Penyelesaian Sistem Persamaan Linear *Fully Fuzzy* Menggunakan Metode Iterasi Jacobi

Corry Corazon Marzuki[1], Herawati[2]
Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
E-mail: Herawati2402@yahoo.com

ABSTRAK

Persamaan linear mempunyai konstanta yang merupakan bilangan asli. Konstanta dalam persamaan linear dapat pula berupa bilangan *fuzzy* dan semua parameternya dalam bilangan *fuzzy* yang dikenal dengan istilah sistem persamaan linear *fully fuzzy*. Salah satu metode untuk penyelesaian sistem persamaan linear *fully fuzzy* menggunakan metode tidak langsung yang biasanya disebut iterasi. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tersebut adalah metode iterasi Jacobi. Metode iterasi Jacobi merupakan metode iterasi yang menggunakan nilai awal pada prosesnya sehingga diproleh nilai dengan kesalahan yang relatif kecil dan syaratnya persamaan tersebut harus dominan secara diagonal. Solusi yang diperoleh dari sistem persamaan linear *fully fuzzy* berupa solusi tunggal.
.

***Kata kunci**: Fuzzy, Metode iterasi Jacobi, Sistem persamaan linier fully fuzzy*

ABSTRACT

The linear equation has a constant which is usually the natural numbers. The constant in the linear equation can also bezylinear system of equations. One method for the settlement of a fully fuzzy linear system of equations using the indirect method is usually called iteration. In this final method used to solve these linear systems is Jacobi iteration method. Jacobi iteration method is an iterative method that uses initial value in the process in value to obtained with a relatively small error and condition the equation must be strictly diagonally dominant. Solution obtained from the fully fuzzy linear system of equations in the form of a single solution.

***Key Words**: Fuzzy, Fully fuzzy linear system of equations, Jacobi iterative method.*

PENDAHULUAN

Sistem persamaan linear merupakan salah satu bagian dari aljabar linear yang sering dipelajari dalam ilmu matematika. Sistem persamaan linier muncul secara langsung dari masalah-masalah yang nyata sehingga membutuhkan proses penyelesaian.

Sistem persamaan linier dapat diselesaikan dengan dua metode. Metode pertama yaitu secara langsung, yang biasanya disebut metode eksak. Metode tersebut diantaranya metode invers, eliminasi, subtitusi, dekomposisi *LU*, dekomposisi Cholesky, dekomposisi *QR*, dekomposisi *Crout*, dan dekomposisi *ST*. Metode kedua biasanya dikenal dengan metode tidak langsung atau metode iterasi, diantaranya metode iterasi Jacobi, metode Newton, dan metode Gauss Seidel.

Metode iterasi Jacobi merupakan salah satu bidang analisis numerik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan linear. Metode ini ditemukan oleh matematikawan yang berasal dari jerman, Carl Gustav Jakob Jacobi pada tahun 1800.Metode iterasi Jacobi merupakan salah satu metode tak langsung, yaitu bermula dari suatu hampiran penyelesaian awal dan kemudian hampiran yang tak berhingga dengan langkah konvergen. Metode iterasi Jacobi ini digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear berukuran besar dan proporsi koefisien nolnya besar. Dari metode eliminasi, substitusi, dan determinan masih terasa sulit untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang terdiri dari n persamaan dengan $n > 3$.

Seiring perkembangan ilmu matematika, sistem persamaan linear tidak hanya digunakan dalam bilangan riil saja namun dapat digunakan dalam bilangan *fuzzy* dengan penyelesaian menggunakan metode langsung dan metode tak langsung. Konsep bilangan *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Lotfi. A Zadeh (1965). *Fuzzy* dapat diartikan sebagai kabur atau samar. Bentuk sistem persamaan linier *fuzzy* sama seperti persamaan linier biasa, perbedaannya terletak pada unsur y. Unsur y dalam sistem persamaa linier *fuzzy* merupakan bentuk parameter yang berbeda pada interval tertentu. Selain itu, dalam *fuzzy* dikenal juga sistem persamaan linier *fully fuzzy*. Sistem persamaan linier *fully fuzzy* merupakan persamaan matriks $\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{y}$ dengan A adalah matriks *fuzzy* dan x, y adalah bilangan *fuzzy*.

