Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol.5, No. 2, Juli 2019
ISSN 2460-4542, e-ISSN 2615-8663

Optimasi Hasil Produksi Model *Fuzzy Linear Programming* (*FLP*) Menggunakan Metode Mehar (Studi Kasus: Usaha Uni Risna Payakumbuh)

Sri Basriati[1], Elfira Safitri[2], Rahmi Yatul Husna M[3]
[1,2,3]Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR Soebrantas No.155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email: sribasriati@uin-suska.ac.id, elfira.safitri@uin-suska.ac.id, rahmiyatul94@gmail.com

ABSTRAK

Usaha Uni Risna merupakan industri rumahan yang memproduksi makanan tradisional khas Minang seperti Galamai, Wajik, Pinyaram dan Kue Sapik. Pemilik industri belum sepenuhnya mampu menentukan berapa kali makanan tradisional tersebut yang harus diproduksi agar diperoleh keuntungan yang maksimal karena mengandung beberapa ketidakpastian, seperti ketidakpastian jumlah bahan baku dan kondisi perekonomian yang tidak stabil. Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan model *fuzzy linear programming* (FLP) menggunakan metode Mehar. Penyelesaian dimulai dengan merubah model FLP menjadi model program linier dengan menggunakan *ranking function* selanjutnya diselesaikan dengan metode simpleks. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh solusi optimal untuk proses produksi Galamai dilakukan sebanyak 0,2858 kali dan proses produksi Kue Sapik dilakukan sebanyak 7,2619 kali. Sedangkan untuk Wajik dan Pinyaram tidak dilakukan produksi. Usaha Uni Risna memperoleh keuntungan sebesar Rp 3.453.571.

Kata kunci: *Fuzzy linear programming*, metode Mehar, metode simpleks, *ranking function*.

ABSTRACT

Usaha Uni Risna is a home industry that produces Minang traditional food such as Galamai, Wajik, Pinyaram and Kue Sapik.. The owner of the industry has not been fully able to determine how many times the traditional food should be produced in order to obtain maximum profit because it contains some uncertainty, such as uncertainty in the amount of raw materials and unstable economic conditions. The problem can be solved using fuzzy linear programming (FLP) model using the Mehar method. The completion starts with changing the FLP model into a linear program model by using ranking function then solved by simplex method. Based on the results obtained the optimal solution for the production process Galamai done 0,2858 *times and the production process of Kue Sapik done as much as* 7,2619. *While for Wajik and Pinyaram not made production. Usaha Uni Risna makes a profit of Rp* 3.453.571.

Keywords*: Fuzzy linear programming, Mehar method, ranking function, simplex method*.

Pendahuluan

Perkembangan di berbagai bidang yang semakin pesat mendorong manusia untuk berfikir lebih kritis. Baik dalam bidang kesehatan, pendidikan, industri dan lain-lain. Seiring dengan adanya perkembangan di berbagai bidang tersebut, maka muncul permasalahan yang dihadapi manusia. Salah satu contoh permasalahan pada bidang industri yaitu bagaimana melakukan perencanaan produksi yang baik. Perencanaan produksi merupakan proses untuk memproduksi barang-barang sesuai dengan waktu yang dijadwalkan dengan mengolah sumber daya seperti bahan baku, mesin, tenaga kerja dan alat lainnya, sehingga diperoleh laba atau keuntungan yang maksimum dengan biaya produksi seminimum mungkin. Masalah ketidakpastian dalam perencanaan produksi tersebut dialami oleh Usaha Uni Risna Payakumbuh. “Usaha Uni Risna” merupakan industri rumahan yang memproduksi makanan tradisional khas Minang seperti Galamai, Wajik, Pinyaram dan Kue Sapik.

Beberapa ketidakpastian di atas mengakibatkan fungsi tujuan dan fungsi kendala tidak dapat disusun secara tegas. Solusi optimal perlu dicari agar dapat memperoleh keuntungan maksimal dengan biaya produksi yang minimal dengan mempertimbangkan beberapa kenyataan dari kendala-kendala serta tujuan yang tidak tegas. Permasalahan tersebut tidak dapat diselesaikan dengan program linier (PL), namun dapat diselesaikan dengan program linier *fuzzy* (*fuzzy linier programming*). Program linear *fuzzy* adalah program linear dengan koefisien-koefisien fungsi tujuan (koefisien biaya), konstanta-konstanta sebelah kanan dan koefisien-koefisien teknis dinyatakan dalam bentuk himpunan *fuzzy*. Koefisien-koefisien pada program linear *fuzzy* berupa bilangan *fuzzy*.

