

# Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis pada Topik Trigonometri

Herizal<sup>1\*</sup>, Suhendra<sup>2</sup>, Elah Nurlaelah<sup>3</sup>

*1 Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Malikussaleh*

*2,3 Departemen Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Indonesia*

*e-mail: \*herizal\_mathedu@unimal.ac.id*

**ABSTRAK.** Kemampuan pembuktian matematis merupakan bagian dari kemampuan penalaran matematis. Salah satu tujuan pembelajaran matematika di Indonesia adalah untuk meningkatkan kemampuan tersebut karena berguna untuk melatih kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi. Kemampuan pembuktian matematis terdiri dari dua sub-kemampuan, yaitu kemampuan memahami bukti matematis dan kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Salah satu topik matematika SMA yang sarat dengan pembuktian matematis adalah trigonometri. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui apakah kemampuan memahami bukti matematis berpengaruh terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Sebuah tes yang terdiri dari 4 soal kemampuan memahami bukti matematis dan 3 soal kemampuan mengonstruksi matematis diberikan kepada 30 siswa kelas X di salah satu SMA Kota Bandung. Skor siswa dianalisis secara statistik. Hasil analisis regresi sederhana menunjukkan bahwa kemampuan siswa dalam memahami bukti matematis berpengaruh secara signifikan terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Hasil tersebut mengisyaratkan bahwa guru selama proses pembelajaran matematika seharusnya tidak hanya fokus untuk meningkatkan kemampuan mengonstruksi bukti matematis tetapi juga harus fokus dalam meningkatkan kemampuan siswa dalam memahami bukti matematis.

**Keywords:** memahami bukti matematis; mengonstruksi bukti matematis; pembuktian matematis; penalaran matematis; trigonometri

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran penting yang diajarkan dari tingkat dasar hingga perguruan tinggi. Dalam kurikulum 2013, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan melalui Permendikbud No. 21 tahun 2016 menyebutkan bahwa tujuan pembelajaran matematika adalah agar peserta didik memiliki kecakapan atau kemahiran matematika. Kecakapan atau kemahiran matematika merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki peserta didik terutama dalam pengembangan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah (*problem solving*) yang dihadapi dalam kehidupan peserta didik sehari-hari. Lebih lanjut lagi, ada beberapa kompetensi yang harus dimiliki oleh peserta didik setelah mempelajari matematika di tingkat pendidikan dasar dan menengah, yaitu: 1) memahami konsep dan menerapkan prosedur matematika dalam kehidupan sehari-hari; 2) membuat generalisasi berdasarkan pola, fakta, fenomena, atau data yang ada; 3) melakukan operasi matematika untuk penyederhanaan dan analisis komponen yang ada; 4) melakukan penalaran matematis yang meliputi membuat dugaan dan memverifikasinya; 5) memecahkan masalah dan mengomunikasikan gagasan melalui simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah; dan 6) menumbuhkan sikap positif seperti sikap logis, kritis, cermat, teliti, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah. Dari uraian

tujuan pembelajaran matematika tersebut, salah satu kemampuan yang harus dimiliki oleh siswa setelah belajar matematika adalah kemampuan untuk melakukan penalaran matematis. Senada dengan hal tersebut, NCTM (2000) juga memasukkan kemampuan penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*) ke dalam lima kemampuan dasar matematika, yaitu pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), komunikasi (*communication*), koneksi (*connection*), dan representasi (*representation*).

Salah satu kemampuan yang termasuk dalam penalaran matematis adalah kemampuan pembuktian matematis. Hal tersebut didasarkan pada pendapat Brodie. Brodie bersama dengan pakar-pakar lainnya (Ball, Bass, Hanna, Jahnke, Davis, Hersh, Kilpatrick, dan Krumheuer) sepakat menyatakan bahwa bukti adalah salah satu bentuk dari argumentasi dan justifikasi sehingga bisa dikatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis merupakan bagian dari kemampuan penalaran matematis, meskipun banyak juga pendapat dimana pembuktian matematis disamakan dengan penalaran matematis (Brodie, 2010).