Penyelesaian sistem persamaa linier *fully* fuzzy telah dibahas sebelumnya, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Tuti Susanti, Sukamto dengan judul *Mereduksi Sistem Persamaan Linear Fuzzy Penuh Dengan Bilangan Fuzzy Trapesium*. Pada tahun 2013, Syafrina membahas dengan judul *Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy Kompleks Menggunakan Metode Dekomposisi QR*. Pada tahun 2013, Kholifah membahas dengan judul *Penyelesaian Persamaan Linear Fully Fuzzy Menggunakan Metode Gauss Seidel*.

TINJAUAN PUSTAKA

Sistem Persamaan Linear (SPL)

Sistem persamaan linear merupakan gabungan dua atau lebih persamaan linear yang saling berkaitan satu dengan yang lainnya. Sistem persamaan linear memegang peranan penting dalam aljabar linear. Aljabar linear sering dihadapkan pada persoalan mencari penyelesaian suatu sistem persamaan linear. Bentuk umum sistem persamaan linear dapat ditulis sebagai berikut $Ax = y$.

Definisi 1(Marc Lipson, 2006)

Sistem persamaan linear adalah sekumpulan persamaan linear dengan variabel-variabel yang tidak diketahui. Sistem persamaan linear yang terdiri dari m persamaan $(L_1, L_2, \ldots, L_m)$, dengan n variabel yang tidak diketahui $x_1, x_2, \ldots, x_n$, dapat disusun dalam bentuk:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= y_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\quad \vdots \quad & \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= y_m \end{aligned} \tag{1}$$

dengan a_{ij} dan y_i adalah konstanta. a_{ij} adalah koefisien dari variabel yang tidak diketahui x_j pada persamaan L_i dan bilangan y_i adalah konstanta dari persamaan L_i.

Himpinan Fuzzy

Sebelum membahas tentang bilangan *fuzzy* terlebih dahulu dijelaskan tentang *fuzzy* dan himpunan *fuzzy*. *Fuzzy* dapat diartikan kabur, semu atau dapat diartikan ketidakpastian. Himpunan *fuzzy* pertama kali dibahas oleh Lotfi A. Zadeh 1965. Himpunan *fuzzy* merupakan kumpulan dari entri-entri dengan suatu rangkaian tingkat keanggotaan. Himpunan ini dicirikan dengan fungsi keanggotaan yang menegaskan suatu tingkatan (*grade*) keanggotaan yang bernilai 0 dan 1, dari penjelasan tersebut dapat dikatakan bahwa nilai keanggotaan pada *fuzzy* terletak pada interval [0,1]. Secara fungsional himpunan *fuzzy* disajikan dalam bentuk persamaan matematis sehingga untuk mengetahui derajat kenggotaan dari masing-masing elemen memerlukan perhitungan.

Definisi 2 (Widodo, 2009)

Misalkan X adalah suatu himpunan semesta, kemudian himpunan bagian *fuzzy*A dari X adalah himpunan bagian dari X yang keanggotaannya didefinisikan melalui fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \; : X \to [0,1]$$

dengan $x \in X$ dan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ derajat keanggotaan.

Berdasarkan definisi tersebut maka himpunan $fuzzy\tilde{A}$ dalam himpunan semesta x, ditulis dalam bentuk:

$$\tilde{A} = \{(x,\ \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\},$$

Dengan $(x,\ \mu_{\tilde{A}}(x))$ menyatakan elemen x yang mempunyai derajat keanggotaan $\mu_{\tilde{A}}(x)$.

