum FLR dapat ditulis:

$$\tilde{y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_1 + \dots + \tilde{A}_n x_n \quad (3)$$

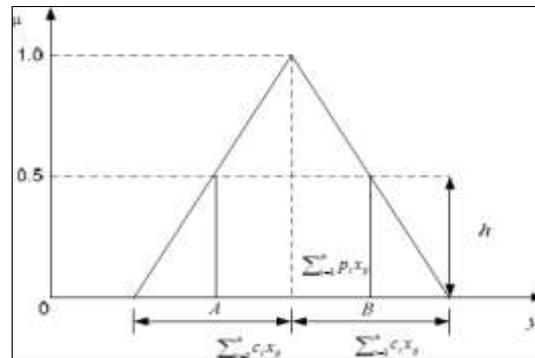
Pada Pers. (3), \tilde{y} adalah variabel dependen, x adalah variabel independen dan $\tilde{A} = (p_j ; c_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$ adalah koefisien fuzzy, dimana p_j merupakan nilai tengah dan c_j merupakan nilai sebaran. Sehingga Pers. (3) dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\tilde{y}_t = (p_0 ; c_0) + (p_1 ; c_1)x_{t1} + \dots + (p_n ; c_n)x_{tn}$$

atau

$$\tilde{y}_t = (p_0 + p_1 x_{t1} + \dots + p_n x_{tn} ; c_0 + c_1 + \dots + c_n) \quad (4)$$

Pada tahun 1982 Tanaka menetapkan bahwa hasil penyelesaian model regresi diperoleh dengan permasalahan linear programming. Untuk data nonfuzzy, objektif dari model regresi digunakan untuk mendapatkan parameter \tilde{A} dengan nilai keanggotaan lebih besar dari h . Dalam regresi, koefisien fuzzy didapatkan dengan meminimalisasi sebaran dari *output fuzzy* dari semua data set. Karena model Tanaka masih memiliki kekurangan dalam meminimalisasi sebaran maka Chang dan Ayyub [14] membuat model atau persamaan yang merupakan perluasan dari model Tanaka [3]. Pada Gambar 1 ditunjukkan bahwa nilai tengah dan sebaran didapat dengan mempertimbangkan nilai h . Sementara, Gambar 2 menunjukkan fungsi keanggotaan untuk *output fuzzy*. Sementara, persamaan fungsi objektif dan fungsi batasan disajikan pada Tabel 1.



Gambar 2. Fungsi Output Fuzzy

Tabel 1. Model-model FLR dengan konstanta dan tanpa konstanta

Dengan konstanta	Tanpa konstanta
$Z = \min(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m c_j x_{ij})$	$Z = \min(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_j x_{ij})$
$y_t \leq \sum_{j=0}^m p_j x_{tj} + (1-h) \sum_{j=0}^m c_j x_{tj}$	$y_t \geq \sum_{j=1}^m p_j x_{tj} + (1-h) \sum_{j=1}^m c_j x_{tj}$
$y_t \geq \sum_{j=0}^m p_j x_{tj} - (1-h) \sum_{j=0}^m c_j x_{tj}$	$y_t \leq \sum_{j=1}^m p_j x_{tj} - (1-h) \sum_{j=1}^m c_j x_{tj}$

Setelah mendapatkan nilai c_j dan p_j dari proses optimasi program linier, kemudian nilai tersebut disubstitusikan untuk memperoleh model-model batas bawah interval, nilai tengah, batas atas interval dengan menggunakan persamaan persamaan pada Tabel 2.

Tabel 2. Model Umum FLR berdasarkan konstanta dan fungsi batasan

Fungsi batasan	Model dengan konstanta	Model tanpa konstanta
Batas bawah interval	$y_i^l = \sum_{j=0}^m (p_j - c_j) x_{ij}$	$y_i^l = \sum_{j=1}^m (p_j - c_j) x_{ij}$
Nilai tengah interval	$y_i^h = \sum_{j=0}^m p_j x_{ij}$	$y_i^h = \sum_{j=1}^m p_j x_{ij}$
Batas atas interval	$y_i^u = \sum_{j=0}^m (p_j + c_j) x_{ij}$	$y_i^u = \sum_{j=1}^m (p_j + c_j) x_{ij}$

Kriteria untuk menentukan model terbaik FLR adalah berdasarkan nilai proporsi *error* terkecil, dalam hal ini data yang terletak di luar daerah batas atas dan batas bawah model dikategorikan sebagai *error* model. Untuk menghitung seberapa besar ukuran kesalahan model

peramalan yang didapatkan digunakan *mean absolute percentage error* (MAPE). MAPE merupakan rata-rata dari keseluruhan persentase kesalahan (selisih) antara data aktual dengan data hasil peramalan. Suatu model dikatakan layak jika nilai MAPE berada di bawah 10%, dan cukup layak jika berada di antara 10% dan 20% [9]. Persamaan MAPE ditunjuk oleh persamaan di bawah ini.