Hasil dari suatu proses pembuktian adalah serangkaian langkah-langkah atau argumen yang menunjukkan kebenaran suatu pernyataan. Langkah-langkah atau argumen itu disebut sebagai suatu bukti matematis. Banyak ahli yang mendefinisikan bukti matematis, diantaranya adalah Selden & Selden (2003), Pelc (2014), dan Solow (2014). Selden & Selden (2003) mengemukakan bahwa bukti matematis merupakan argumen untuk membuktikan teorema. Sementara Pelc (2014) menyatakan pembuktian matematis sebagai argumen-argumen yang digunakan dalam praktik matematika untuk membenarkan kebenaran suatu teorema. Adapun Solow (2014) menyebutkan bahwa bukti matematis merupakan suatu argumen meyakinkan yang diungkapkan dalam bahasa matematis untuk menyatakan suatu pernyataan adalah benar. Dari tiga pendapat tersebut, dapat disimpulkan bahwa bukti matematis adalah suatu argumen matematis yang berguna untuk meyakinkan seseorang bahwa suatu pernyataan adalah benar.

Bukti matematis sangat penting untuk diajarkan dan memiliki beberapa fungsi. de Villiers (1990) menjelaskan bahwa ada lima fungsi bukti matematis, yaitu: (1) verification, memverifikasi suatu pernyataan adalah benar; (2) explanation, menjelaskan mengapa suatu pernyataan itu benar; (3) Communication, mengkomunikasikan pemahaman matematika; (4) discovery, menemukan atau menciptakan matematika baru; dan (5) systematisation, mensistematiskan pernyataan menjadi sistem aksiomatis. Namun, menurut (de Villiers, 1990), tidak semua fungsi bukti matematis tersebut relevan dalam pembelajaran matematika sebab sebagian dari fungsi tersebut diperuntukkan bagi matematikawan, misalnya fungsi bukti matematis sebagai discovery. Selanjutnya, Hanna (1995) menyatakan bahwa fungsi utama dari bukti matematis dalam praktik matematika adalah untuk justifikasi dan verifikasi, sedangkan dalam pendidikan matematika, fungsi utama dari bukti matematis adalah sebagai penjelasan (*explanation*). Adapun tujuan pengajaran bukti matematis bagi siswa menurut Hersh (1993) adalah sebagai alat untuk membantu siswa memahami konsep matematika. Siswa akan mendapatkan pemahaman yang lebih baik mengenai suatu konsep matematika dengan adanya bukti matematis. Dickersen (Doruk & Kaplan, 2015) mengemukakan bahwa bukti matematis berguna untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis, penalaran dan berpikir matematika tingkat tinggi. Dari penjelasan tentang fungsi bukti matematis di atas, dapat disimpulkan bahwa bukti matematis perlu diajarkan di sekolah.

Kemampuan untuk menyusun suatu bukti matematis disebut dengan kemampuan pembuktian matematis. Kemampuan pembuktian dalam matematika terbagi dalam dua kelompok, yaitu: (1) kemampuan membaca bukti matematis dan (2) kemampuan mengonstruksi bukti matematis (Sumarmo, 2011). Sementara itu, Hodds (2014) mengatakan bahwa dalam pembuktian matematis terdapat dua kemampuan, yaitu kemampuan memahami bukti (*proof comprehension*) dan kemampuan mengonstruksi bukti (*proof construction*).

Kemampuan membaca bukti matematis adalah kemampuan menentukan kebenaran dari bukti matematika dan proses mental yang terkait dengan validasi bukti (Selden & Selden dalam Pfeiffer, 2009). Adapun menurut Sumarmo (2011), kemampuan membaca bukti adalah kemampuan untuk menemukan kebenaran atau kesalahan dari suatu pembuktian. Dua definisi

tersebut memiliki kaitan dengan definisi memahami bukti matematis menurut Hodds. Hodds (2014) mengatakan bahwa memahami bukti matematis merupakan sebuah kemampuan yang melibatkan keseluruhan pemahaman tentang sebuah bukti, logika di belakang bukti, mengapa penulis mengonstruksi sebuah bukti dengan cara demikian atau memutuskan apakah sebuah bukti valid atau tidak. Berdasarkan definisi tersebut, kemampuan membaca bukti dan kemampuan validasi bukti dapat digolongkan ke dalam kemampuan memahami bukti matematis.