Fungsi keanggotaan fuzzy diantaranya adalah:

Nilai fuzzy triangel dilambangkan dengan $M(a, b, c)$, yang mempunyai fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$(\mathrm{x}; \mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}) = \begin{cases} 0 & \text{untuk } \mathrm{x} \leq \mathrm{a} \\ \dfrac{\mathrm{x} - \mathrm{a}}{\mathrm{b} - \mathrm{a}} & \text{untuk } \mathrm{a} \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{b} \\ \dfrac{\mathrm{c} - \mathrm{x}}{\mathrm{c} - \mathrm{b}} & \text{untuk } \mathrm{b} \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{c} \\ 0 & \text{untuk } \mathrm{x} \geq \mathrm{c}. \end{cases}$$

Sistem Persamaan Linier *Fully Fuzzy*

Sistem Persamaan Linear *fully fuzzy* dapat ditulis menjadi bentuk perkalian matriks *fuzzy*. Sistem persamaan linier *fully fuzzy* merupakan sebuah sistem persamaan linier yang semua parameternya dalam bentuk *fuzzy*.

Definisi 3 (K. Jaukimar dan S. Sunantha, 2013)
Matriks $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ disebut dengan matriks *fuzzy*, jika setiap elemen $\tilde{A}$ adalah bilangan *fuzzy*. Sebuah matriks *fuzzy*$\tilde{A}$ bernilai positif yang dinotasikan dengan $\tilde{A} > 0$, jika setiap elemen $\tilde{A}$ positif. Kita dapat mengatakan matriks *fuzzy*$n \times n\tilde{A} = \left(\tilde{a}_{ij}\right)_{nxn}$, yang mana $\tilde{a}_{ij} = \left(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}\right)$, dengan notasi baru $\tilde{A} = (A, M, N)$, dimana $A = \left(a_{ij}\right)_{nxn},\ M = \left(m_{ij}\right)_{nxn},\ dan\ N = \left(n_{ij}\right)_{nxn}$ adalah matriks tegas.

Definisi 4 (K. Jaukimar dan S. Sunantha, 2013)
Dua bilangan *fuzzy* dengan matriks $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ dikatakan sama, jika dan hanya jika $a_1 = b_1, a_2 = b_2$ dan $a_3 = b_3$.

Definisi 4 (K. Jaukimar dan S. Sunantha, 2013)
Jika $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3) > 0$, $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3) > 0$, maka:
$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) \otimes (b_1, b_2, b_3) \cong (a_1 b_1, b_1 a_2 + a_1 b_2, b_1 a_3 + a_1 b_3)$(2)

Definisi 5 (K. Jaukimar dan S. Sunantha, 2013)
Misalkan sistem persamaan linear *fuzzy* $n \times n$ sebagai berikut:

$$\begin{gathered}(\tilde{a}_{11} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{12} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \cdots \oplus (\tilde{a}_{1n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_1 \\ (\tilde{a}_{21} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{22} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \cdots \oplus (\tilde{a}_{2n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \qquad \vdots \\ (\tilde{a}_{n1} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{n2} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \cdots \oplus (\tilde{a}_{nn} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_n\end{gathered} \tag{3}$$

Bentuk matriks dari persamaan diatas adalah:

$$\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b} \tag{4}$$

dari bentuk diatas dapat diartikan bahwa matriks koefisien $\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$ semua parameternya dalam bentuk bilangan *fuzzy*.
Dimana matriks koefisien $\tilde{A} = \left(\tilde{a}_{ij}\right)$, $1 \leq i,\ j \leq n$ adalah matriks *fuzzy* $n \times n$ dan $\tilde{x}_j,\ \tilde{b}_j \in F(R)$, dimana $F(R)$ adalah himpunan bilangan *fuzzy* segitiga. Sistem ini disebut sistem linear *fully fuzzy*.
Solusi sistem persamaan linear *fully fuzzy*$\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$, diperoleh dari tiga sistem persamaan linear berikut:

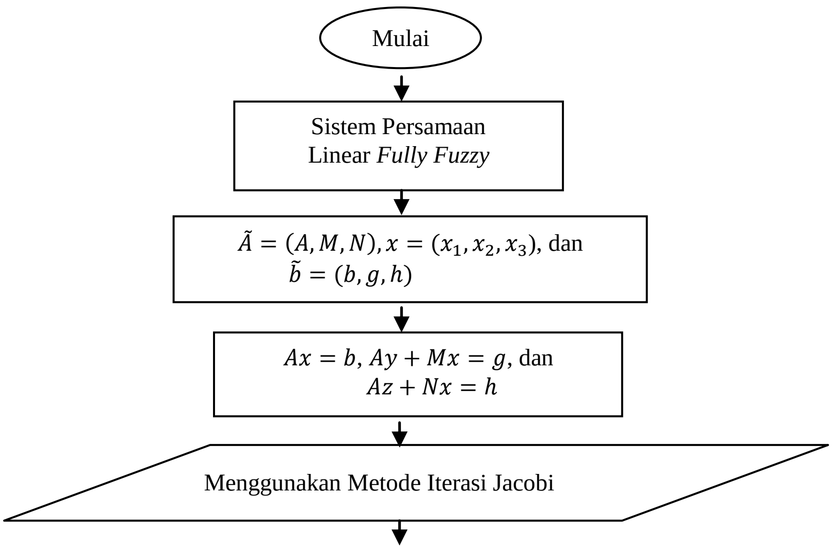
$$\begin{aligned} Ax &= b \\ Ay + Mx &= g \\ Az + Nx &= h \end{aligned} \tag{5}$$

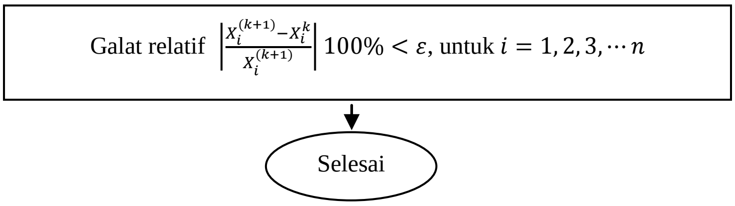
Diasumsikan bahwa A adalah sebuah matriks non singular maka diperoleh solusi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Ax &= b & &\Rightarrow x = A^{-1}b \\ Ay &= g - Mx & &\Rightarrow y = A^{-1}(g - Mx) \\ Az &= h - Nx & &\Rightarrow z = A^{-1}(h - Nx) \end{aligned} \tag{6}$$

METODE PENELITIAN

Jalannya penelitian dapat ditunjukkan pada Gambar 1 dibawah ini:





Gambar 1 ***Flowchart*** **Metodologi Penelitian**

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas mengenai penyelesaian persoalan sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode iterasi Jacobi. Proses penyelesaian persoalan ini dilakukan dengan proses berulang-ulang yang biasanya disebut iterasi, hingga diperolehnilai dengan kesalahan yang relatif kecil.

1. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear *Fully Fuzzy* Menggunakan Metode Iterasi Jacobi

Berikut ini contoh untuk menyelesaikan sistem persamaan linear *fully fuzzy* 3 persamaan dan 3 variabel menggunakan metode Iterasi Jacobi.

Contoh 1:

Diberikan sistem persamaan linear *fully fuzzy* sebagai berikut:

$$(19, 1, 1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (12, 1.5, 1.5) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (6, 0.5, 0.2) \otimes (x_3, y_3, z_3) = (1897, 427.7, 536.2)$$

$$(2, 0.1, 0.1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (4, 0.1, 0.4) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (1.5, 0.2, 0.2) \otimes (x_3, y_3, z_3) = (434.5, 76.2, 109.3)$$

$$(2, 0.1, 0.2) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2, 0.1, 0.3) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (4.5, 0.1, 0.1) \otimes (x_3, y_3, z_3) = (535.5, 88.3, 131.9)$$

Dengan tingkat kesalahan yang kurang dari $\varepsilon = 0.1$, tentukan solusi dari sistem persamaan linear *fully fuzzy* di atas.