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\%}{n} \quad (12)$$

Pada Pers. (12) y_i adalah data aktual pada tahun ke- i , \hat{y}_i adalah data hasil ramalan pada tahun ke- i , n adalah banyaknya data yang diramalkan.

3. Pemodelan Produksi Kelapa Sawit Dengan Fuzzy Linear Regression

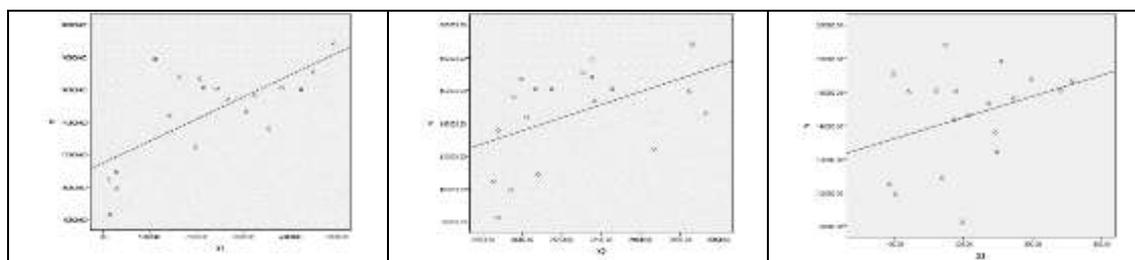
Data yang digunakan merupakan data sekunder dari kajian sebelumnya [13], mulai bulan Januari 2011 – Desember 2012 seperti tertera pada Tabel 3.

Tabel 3. Jumlah Produksi Kelapa Sawit, Pemupukan, Tenaga Kerja Dan Rata-Rata Curah Hujan

No	Bulan	Pemupukan (Ton)	Tenaga Kerja (Orang)	Rata-Rata Curah Hujan (Mm)	Jumlah Produksi (Ton)
1	Januari	1367	27877	197	82488
2	Februari	2643	27939	101	99292
...
23	November	21399	28454	340	160993
24	Desember	26670	28362	236	153498

3.1 Implementasi model jumlah produksi menggunakan FLR TFN Simetris

Penulis mengimplementasikan model *fuzzy linear regression* untuk peramalan jumlah produksi kelapa sawit tanpa mempertimbangkan regresi linier berganda biasa, hal ini disebabkan data-data pada variabel dependen dan independent lebih sesuai ditulis dalam bentuk interval. Misalkan pemupukan, sangat sulit memastikan jumlah ton yang dihabiskan setiap bulannya sehingga kurang sesuai dinyatakan dalam bentuk *single point*. Begitu juga dengan tenaga kerja, dimana sangat tidak mudah mengukur kemampuan mereka bekerja dalam angka yang pasti sehingga penambahan jumlah tenaga kerja juga lebih sesuai dalam notasi interval. Disamping itu, selama pengukuran variabel bebas dan terikat ada beberapa kesilafan yang mungkin terjadi seperti *human* dan *non-human errors*, sehingga pemodelan hubungan antar variabel tsb menggunakan FLR. Tingkat kesalahan tersebut dapat diukur dengan standar deviasi dari masing-masing variabel. Maka hal ini juga merupakan landasan untuk mempertimbangkan TFN simetrisnya. Selanjutnya, plotting antar variabel jumlah produksi dan variabel bebasnya dapat digunakan untuk mengetahui ada-tidaknya hubungan linear seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Ploting Variabel Jumlah Produksi Dan Variabel Bebasnya