Kumar dan Kaur [4] telah membahas mengenai metode baru untuk menyelesaikan program linear *fuzzy* dengan bilangan *fuzzy* trapezium. Sukhpreet dkk [7] membahas mengenai Metode Mehar untuk solusi optimal *fuzzy* dan analisis sensitivitas pada program linear *fuzzy* dengan bilangan *fuzzy* trapesium simetris. Marlia dkk [8] membahas mengenai Metode Mehar untuk solusi optimal *fuzzy* dan analisa sensitifitas dengan variable *fuzzy* bilangan triangular. Maka dari itu, pada penelitian ini dibahas mengenai *fuzzy linear programming* (*FLP*) menggunakan metode Mehar untuk solusi optimasi hasil produksi.

Metode dan Bahan Penelitian

1. Metode Simpleks

Metode Simpleks merupakan suatu metode untuk menyelesaikan masalah-masalah program linier yang meliputi banyak pertidaksamaan dan banyak variabel. Dalam menggunakan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah-masalah program linier, model program linier harus diubah ke dalam suatu bentuk umum yang dinamakan ”bentuk baku”. Bentuk baku dalam metode simpleks tidak hanya mengubah persamaan kendala ke dalam bentuk sama dengan, tetapi setiap fungsi kendala harus diwakili oleh satu variabel basis awal. Variabel basis awal menunjukkan status sumber daya pada kondisi sebelum ada aktivitas yang dilakukan. Dengan kata lain, variabel keputusan semuanya masih bernilai nol. Dengan demikian, meskipun fungsi kendala pada bentuk umum pemrograman linier sudah dalam bentuk persamaan, fungsi kendala tersebut masih harus tetap berubah.

2. Konsep Himpunan *Fuzzy*

Dalam kehidupan nyata manusia sering dihadapkan pada masalah yang erat kaitannya dengan ketidakpastian. Tidak terkecuali pada masalah optimasi yang dimodelkan dengan program linear. Data yang digunakan untuk memodelkan program linear dapat berupa data yang tidak pasti. Untuk menggambarkan ketidakpastian tersebut, konsep himpunan *fuzzy* (samar) dapat digunakan. Berikut beberapa penjelasan terkait dengan konsep himpunan *fuzzy*.

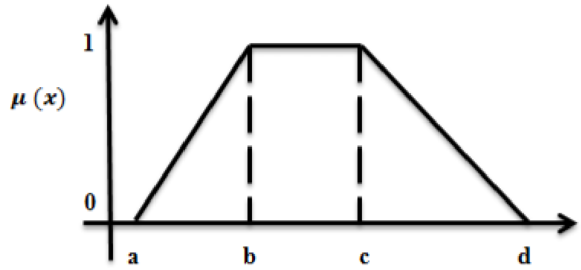
2.1 Fungsi Keanggotaan

Menurut Sri dan Hari [5] fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang terletak pada interval antara 0 sampai. Fungsi keanggotaan pada himpunan *fuzzy* yang sering digunakan adalah fungsi keanggotaan segitiga dan trapesium. Pada tulisan ini hanya akan dibahas mengenai fungsi keanggotaan trapesium.

Definisi 1 (Sharma) [6] Suatu bilangan *fuzzy* $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ disebut bilangan fuzzy trapesium jika fungsi keanggotaannya diberikan oleh:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & a \le x < b \\ 1 & b \le x \le c \\ \dfrac{x-d}{c-d} & c < x \le d \\ 0 & lainnya \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan $\tilde{A}$ ditunjukkan oleh gambar 2.1

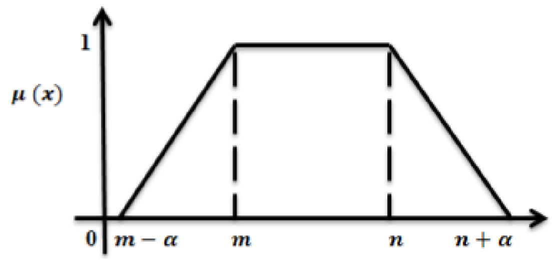


Gambar 2.1 Fungsi Keanggotaan Trapesium

Definisi 2 (Kumar dan Kaur) [4] Suatu bilangan fuzzy $\tilde{A}$ pada bilangan real $\mathbb{R}$ disebut bilangan *fuzzy* trapesium simetris jika terdapat bilangan real $m, n \le n$ dan $\alpha > 0$ sedemikian sehingga:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x+\alpha-m}{\alpha} & x \,\epsilon\, [m-\alpha, m] \\ 1 & x \,\epsilon\, [\, m, n\,] \\ \dfrac{-x+n+\alpha}{\alpha} & x \,\epsilon\, [n, n+\alpha] \\ 0 & lainnya \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan $\tilde{A} = (m, n, \alpha, \alpha)$ ditunjukkan oleh gambar 2.2



Gambar 2.2 Fungsi Keanggotaan Trapesium Simetris

2.2 Bilangan *Fuzzy*

Menurut George J [3] konsep bilangan *fuzzy* timbul dari kejadian kuantitatif yang tidak dapat dinyatakan dalam jumlah yang tepat, seperti ungkapan “sekitar 6” tidak tegas karena mengandung beberapa nilai bilangan pada sisi yang lain sedangkan nilai pusatnya adalah 6. Ungkapan “sekitar 6” dapat dinyatakan dalam suatu himpunan *fuzzy* pada semesta bilangan real, dimana derajat keanggotaan 6 sebagai nilai pusat adalah 1 dan derajat bilangan lainnya menunjukkan kedekatakan terhadap nilai pusat dengan mengikuti beberapa aturan.