Penyelesaian :

Langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear *fully fuzzy* diatas adalah sebagai berikut:

Mengubah bentuk persamaan ke dalam matriks $\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$dimana $\tilde{A} = (A, M, N)$dan$\tilde{b} = (b, g, h)$, dengan:

$$A = \begin{bmatrix} 19 & 12 & 6 \\ 2 & 4 & 1.5 \\ 2 & 2 & 4.5 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} N = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1897 \\ 434.5 \\ 535.5 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 427.7 \\ 76.2 \\ 88.3 \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} 536.2 \\ 109.3 \\ 131.9 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya rubah matriks tersebut ke dalam bentuk sistem persamaan linear pada Persamaan (5) sebagai berikut:

$$Ax = b$$

$$\begin{bmatrix} 19 & 12 & 6 \\ 2 & 4 & 1.5 \\ 2 & 2 & 4.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1897 \\ 434.5 \\ 535.5 \end{bmatrix} \qquad (7)$$

$$Ay + Mx = g$$

$$\begin{bmatrix} 19 & 12 & 6 \\ 2 & 4 & 1.5 \\ 2 & 2 & 4.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 427.7 \\ 76.2 \\ 88.3 \end{bmatrix} \qquad (8)$$

$$Az + Nx = h$$

$$\begin{bmatrix} 19 & 12 & 6 \\ 2 & 4 & 1.5 \\ 2 & 2 & 4.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 536.2 \\ 109.3 \\ 131.9 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Dari Persamaan (7) maka persamaan yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$19x_1 + 12x_2 + 6x_3 = 1897$$
$$2x_1 + 4x_2 + 1.5x_3 = 434.5$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4.5x_3 = 535.5$$

Untuk mendapatkan nilai x_1, x_2 dan x_3 terlebih dahulu kita harus membuktikan bahwa persamaan tersebut dominan secara diagonal dengan cara sebagai berikut:

$$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |19| \geq |12| + |6|$$
$$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |4| \geq |2| + |1.5|$$
$$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |4.5| \geq |2| + |2|$$

Semua persamaan terbukti dominan secara diagonal karena semua nilai pada diagonal utamanya bernilai lebih besar. Sehingga diperoleh:

$$x_1 = \frac{b_1 - 12x_2 - 6x_3}{19}$$
$$x_2 = \frac{b_2 - 2x_1 - 1.5x_3}{4}$$
$$x_3 = \frac{b_3 - 2x_1 - 2x_2}{4.5}$$

Selanjutnya proses iterasi dimulai dengan nilai awal $(0, 0, 0)$, yaitu sebagai berikut:
Iterasi pertama

$$x_1^{(1)} = \frac{b_1 - 12x_2 - 6x_3}{19}$$
$$= \frac{1897 - 12(0) - 6(0)}{19} = 99.8421$$
$$x_2^{(1)} = \frac{b_2 - 2x_1 - 1.5x_3}{4}$$
$$= \frac{434.5 - 2(0) - 1.5(0)}{4} = 108.625$$
$$x_3^{(1)} = \frac{b_3 - 2x_1 - 2x_2}{4.5}$$
$$= \frac{535.5 - 2(0) - 2(0)}{4.5} = 119$$

Iterasi kedua

$$x_1^{(2)} = \frac{b_1 - 12x_2 - 6x_3}{19}$$
$$= \frac{1897 - 12(108.625) - 6(119)}{19}$$
$$= \frac{1897 - 1303.5 - 714}{19} = -6.3421$$
$$x_2^{(2)} = \frac{b_2 - 2x_1 - 1.5x_3}{4}$$
$$= \frac{434.5 - 2(99.8421) - 1.5(119)}{4}$$
$$= \frac{434.5 - 199.6842 - 178.5}{4} = 14.0789$$
$$x_3^{(2)} = \frac{b_3 - 2x_1 - 2x_2}{4.5}$$
$$= \frac{535.5 - 2(99.8421) - 2(108.625)}{4.5}$$
$$= \frac{535.5 - 199.6842 - 217.25}{4.5} = 26.3480$$