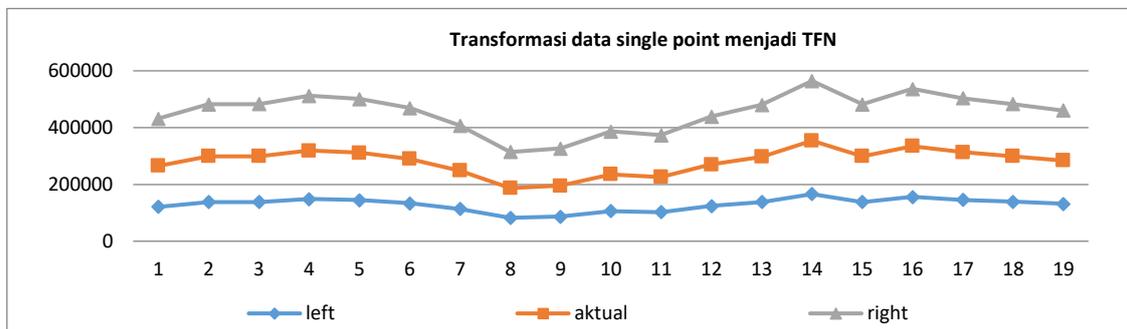
Pada Gambar 3, hubungan linier antar jumlah produksi dan variabel bebasnya dapat diamati melalui kelandaian dari garis regresinya, semakin landai maka semakin lemah kaitan antar variabel terikat dengan bebasnya. Sebagai contoh, garis yang paling curam adalah terjadi pada plotting jumlah produksi dengan pemupukan, ini berarti bahwa kedua variabel memiliki hubungan yang sangat kuat, sementara untuk variabel yang tidak terlalu curam. Berdasarkan gambar inilah model FLR dapat dibentuk dengan tahap-tahap sebagai berikut:

Tahap 1: Transformasi data *single point* menjadi TFN simetris. Berdasarkan Pers. (2), pada bagian ini data dalam bentuk *single point* ditransformasikan ke dalam bentuk TFN simetris dengan nilai standar deviasi $x_1 = 14997.1$, $x_2 = 334.48$, $x_3 = 74.9088$, $y = 22338.5$. Berikut hasil transformasi data disajikan dalam Tabel 4.

Tabel 4. Transformasi Data Jumlah Produksi ke TFN Simetris
 TFN simetris untuk variabel jumlah produksi

Left	Single Point/Aktual	Right
121386	143725	166064
138291	160630	182969
138525	160864	183203
...
123858	146197	168536

Untuk transformasi data pada variabel jumlah pemupukan, jumlah tenaga kerja dan rata-rata curah hujan dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti Tabel 4. Pada tabel ini, TFN simetris berdasarkan standar deviasi data diaplikasikan, sementara sebelum ini hanya digunakan untuk pembentukan *fuzzy time series* [5-8]. Berdasarkan transformasi data pada Tabel 4, maka TFN simetris jumlah produksi dapat diperlihatkan pada Gambar 4.



Gambar 4. TFN Simetris Jumlah Produksi Kelapa Sawit

Tahap 2. Menentukan fungsi objektif dan fungsi Batasan, dengan menggunakan Pers. (6) dan (8) diperoleh hasil dari fungsi objektif dan fungsi batasan sebagai berikut:

Fungsi objektif Sebelah kiri dengan konstanta dan tanpa konstanta:

$$Z = \min(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m c_j x_{ij}) = c_0 - 202345c_1 + 531678c_2 + 2544c_3.$$

Fungsi batasan:

$$p_0 - 857p_1 + 27687p_2 + 111p_3 + (1-h)c_0 - 857c_1 + 27687c_2 + 111c_3 \geq 121386.$$

...

$$p_0 + 11673p_1 + 28028p_2 + 161p_3 + (1-h)c_0 + 11673c_1 + 28028c_2 + 161c_3 \geq 131159$$

dan

$$p_0 - 857p_1 + 27687p_2 + 111p_3 - (1-h)c_0 + 857c_1 - 27687c_2 - 111c_3 \leq 121386$$

...

$$p_0 + 11673p_1 + 28028p_2 + 161p_3 - (1-h)c_0 - 11673c_1 - 28028c_2 - 161c_3 \leq 131159$$

Tanpa konstanta

$$Z = \min(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m c_j x_{ij}) = -202345c_1 + 531678c_2 + 2544c_3$$

Fungsi batasan:

$$-857p_1 + 27687p_2 + 111p_3 + (1-h)c_0 - 857c_1 + 27687c_2 + 111c_3 \geq 121386$$

...

$$11673p_1 + 28028p_2 + 161p_3 + (1-h)c_0 + 11673c_1 + 28028c_2 + 161c_3 \geq 131159$$

dan

$$-857p_1 + 27687p_2 + 111p_3 - (1-h)c_0 + 857c_1 - 27687c_2 - 111c_3 \leq 121386$$

...

$$11673p_1 + 28028p_2 + 161p_3 - (1-h)c_0 - 11673c_1 - 28028c_2 - 161c_3 \leq 131159$$

Untuk bagian *right* dengan konstanta dan tanpa konstanta dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti pada bagian *left*.