Definisi 3 (Kumar dan Kaur) [4] Untuk $\tilde{A} = (m_1, n_1, \alpha, \alpha)$ dan $\tilde{B} = (m_2, n_2, \beta, \beta)$ adalah dua bilangan *fuzzy* trapezium simetris, operasi pada aritmatika $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ sebagai berikut:

(i) Penambahan

$$\begin{aligned} \tilde{A} \oplus \tilde{B} &= (m_1, n_1, \alpha, \alpha) \oplus (m_2, n_2, \beta, \beta) \\ &= (m_1 + m_2, n_1 + n_2, \alpha + \beta, \alpha + \beta) \end{aligned}$$

(ii) Pengurangan

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (m_1, n_1, \alpha, \alpha) \ominus (m_2, n_2, \beta, \beta)$$
$$= (m_1 - n_2, n_1 - m_2, \alpha + \beta, \alpha + \beta)$$

(iii) Perkalian

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = \left(\left(\frac{m_1 + n_1}{2}\right)\left(\frac{m_2 + n_2}{2}\right) - w, \left(\frac{m_1 + n_1}{2}\right)\left(\frac{m_2 + n_2}{2}\right) + w, |n_1\beta + n_2\alpha|, |n_1\beta + n_2\alpha|\right)$$

Diman $w = \left(\frac{k-h}{2}\right)$ dan $h = min\{m_1m_2, m_1n_2, m_2n_1, n_1n_2\}$,
$k = max\left\{\begin{matrix} m_1m_2, m_1n_2, m_2n_1, n_1 \\ n_2 \end{matrix}\right\}$,

Definisi 4 (Ebrahimnejad) [1] Untuk $\tilde{A} = (m_1, n_1, \alpha, \alpha)$ dan $\tilde{B} = (m_2, n_2, \beta, \beta)$ adalah dua bilangan *fuzzy* trapezium simetris, $\tilde{A} \preceq \tilde{B}$ jika memenuhi:
$\frac{(m_1-\alpha)+(n_1+\alpha)}{2} \leq \frac{(m_2-\beta)+(n_2+\beta)}{2} \Leftrightarrow \frac{m_1+n_1}{2} \leq \frac{m_2+n_2}{2}$ (dapat disebut $\tilde{A} \preceq \tilde{B}$)

Definisi 5 (Ebrahimnejad) [1] Untuk $\tilde{A} = (m_1, n_1, \alpha, \alpha)$ dan $\tilde{B} = (m_2, n_2, \beta, \beta)$ adalah dua bilangan *fuzzy* trapezium simetris, $\tilde{A} \approx \tilde{B}$ jika memenuhi salah satu kondisi berikut:

(i) $\frac{m_1+n_1}{2} = \frac{m_2+n_2}{2}, m_2 < m_1$ dan $n_2 < n_1$

(ii) $\frac{m_1+n_1}{2} = \frac{m_2+n_2}{2}, m_2 = m_1, n_2 = n_1$ dan $\alpha \leq \beta$

2.3 *Ranking Function*

Metode efisien yang digunakan untuk membandingkan bilangan *fuzzy* adalah dengan menggunakan *ranking function* (Amit Kumar dkk, 2010).

Definisi 6 (Kumar dan Kaur) [4] *Rangking function* adalah fungsi $\Re : F(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$ yang memetakan setiap bilangan fuzzy pada sebuah bilangan real, dengan $F(\mathbb{R})$ adalah himpunan bilangan-bilangan *fuzzy* trapezium simetris dengan,

$$\Re(\tilde{A}) = \frac{m+n}{2}, \text{untuk } \tilde{A} = (m, n, \alpha, \alpha)$$

Teorema 1 (Kumar dan Kaur) [4] Untuk $\tilde{A} = (m_1, n_1, \alpha, \alpha)$ dan $\tilde{B} = (m_2, n_2, \beta, \beta)$ adalah dua bilangan *fuzzy* trapezium simetris, berlaku:

(i) $\tilde{A} \succeq \tilde{B} \Leftrightarrow (\Re)\tilde{A} \geq (\Re)\tilde{B}$