Contoh 2:
Diberikan sistem persamaan linear *fully fuzzy* sebagai berikut:

$$(10, -7, -4) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (-4, 5, -3) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (-1, -2, 1) \otimes (x_3, y_3, z_3) = (85, 36, 14)$$
$$(-3, \quad 4, 2) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (7, \quad 3, \quad 1) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (-2, -5, -5) \otimes (x_3, y_3, z_3) = (60, 25, 10)$$
$$(-7, -3, 8) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (-3, -1, -1) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (11, 2, -1) \otimes (x_3, y_3, z_3) = (95, 20, 7)$$

Tentukan solusi dari sistem persamaan linear *fully fuzzy* di atas menggunakan metode iterasi Jacobi.

Penyelesaian :

Langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear *fully fuzzy* diatas adalah sebagai berikut:

Mengubah bentuk persamaan ke dalam matriks $\widetilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$ dimana $\tilde{A} = (A, M, N)$ dan $\tilde{b} = (b, g, h)$, dengan:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -4 & -1 \\ -3 & 7 & -2 \\ -7 & -3 & 11 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} -7 & 5 & -2 \\ 4 & 3 & -5 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \\ 8 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 85 \\ 60 \\ 95 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 36 \\ 25 \\ 20 \end{bmatrix} h \quad = \begin{bmatrix} 14 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya merubah matriks tersebut ke dalam bentuk sistem persamaan linear pada Persamaan (5) sebagai berikut:

$$Ax = b$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -4 & -1 \\ -3 & 7 & -2 \\ -7 & -3 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 85 \\ 60 \\ 95 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$Ay + Mx = g$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -4 & -1 \\ -3 & 7 & -2 \\ -7 & -3 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 5 & -2 \\ 4 & 3 & -5 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 25 \\ 20 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$Az + Nx = h$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -4 & -1 \\ -3 & 7 & -2 \\ -7 & -3 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \\ 8 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Dari Persamaan (10) maka persamaan yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$10x_1 - 4x_2 - x_3 = 85$$
$$-3x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 60$$
$$-7x_1 - 3x_2 + 11x_3 = 95$$

Untuk mendapatkan nilai x_1, x_2 dan x_3 terlebih dahulu kita harus membuktikan bahwa persamaan tersebut dominan secara diagonal dengan cara sebagai berikut:

$$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |10| \geq |-4| + |-1|$$
$$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |7| \geq |-3| + |-2|$$
$$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |11| \geq |-7| + |-3|$$

Semua persamaan terbukti dominan secara diagonal karena semua nilai pada diagonal utamanya bernilai lebih besar. Sehingga diperoleh:

$$x_1 = \frac{b_1 + 4x_2 + x_3}{10}$$
$$x_2 = \frac{b_2 + 3x_1 + 2x_3}{7}$$
$$x_3 = \frac{b_3 + 7x_1 + 3x_2}{11}$$

Selanjutnya proses iterasi dimulai dengan nilai awal $(0, 0, 0)$, yaitu sebagai berikut:

Iterasi pertama

$$x_1^{(1)} = \frac{b_1 + 4x_2 + x_3}{10}$$
$$= \frac{85 + 4(0) + 1(0)}{10} = 8.5$$
$$x_2^{(1)} = \frac{b_2 + 3x_1 + 3x_3}{7}$$
$$= \frac{60 + 3(0) + 2(0)}{7} = 8.5714$$
$$x_3^{(1)} = \frac{b_3 + 7x_1 + 3x_2}{11}$$
$$= \frac{95 + 7(0) + 3(0)}{11} = 8.6364$$