Tahap 3. Memprediksi parameter bilangan *fuzzy*, setelah fungsi objektif dan fungsi batasan diperoleh selanjutnya fungsi-fungsi tersebut diselesaikan sebagai sebuah program linier untuk setiap struktur dengan nilai *h* yang telah ditetapkan. Pada bagian ini, digunakan nilai $h = 0$. Dengan bantuan software lingo dalam pengolahannya, maka diperoleh nilai parameter *fuzzy* seperti Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Parameter *Fuzzy*

		<i>Left</i>			
		(p ₀ ;C ₀)	(p ₁ ;C ₁)	(p ₂ ;C ₂)	(p ₃ ;C ₃)
	<i>h</i>				
Dengan Konstanta	0	(111496.60;28821.48)	(0.4566;0)	(0;0)	(100.3085;0)
Tanpa Konstanta	0		(0.8895;0)	(3.7947;0.3576)	(124.2297; 120.6491)
		<i>Right</i>			
		(p ₀ ;C ₀)	(p ₁ ;C ₁)	(p ₂ ;C ₂)	(p ₃ ;C ₃)
	<i>h</i>				
Dengan Konstanta	0	(127432; 28821.48)	(0.45663;0)	(0;0)	(100.3085;0)
Tanpa Konstanta	0		(0.8258;0)	(3.9834;0)	(103.7128; 95.4045)

Tahap 4. Menentukan model batas Atas dan Batas Bawah, setelah parameter *fuzzy* diperoleh, maka dibentuklah model pers. FLR menggunakan TFN simetris berdasarkan standar deviasi data menggunakan pers. (2) yang akan dijelaskan dalam Tabel 6.

Tabel 6. Model FLR *Left* dan *Right*

<i>h</i>	Model FLR <i>Left</i>	
Dengan Konstanta	0	$\hat{y}_t^l = (111496.6; 28821.48) + (0.4566; 0)x_{1t} + (100.3085; 0)x_{3t}$
Tanpa Konstanta	0	$\hat{y}_t^l = (0.8895; 0)x_{1t} + (3.7947; 0.3576)x_{2t} + (124.2297; 120.6491)x_{3t}$
<i>h</i>	Model FLR <i>Right</i>	
Dengan Konstanta	0	$\hat{y}_t^r = (127432; 28821.48) + (0.4566; 0)x_{1t} + (100.3085; 0)x_{3t}$
Tanpa Konstanta	0	$\hat{y}_t^r (0.8258; 0)x_{1t} + (3.983431; 0)x_{2t} + (103.7128; 95.4045)x_{3t}$

Setelah didapat persamaan model FLR seperti pada Tabel 5, selanjutnya dibentuklah model persamaan batas bawah dan batas atas yang disajikan dalam Tabel 7 dan 8.