Adapun Kemampuan mengonstruksi bukti matematis adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematika berdasarkan definisi, prinsip, teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (pembuktian langsung atau tak langsung) (Sumarmo, 2011). Adapun menurut Hodds (2014), mengonstruksi bukti matematis merupakan suatu kegiatan yang berhubungan dengan proses mengkreasi argumen-argumen untuk mencoba membuktikan suatu teorema.

Secara umum, perbedaan antara kemampuan mengonstruksi bukti matematis dengan kemampuan memahami bukti matematis adalah mengonstruksi bukti matematis merupakan suatu kegiatan untuk menuliskan suatu bukti, sedangkan memahami bukti matematis berkaitan dengan memahami sebuah bukti yang telah dikonstruksi. Hal tersebut menyiratkan bahwa kedua kemampuan tersebut penting untuk dimiliki siswa. Selama ini, penelitian tentang kemampuan pembuktian matematis banyak yang berpusat pada mahasiswa. Adapun untuk siswa SMA, terutama di Indonesia, penelitiannya mencakup penerapan model untuk meningkatkan kemampuan tersebut seperti penelitian dari Mubarok, Pujiastuti, & Suparsih (2018) dan Aryadi & Ahmatika (2018), penelitian tentang analisis kemampuan pembuktian matematis siswa SMA oleh Hermanto, Kodirun, & Anggo (2016), penelitian tentang proses berpikir siswa SMA dalam menyusun bukti matematis Fatmahayati, Ikhsan & Zubainur (2019) serta kajian tentang muatan konten penalaran dan pemnuktian matematis dalam buku kurikulum 2013 (Utari & Hartono, 2019). Belum banyak penelitian yang membahas tentang sub dari kemampuan pembuktian matematis itu sendiri, yaitu tentang kemampuan memahami bukti matematis dan kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Karena pentingnya dua kemampuan tersebut, maka dalam penelitian ini akan dilihat apakah terdapat pengaruh kemampuan siswa dalam memahami suatu bukti matematis terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Hasil tersebut nantinya berguna dalam proses pembelajaran apakah guru perlu fokus pada kemampuan memahami bukti matematis dan juga kemampuan mengonstruksi bukti matematis atau hanya fokus mengajarkan siswa dalam mengonstruksi bukti matematis saja.

## **METODE**

Penelitian ini merupakan penelitian survey dengan pendekatan kuantitatif. Partisipannya adalah 30 siswa kelas X di salah satu SMA kota Bandung, Jawa Barat, Indonesia. Pemilihan partisipan dalam penelitian ini menggunakan teknik purposive sampling, yaitu mengambil sampel dengan pertimbangan tertentu (Fraenkel, Wallen, & Hyun, 2012). Adapun pertimbangannya adalah siswa tersebut baru saja belajar materi aturan sinus, kosinus, dan luas daerah segitiga serta dalam proses pembelajarannya guru mengajarkan tentang pembuktian matematis sehingga peneliti beranggapan bahwa siswa tersebut sudah punya pengalaman dalam membuktikan suatu pernyataan matematis.

Pengumpulan data dilakukan melalui tes. Tes diberikan untuk mengukur kemampuan siswa dalam memahami bukti matematis dan mengonstruksi bukti matematis, masing-masing diberikan 3 soal berbentuk uraian. Materi yang diuji tentang trigonometri, karena salah satu topik matematika di jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA) yang sarat dengan pembuktian adalah trigonometri. Dalam pokok pembahasan trigonometri, materinya sangatlah luas. Di dalamnya terdapat satu sub-bab, yaitu aturan sinus, cosinus, dan luas daerah segitiga. Aturan-aturan tersebut banyak digunakan dalam membuktikan suatu pernyataan matematis. Dari aturan-aturan itulah didapatkan beberapa aturan atau rumus baru dalam ruang lingkup trigonometri. Untuk membatasi topik yang sangat

luas dimana nantinya saat mengerjakan tes dikhawatirkan siswa tidak dapat menjawab, bukan karena tidak mampu melakukan pembuktian, tetapi karena lemah dalam penguasaan materinya, maka pada penelitian ini, soal-soal pembuktian matematis yang diberikan adalah hanya yang berkaitan dengan topik aturan sinus, cosinus, dan luas daerah segitiga.