Iterasi kedua

$$x_1^{(2)} = \frac{b_1 + 4x_2 + x_3}{10}$$

$$= \frac{85 + 4(8.5714) + 1(8.6364)}{10}$$
$$= \frac{85 + 34.28571 + 8.6364}{10} = 12.7922$$
$$x_2^{(2)} = \frac{b_2 + 3x_1 + 2x_3}{7}$$
$$= \frac{60 + 3(8.5) + 2(8.6364)}{7}$$
$$= \frac{60 + 25.5 + 17.27273}{7} = 14.6818$$
$$x_3^{(2)} = \frac{b_3 + 7x_1 + 3x_2}{11}$$
$$= \frac{95 + 7(8.5) + 3(8.5714)}{11}$$
$$= \frac{95 + 59.5 + 25.71429}{11} = 16.3831$$

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan dari Contoh 1, maka diperoleh nilai dengan kesalahan yang relatif kecil, yaitu sebagai berikut:

$$x = (38.7053, \quad 63.6223, \quad 76.6363\,)$$
$$y = (7.3688, \quad 5.9954, \quad 10.7902)$$
$$z = (13.4214, \quad 4.5727, \quad 14.0138)$$

Sehingga galat yang diperoleh dari sistem persamaan linear *fully fuzzy* tersebut adalah:

$$\varepsilon_x = (0.092805, 0.05371, 0.044974)$$
$$\varepsilon_y = (0.1698, 0.198592, 0.111297)$$
$$\varepsilon_z = (0.031505, 0.087968, 0.028952)$$

Solusi yang diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan linear *fully fuzzy* adalah solusi tunggal.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada.

[2]Indah, Sabrina. 2013. Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Menggunakan Metode SVD. Pekanbaru: *SKRIPSI Jurusan Matematika Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau*..

[3] Kholifah. 2013. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear *Fully Fuzzy* Menggunakan Metode Gauss Saidel. Pekanbaru: *SKRIPSI Jurusan Matematika Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau*.

[4] K. Jaikumar and S. Sunantha. 2013. "*SsT Decomposition Methot for Solving Fully Fuzzy Linear Systems"*.Int. J. Industrial Mathematics. Vol. 5, No. 4.

[5] Marc Lipson. 2006. *Aljabar Linear Schaum's.* Edisi Ketiga. Jakarta: Erlangga.

[6] Prasetyo Budi Darmono. "*Solusi Sistem Persamaan Linear dengan Metode Jacobi*". Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo.

[7] Munir, Rinaldi. 2006 *Metode Numerik*.Edisi Revisi. Bandung: Departemen Teknik Informatika ITB.

[8] S.H Nasseri and F. Zahmatkesh. 2010. "*Huang Method for Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations*. Mathematics and Computer Science. Vol. 1, No.1, 1-5.

[9] S.H Nasseri and M. Sohrabi. 2010. "*Gram-Schmidt Approach for Linear System of Equations with Fuzzy Parameters"*. Mathematics and Computer Science, Vol. 1, No.2, 80-89.

[10] Susanti Tuti, Mashadi, Sukamto. 2009. Mereduksi Sistem Persamaan Linear Fuzzy Penuh dengan Bilangan Fuzzy Trapesium. Pekanbaru: *Jurnal Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau*.

[11] Syafrina. 2013. *Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy Kompleks Menggunakan Metode Dekomposisi QR*. Pekanbaru: Skripsi *Jurusan Matematika Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau*.

[12] V.Vijayalakshmi. 2011. "*ST Decompocition Method for Solving FFLS Using Gauss Jordan for Trapezoidal Fuzzy Matrices"*. International Mathematical Forum, Vol. 6, No. 45, 2245-2254.

[13] Widodo. 2009. *Himpunan Fuzzy dan Fuzzy Decision*. Yogyakarta: FMIPA UGM.