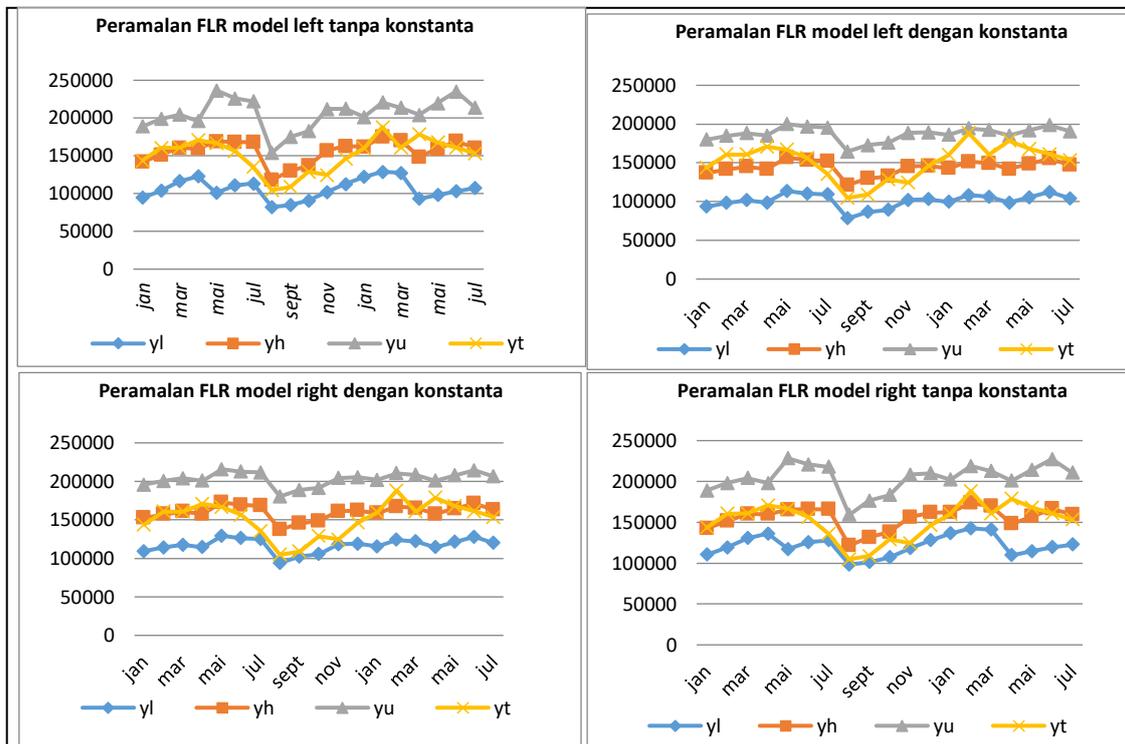
Tabel 7. Model Batas Bawah dan Batas Atas FLR *Left*

<i>h</i>	Model Batas Bawah	Model Batas Atas
Dengan Konstanta	0 $\hat{y}_t^l = 82675.1 + 0.4566x_{1t} + 100.309x_{3t}$	$\hat{y}_t^u = 0.8895 + 4.1524x_{1t} + 244.879x_{3t}$
Tanpa Konstanta	0 $\hat{y}_t^l = 0.8895x_{1t} + 3.4371x_{2t} + 3.5806x_{3t}$	$\hat{y}_t^u = 140318x_{1t} + 0.4566x_{2t} + 100.309x_{3t}$
Model Nilai Tengah		
Dengan Konstanta	0 $\hat{y}_t^h = 111497 + 0.4566x_{1t} + 100.309x_{3t}$	
Tanpa Konstanta	0 $\hat{y}_t^h = 3.7948x_{1t} + 124.2x_{3t}$	

Tabel 8. Model Batas Bawah dan Batas Atas FLR *Right*

<i>H</i>	Model Batas Bawah	Model Batas Atas
Dengan Konstanta	0 $\hat{y}_t^l = 98610.5 + 0.4566x_{1t} + 100.3085x_{3t}$	$\hat{y}_t^u = 156253 + 0.4566x_{1t} + 100.3085x_{3t}$
Tanpa Konstanta	0 $\hat{y}_t^l = 0.8258x_{1t} + 3.9834x_{2t} + 8.3082x_{3t}$	$\hat{y}_t^u = 0.8258x_{1t} + 3.9834x_{2t} + 199.117x_{3t}$
Model Nilai Tengah		
Dengan Konstanta	0 $\hat{y}_t^h = 98610.5 + 0.4566x_{1t} + 100.309x_{3t}$	
Tanpa Konstanta	0 $\hat{y}_t^h = 3.9834x_{1t} + 103.713x_{3t}$	

Tahap 5. Menentukan model FLR TFN Simetris terbaik, untuk menentukan model terbaik dilakukan dengan menggunakan plot visual untuk melihat model mana yang memberikan interval paling sempit, menggunakan nilai *mean absolute percentage error* (MAPE) dari data *training* dan data *testing* model hasil peramalan, batas atas dan batas bawah interval. Plot untuk peramalan FLR TFN simetris untuk nilai $h = 0$. Disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Plot Data Training menggunakan Model FLR *Left-Right*

Pada Gambar 5, masih kurang terlihat mana interval dari setiap derajat h yang memiliki interval yang sempit, maka selanjutnya juga dibandingkan nilai MAPE, seperti pada Tabel 9.