Teknik analisis data yang digunakan adalah analisis regresi sederhana. Analisis regresi diterapkan untuk melihat apakah terdapat pengaruh yang signifikan kemampuan memahami bukti matematis (X) terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis (Y). Analisis yang dilakukan mencakup uji normalitas, persamaan regresi, uji signifikan regresi, dan uji signifikan koefisien regresi.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Untuk mengetahui pengaruh kemampuan memahami bukti matematis terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis siswa, dilakukan uji regresi. Adapun yang menjadi variabel bebasnya adalah kemampuan memahami bukti matematis (X), sedangkan variabel terikatnya adalah kemampuan mengonstruksi bukti matematis (Y). Sebelum dilakukan uji regresi berganda, terlebih dahulu dilakukan uji normalitas data. Pengujian normalitas data menggunakan Uji Saphiro-Wilk berbantuan SPSS. Adapun hasil uji normalitas data untuk data-data yang akan digunakan dalam uji normalitas adalah sebagai berikut.

**Tabel 1. Hasil Uji Normalitas Variabel Analisis Regresi**

No	Variabel	Statistik	Signifikansi	Keputusan
1	Kemampuan memahami bukti matematis	0,951	0,177	Terima Ho
2	Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis	0,936	0,069	Terima Ho

Ho: Data berdistribusi normal

Hasil uji normalitas menunjukkan bahwa semua variabel yang akan dilakukan uji statistik datanya berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Selanjutnya dilakukan uji regresi berganda dengan bantuan SPSS 22. Adapun hasil yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 2 dan Tabel 3 berikut.

**Tabel 2. Output ANOVA (Pengujian Model Regresi)**

Model	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
Regression	197,358	1	197,358	8,126	,008
Residual	680,009	28	24,286		
Total	877,367	29			

Dari Tabel 2 diperoleh hasil uji ANOVA atau *F-Test* pengujian model regresi. Nilai F hitung yang didapat adalah 8,126 dengan tingkat signifikansi 0,008. Nilai Signifikansi tersebut kurang dari 0,05, maka disimpulkan bahwa model regresi dapat dipakai untuk memprediksi kemampuan mengonstruksi bukti matematis atau dengan kata lain kemampuan memahami bukti matematis berpengaruh terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis siswa.

**Tabel 3. Output Koefisien Regresi**

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	7,359	1,728		4,258	,000
Memahami Bukti Matematis	,336	,118	,474	2,851	,008

Adapun persamaan regresi diperoleh dari Tabel 3. Persamaan regresi yang terbentuk adalah:

$$\hat{Y} = 7,359 + 0,336X \quad (1)$$

Selanjutnya, tafsiran dari persamaan regresi tersebut adalah sebagai berikut.

- Konstanta sebesar 7,359 menyatakan bahwa jika siswa mendapatkan skor nol pada tes kemampuan memahami bukti maka skor mengonstruksi bukti matematis siswa adalah 7,359.
- Koefisien regresi X sebesar 0,336 menyatakan bahwa setiap kenaikan (karena tanda +) 1 skor kemampuan memahami bukti matematis akan meningkatkan skor mengonstruksi bukti matematis sebesar 0,336.

Hasil dari Tabel 3 juga digunakan untuk menguji signifikansi konstanta dan koefisien variabel independennya. Untuk konstanta, nilai signifikansinya 0,000, yaitu kurang dari 0,05 sehingga konstanta yang diperoleh signifikan. Adapun untuk koefisien variabel independennya, nilai signifikansi koefisien X adalah 0,008 yaitu kurang dari 0,05 sehingga koefisien X juga signifikan. Dari pengujian koefisien regresi tersebut dapat disimpulkan bahwa kemampuan memahami bukti matematis berpengaruh secara signifikan terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis siswa.

## **Pembahasan**

Seperti yang telah dijelaskan pada bagian pendahuluan, kemampuan pembuktian matematis terdiri dari dua sub kemampuan, yaitu kemampuan memahami bukti matematis dan kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Hasil uji regresi memperlihatkan bahwa kemampuan memahami bukti matematis mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis siswa pada topik trigonometri. Hal tersebut menunjukkan bahwa seseorang yang memiliki kemampuan memahami bukti matematis baik, kemampuan mengonstruksi bukti matematisnya juga cenderung baik. Hasil ini sama dengan pendapat Hodds (2014) yang menyatakan bahwa seseorang yang ingin berhasil dalam mengonstruksi bukti matematis harus memiliki kemampuan memahami bukti matematis yang baik.

Adanya pengaruh yang signifikan dari kemampuan memahami bukti matematis terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis dapat ditinjau secara detail dari indikator kemampuan memahami bukti matematis. Kemampuan yang diukur melalui indikator-indikator tersebut menjadi modal bagi siswa untuk dapat mengonstruksi bukti matematis. Adapun penjelasannya adalah sebagai berikut.

### **Indikator 1**

Indikator 1 mengukur kemampuan siswa dalam memberikan alasan untuk setiap langkah dari suatu bukti matematis yang diberikan. Kemampuan ini berguna dalam proses pembuktian, yaitu sebagai proses pembiasaan sekaligus pengenalan bahwa dalam pembuktian perlu konsep-konsep yang berkaitan dengan materi yang diujikan maupun materi lain yang terkait. Pemahaman dan penguasaan akan suatu konsep, dalam hal ini konsep aturan sinus, aturan kosinus, dan luas daerah segitiga, sangat penting bagi siswa, sebab hal tersebut menjadi modal awal bagi siswa untuk dapat menyelesaikan suatu masalah yang diberikan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang rendah pemahaman konsep akan mengalami kegagalan dalam menyelesaikan suatu

permasalahan matematis (Herizal, Suhendra, & Nurlaelah, 2019). Untuk indikator ini, peneliti memberikan sebuah bukti matematis berbentuk dua kolom, yaitu kolom pernyataan dan alasan. Siswa diminta untuk menuliskan alasan dari setiap pernyataan yang diberikan, misal pernyataan pada langkah pertama pembuktian adalah  $\frac{8}{\sin 60^\circ} = \frac{BC}{\sin 45^\circ}$ , alasan yang benar untuk pernyataan ini “aturan sinus”. Pernyataan lain adalah  $45^\circ + 60^\circ + m\angle B = 180^\circ$ . Alasan yang tepat untuk pernyataan tersebut adalah “teorema jumlah sudut dalam segitiga”. Siswa yang mampu memberikan alasan pada setiap langkah pembuktian yang diberikan akan berhasil dalam tes mengonstruksi bukti matematis sebab pada tes tersebut siswa sudah tahu konsep seperti aturan sinus, aturan kosinus, dan luas daerah segitiga yang memang materi tersebut diperlukan dalam menyelesaikan soal mengonstruksi bukti matematis yang diberikan. Dengan demikian, indikator satu berpengaruh terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis.

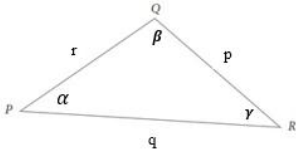
### Indikator 2

Indikator berikutnya yaitu menilai (memvalidasi) pernyataan-pernyataan dalam setiap langkah pembuktian, jika terdapat kesalahan kemudian siswa dapat memperbaiki kesalahan tersebut sehingga menjadi bukti yang valid. Sama seperti soal pada indikator sebelumnya, peneliti memberikan sebuah bukti matematis berbentuk dua kolom, hanya saja pada indikator ini, peneliti menuliskan beberapa pernyataan yang salah dan juga terdapat pernyataan yang benar. Siswa diminta untuk menilai apakah pernyataan yang diberikan benar atau salah, kalau benar berikan alasan pada kolom dua, sedangkan kalau pernyataan tersebut dinilai oleh siswa salah, maka siswa harus memperbaikinya menjadi pernyataan yang benar. Contoh: peneliti menulis bentuk dari aturan sinus yang salah, dan juga nilai dari fungsi trigonometri yang salah. Di sini, siswa yang sudah paham aturan sinus akan tahu bahwa pernyataan berupa aturan sinus yang diberikan adalah salah, sebab bukan berupa perbandingan sisi dengan sudut di hadapan sisi tetapi perbandingan sisi dengan sudut lain yang bukan di hadapan sisi yang diketahui. Indikator tersebut menjadi modal penting saat siswa mengonstruksi bukti matematis terutama yang berkaitan dengan materi aturan sinus (soal nomor 1 tes mengonstruksi bukti matematis). Siswa yang mempunyai kemampuan baik dalam memvalidasi kebenaran suatu langkah pembuktian tersebut akan dapat menghindari kesalahan-kesalahan dalam proses mengonstruksi bukti matematis. Siswa tidak akan menuliskan suatu langkah yang salah dalam proses membuktikan suatu pernyataan matematis sebab sudah mempunyai kemampuan untuk menentukan apakah suatu langkah benar atau salah. Hasil serupa juga dinyatakan oleh Pfeiffer (2009) yaitu praktik memvalidasi suatu bukti matematis tidak hanya meningkatkan kemampuan validasi, tapi juga menjadikan mereka memiliki pemahaman yang lebih baik terhadap suatu konten matematika, meningkatkan kemampuan mengonstruksi suatu bukti matematis, dan meningkatkan pengetahuan tentang metode atau strategi yang digunakan dalam suatu pembuktian.