Tabel 9. Nilai MAPE Model FLR *Left-Right*

		Left			MAPE rata-rata left	Right			MAPE rata-rata right
		MAPE batas bawah	MAPE nilai tengah	MAPE batas atas		MAPE batas bawah	MAPE nilai tengah	MAPE batas atas	
Training	Dengan konstanta	32.45%	10.28%	25.95%	22.90%	21.68%	11.22%	36.73%	23.21%
	Tanpa konstanta	29.21%	8.86%	37.91%	25.33%	18.86%	8.84%	36.70%	21.46%
Testing	Dengan konstanta	23.32%	22.31%	53.57%	33.07%	17.42%	32.06%	67.20%	38.89%
	Tanpa konstanta	21.51%	24.77%	61.64%	35.97%	16.17%	25.36%	61.20%	34.24%

Berdasarkan Tabel 9, terlihat bahwa keseluruhan nilai MAPE data *training* TFN Simetris. Untuk model dengan konstanta terbaik dipilih FLR TFN Simetris bagian *left*, karena memiliki nilai MAPE dan fungsi objektif paling minimum. Dan model tanpa konstanta terbaik dipilih FLR TFN Simetris bagian *right*, karena memiliki nilai MAPE dan fungsi objektif paling minimum. Selanjutnya dibentuk model peramalan batas bawah dan peramalan batas atas berdasarkan Tabel 5 dan 6 kemudian peramalan nilai tengah terbaik menggunakan persamaan pada Tabel 1. Model terbaik FLR TFN Simetris dengan nilai derajat $h = 0$ ini disajikan dalam Tabel 9.

Tabel 9. Model Terbaik FLR TFN Simetris dengan Konstanta dan Tanpa Konstanta

Model Batas Bawah	
Dengan Konstanta	$\hat{y}_t^l = 82675.1 + 0.4566x_{1t} + 100.309x_{3t}$
Tanpa Konstanta	$\hat{y}_t^l = 0.8258x_{1t} + 3.9834x_{2t} + 8.3082x_{3t}$
Model Batas Atas	
Dengan Konstanta	$\hat{y}_t^u = 0.8895 + 4.1524x_{1t} + 244.879x_{3t}$
Tanpa Konstanta	$\hat{y}_t^u = 0.8258x_{1t} + 3.9834x_{2t} + 199.117x_{3t}$
Model Nilai Tengah	
Dengan Konstanta	$\hat{y}_t^h = 111497 + 0.4566x_{1t} + 100.309x_{3t}$
Tanpa Konstanta	$\hat{y}_t^h = 0.8258 + 3.9834x_{1t} + 103.713x_{3t}$

Dari Tabel 9, maka diperoleh model FLR peramalan batas atas, peramalan nilai tengah dan peramalan batas bawah, dimana untuk mendapat model terbaik yaitu merata-ratakan nilai estimasi antara kedua parameter *left* dan parameter *right*, didapat model FLR setelah merata-ratakan nilai estimasi antara kedua parameter *left-right* menggunakan rumus $\hat{y}_t = \frac{1}{2}(p_0^l + p_0^r) + \frac{1}{2}(p_1^l + p_1^r)x_{1t} + \frac{1}{2}(p_2^l + p_2^r)x_{2t} + \frac{1}{2}(p_3^l + p_3^r)x_{3t}$. Sehingga diperoleh persamaan umum FLR dengan dan tanpa konstanta dapat ditulis:

$$\hat{y}_t = 41337.9948 + 2.3045x_{1t} + 172.594x_{3t}, \quad (12)$$

dan

$$\hat{y}_t = 3.9834x_{1t} + 103.7126x_{3t}. \quad (13)$$

Model terbaik adalah tanpa konstanta, karena jika variabel bebasnya bernilai nol maka jumlah produksinya juga tidak dapat ditentukan. Nilai MAPE FLR TFN simetris diperoleh dari rata-rata dari MAPE *left* dan MAPE *right* data *testing*. Nilai MAPE dengan konstanta yaitu 35.98% dan nilai MAPE tanpa konstanta yaitu 35.11%.