### Indikator 3

Indikator lain dalam memahami bukti matematis adalah menerapkan tahapan-tahapan pembuktian suatu pernyataan dalam membuktikan pernyataan lain yang serupa. Di sini, peneliti meminta siswa untuk mengadaptasi langkah-langkah dari sebuah bukti matematis, yaitu menentukan rumus luas daerah segitiga untuk membuktikan rumus luas daerah segitiga lain yang serupa dengan rumus sebelumnya (contoh soalnya di Gambar 1). Siswa dituntut untuk memahami setiap langkah dari bukti matematis yang diberikan. Indikator ini mengarahkan siswa ke proses mengonstruksi bukti matematis yang sesungguhnya. Pada tahap awal, siswa masih diberikan panduan dalam mengonstruksi bukti matematis. Proses tersebut merupakan upaya untuk membiasakan siswa dalam proses pengonstruksian bukti matematis. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa siswa yang mampu menyelesaikan soal ini rata-rata mampu menyelesaikan soal mengonstruksi bukti matematis. Hal tersebut menunjukkan bahwa juga terdapat pengaruh kemampuan memahami bukti matematis dalam mengonstruksi bukti matematis.

3. Perhatikan gambar segitiga di bawah ini!



Untuk membuktikan bahwa luas daerah segitiga PQR adalah  $\frac{p^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$ , langkah-langkah pembuktiannya adalah sebagai berikut.

1) Dari aturan sinus diperoleh:

$$\frac{p}{\sin \alpha} = \frac{q}{\sin \beta}$$

$$q = \frac{p \sin \beta}{\sin \alpha} \dots\dots 1)$$

2) Adapun rumus luas segitiga adalah  $L = \frac{1}{2} p q \sin \gamma \dots\dots 2)$

3) Substitusikan persamaan 1) ke persamaan 2) sehingga diperoleh

$$L = \frac{1}{2} p q \sin \gamma = \frac{1}{2} p \left( \frac{p \sin \beta}{\sin \alpha} \right) \sin \gamma = \frac{p^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$$

**Dengan cara yang serupa, buktikanlah bahwa rumus luas daerah segitiga PQR di atas juga berbentuk  $\frac{r^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \gamma}$**

Gambar 1 Soal Tes Kemampuan Memahami Bukti matematis Indikator 3

Dari hasil uji statistik dan tinjauan indikatornya menunjukkan bahwa kemampuan memahami bukti matematis sangat berpengaruh terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis siswa. Namun, pada terdapat kasus beberapa siswa bahwa ada siswa yang skor kemampuan memahami buktinya lebih rendah dibandingkan dengan skor kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Dari lembar jawaban diperoleh bahwa skor kemampuan mengonstruksi buktinya diperoleh dari item soal nomor 1, yaitu melengkapi bagian yang kosong pada langkah-langkah yang bersifat rutin. Di samping itu terdapat juga siswa yang memperoleh skor kemampuan mengonstruksi bukti matematis dari soal nomor 2, yaitu mengubah salah satu fakta yang diberikan ( $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ) menjadi bentuk  $\cos \alpha = \dots$ . Dua hal di atas menunjukkan bahwa perolehan skor siswa hanya pada bagian dasar matematika, yaitu operasi aljabar, bukan pada bagian mengonstruksi bukti matematis yang bersifat kompleks. Hal itu menunjukkan bahwa kemampuan mengonstruksi bukti matematis pada beberapa siswa tidak terlalu dipengaruhi oleh kemampuan memahami bukti matematis. Namun, secara umum diperoleh bahwa terdapat pengaruh kemampuan memahami bukti matematis siswa terhadap kemampuan mengonstruksi bukti matematis pada topik trigonometri.