4. Kesimpulan

Pada penelitian ini, TFN simetris berdasarkan standar deviasi data sudah dimplementasikan untuk membentuk model FLR. Model tersebut digunakan untuk memprediksi jumlah produksi kelapa sawit PT. Perkebunan III Medan berdasarkan variabel-variabel bebas. Kelebihan FLR ini dibandingkan dengan regresi linier berganda adalah FLR ini menggunakan prediksi batas atas, tengah dan batas bawah produksi. Disamping itu, model ini juga mempertimbangkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan baik saat pengambilan data dan saat pengolahan data. Data-data dari setiap variabel bebas maupun tidak bebas belum tentu valid dalam bentuk *single point*. Ada beberapa kemungkinan eror yang terjadi pada saat pengambilan data baik dari manusia dalam bekerja atau mencatat data, begitu juga dengan alat-alat yang digunakan selama produksi berlangsung. Maka disinilah kenapa kita mempertimbangkan sekali model *fuzzy linear regression* dengan data input dalam bentuk interval. Dimana data interval dapat menggambarkan kondisi yang lebih riil dari variabel yang diambil tersebut. Jika asumsi-asumsi klasik pada regresi linier berganda tidak terpenuhi maka model FLR juga merupakan salah satu solusinya, dimana model ini memang tidak terlalu ketat dengan uji asumsi. Akurasi prediksi jumlah produksi kelapa sawit juga berhubungan dengan faktor-faktor lain yang belum dipertimbangkan pada kajian ini seperti luas lahan, jumlah tanaman, dan lain-lain sebagainya.

Daftar Pustaka

- [1] Efendi R, Yeni S. Model Autoregressive Menggunakan Triangular Fuzzy Number Simetris Berdasarkan Standar Deviasi Data. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*. 2019; 5(1).
- [2] Kurniawan, D. *Regresi Linier*. R.Development Core Team. 2008.
- [3] Chang Y, Ayyub MB. Fuzzy Regression Methods-A Comparative Assessment. *Elsevier*. 2001.
- [4] Kahraman C, Ahmet B, Bozbura FT. Fuzzy Regression Approaches and Applications. *StudFuzz*. 2006; 20(1): 589-615.
- [5] Efendi R, Arbaiy N, Deris MM. A new procedure in stock market forecasting based on fuzzy random auto-regression time series model. *Information Sciences*. 2018; 44(1): 113-132.

- [6] Lah MSC, Arbaiy N, Efendi R. Stock market forecasting model based on AR(1) with adjusted triangular fuzzy number using standard deviation approach for ASEAN countries. *Intelligent and Interactive Computing*. 2019; 103-114.
- [7] Efendi R, Samsudin NA, Deris MM. *Maximum-minimum temperature prediction using fuzzy random auto-regression time series model*, Prosiding 5th ISCBI. 2017: 57-60.
- [8] Efendi R, Arbaiy N, Deris MM. Estimation of confidence-interval for yearly electricity load consumption based on fuzzy random auto-regression model. *Prosiding ICCIIS*. 2016; 15-26.
- [9] Purwareta HP, Usadha IGR, Wahyuningsih N. Model Peramalan Pasokan Energi Primer Dengan Pendekatan Fuzzy Linear Regression (FLR). *Jurnal Sains Dan Seni ITS*. 2012; 1(1).
- [10] Tanaka H, Uejima S, Asia K. Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*. 1982; 12: 903–907.
- [11] Tanaka H, Hayashi I, Watada J. Possibilistic linear regression analysis for fuzzy data. *European Journal of Operational Research*. 1989; 40: 389–396.
- [12] Efendi R, Yeni S, Desvina AP, Rahmadeni. *Prosedur Triangular Fuzzy Number Simetris Berdasarkan Standar Deviasi Data Pada Model Autoregressive*. Prosiding Seminar SNTIKI-10. 2018.
- [13] Wati SE, Sebayang D, Sitepu R. Perbandingan metode fuzzy dengan regresi linier berganda dalam peramalan jumlah produksi. *Saintia Matematika*. 2013; 1: 273-284.
- [14] Chang YHO, Ayyub B. M. Fuzzy Regression Methods-A Comparative Assessment. *Fuzzy Sets and Systems*. 2001; 199: 187-203.
- [15] Ismail Z, Efendi R, Deris MM. Application of fuzzy time series approach in electric load forecasting. *New Mathematics and Natural Sciences*. 2016; 11: 229-248.
- [16] Efendi R, Deris MM. Prediction of Malaysian-Indonesian oil production and consumption using fuzzy time series model. *Advances in Data Science and Adaptive Analysis*. 2017; 9: 175001.
- [17] Efendi R, Ismail Z, Deris MM. A reversal model of fuzzy time series in regional load forecasting. *Int. Journal of Energy and Statistics*. 2015; 3: 155003.
- [18] Efendi R, Deris MM. Non-probabilistic inverse fuzzy model in time series forecasting. *Int. Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*. 2018; 26: 855-873.