## KESIMPULAN

Kemampuan pembuktian matematis merupakan salah satu kemampuan penting yang harus dimiliki oleh siswa sebab melalui kemampuan tersebut siswa dilatih untuk berpikir kritis, berpikir matematis tingkat tinggi, tidak mudah mempercayai sebelum ada bukti, serta bekerja secara teratur dan sistematis. Dua sub kemampuan pembuktian matematis, yaitu kemampuan memahami bukti matematis dan mengonstruksi bukti matematis merupakan kemampuan yang harus dikuasai oleh siswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan memahami bukti matematis berpengaruh terhadap kemampuan siswa dalam mengonstruksi bukti matematis, artinya jika siswa ingin meningkatkan kemampuan mengonstruksi suatu bukti matematis, maka terlebih dahulu mereka harus ahli dalam memahami bukti matematis. Hasil tersebut menghendaki guru selama proses pembelajaran matematika terutama pada topik yang memuat banyak pembuktian matematis agar tidak hanya fokus pada mengonstruksi bukti matematis saja tetapi

juga mengajarkan mereka untuk dapat memahami bukti matematis melalui berbagai indikator dari kemampuan tersebut.

## REFERENSI

- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan RI, Nomor 21, 2016 tentang Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah
- Aryadi, D., & Ahmatika, D. (2018). Penerapan Model Pembelajaran PACE (Project, Activity, Cooperative Learning, Exercise) untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Peserta Didik SMA. *UJMES*, 3(2), 92–98.
- Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8>
- de Villiers, M. (1990). The role and function of proof in Mathematics. *Pythagoras*, 24(November 1990), 17–23.
- Doruk, M., & Kaplan, A. (2015). Prospective mathematics teachers' difficulties in doing proofs and causes of their struggle with proofs. *1st International Eurasian Educational Research Congress*, 315–328.
- Fatmahayati, W., Ikhsan, M., & Zubainur, C. M. (2019). Proses Berpikir Siswa SMA dalam Menyusun Bukti Matematis. *GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2).
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to Design and Evaluate Research in Education*. New York: McGraw Hill.
- Herizal, H., Suhendra, S., & Nurlaelah, E. (2019). The ability of senior high school students in comprehending mathematical proofs. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(22123), 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/2/022123>
- Hermanto, Kodirun, & Anggo, M. (2016). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa SMA terhadap Matriks Ditinjau dari Pengetahuan Awal Matematika. *Jurnal Pembelajaran Berpikir Matematika*, 1(2), 11–18.
- Hodds, M. (2014). *Improving proof comprehension in undergraduate mathematics*. Loughborough University.
- Mubarok, M. S., Pujiastuti, E., & Suparsih, H. (2018). Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis dan Rasa Ingin Tahu Siswa Kelas XI MIPA SMA Negeri 6 Semarang Melalui Model PBL. In I. Rosyida (Ed.), *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (pp. 677–683). Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.
- Pelc, A. (2014). Why Do We Believe Theorems?, 1–34. Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1411.4857>
- Pfeiffer, K. (2009). The role of proof validation in students' mathematical learning Kirsten Pfeiffer,. *Bsrlm*, 29(November), 79–84. Retrieved from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip29-3/BSRLM-IP-29-3-14.pdf>
- Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4–36. <https://doi.org/10.2307/30034698>
- Solow, D. (2014). *How to read and do proofs*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Utari, T., & Hartono, H. (2019). Muatan penalaran dan pembuktian matematis pada buku teks matematika SMA kelas X Kurikulum 2013. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 6(1), 1–13.