(ii) $\tilde{A} \preceq \tilde{B} \Leftrightarrow (\Re)\tilde{A} \leq (\Re)\tilde{B}$

(iii) $\tilde{A} \approx \tilde{B} \Leftrightarrow (\Re)\tilde{A} = (\Re)\tilde{B}$

Teorema 2 (Abbas dan Hamed) [2] Misalkan $\tilde{A} = (m_1, n_1, \alpha, \alpha)$, $\tilde{B} = (m_2, n_2, \beta, \beta) \in F(\mathbb{R})$, maka*:*

(i) $\Re(\tilde{A} \otimes \tilde{B}) = \Re(\tilde{A}) \times \Re(\tilde{B})$

(ii) $\Re(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) = \Re(\tilde{A}) + \Re(\tilde{B})$

3. *Fuzzy Linear Programming (FLP)*

Menurut Kumar dan Kaur [4] *fuzzy linear programming* adalah program linear yang dinyatakan dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang memiliki parameter *fuzzy* dan ketidaksamaan *fuzzy*. Pada tulisan ini akan dibahas mengenai permasalahan *FLP* dengan seluruh parameter-parameter keputusan dan variabel-variabel keputusan yang berupa bilangan *fuzzy*. Bentuk umum masalah *FLP* dengan *m* dan kendala *fuzz*y dan *n* variabel *fuzzy* adalah sebagai berikut:

Memaksimumkan
$$\tilde{Z} = \sum_{j=1}^{n}(\tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j)$$

dengan kendala
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \otimes \tilde{x}_j \preceq, \approx, \succeq \tilde{b}_i$$
$$\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n \succeq 0$$

dengan x_j, c_j, b_i dan a_{ij} berupa bilangan samar. Pada tulisan ini,hanya akan dibahas masalah *LFP* dengan bilangan *fuzzy* trapesium simetris.

4. Metode Mehar

Menurut Sukhpreet dkk [7] penyelesaian masalah *Fuzzy Linear Programming (FLP)* dengan metode Mehar dilakukan dengan cara membawa masalah tersebut menjadi masalah program linear. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah yang dipilih ke dalam bentuk masalah *FLP*

   Masalah yang akan dibahas adalah masalah *FLP* dengan keseluruhan parameter-parameter keputusan dan variabel-variabel keputusan berupa bilangan *fuzzy*. Model umum dari *FLP* yaitu sebagai berikut:

$$\text{Memaksimumkan} \quad \tilde{Z} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j$$
$$\text{dengan kendala} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \otimes \tilde{x}_j \preceq, \approx, \succeq \tilde{b}_i \qquad i = 1, 2, \dots, m \tag{1}$$
$$\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n \succeq \tilde{0}$$

Keterangan :

$\tilde{Z}$: fungsi tujuan *fuzzy*
$\tilde{c}_j$: koefisien ongkos *fuzzy*
$\tilde{x}_j$: variabel keputusan *fuzzy*
$\tilde{a}_{ij}$: koefisien teknis *fuzzy*

dengan $\tilde{0} = (0,0,0,0)$ adalah bilangan *fuzzy* trapezium simetris nol, dan untuk $\tilde{x}_j$, $\tilde{c}_j$, $\tilde{a}_{ij}$, dan $\tilde{b}_i$ berupa bilangan *fuzzy* trapezium simetris.

2. Berdasarkan Teorema 1, Persamaan (1) diubah menjadi Persamaan (2) seperti berikut:

$$\text{Memaksimumkan} \quad \Re(\tilde{Z}) = \Re\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j\right)$$
$$\text{dengan kendala} \quad \Re\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \otimes \tilde{x}_j\right) \leq, =, \geq \Re(\tilde{b}_i) \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{2}$$
$$\Re(\tilde{x}_1), \Re(\tilde{x}_2), \dots, \Re(\tilde{x}_n) \geq \Re(\tilde{0})$$

3. Menggunakan aturan $\Re\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j\right) = \sum_{j=1}^{n} \Re\left(\tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j\right) = \sum_{j=1}^{n} \Re(\tilde{c}_j)\Re(\tilde{x}_j)$ dan $\Re\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j\right) = \sum_{j=1}^{n} \Re\left(\tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j\right) = \sum_{j=1}^{n} \Re(\tilde{a}_{ij})\Re(\tilde{x}_j)$, Persamaan (2) dirubah menjadi Persamaan (3):

$$\text{Memaksimumkan} \quad \Re(\tilde{Z}) = \sum_{j=1}^{n} \Re(\tilde{c}_j)\Re(\tilde{x}_j) \tag{3}$$

$$\text{dengan kendala } \sum_{j=1}^{n} \Re(\tilde{a}_{ij})\Re(\tilde{x}_j) \leq, =, \geq \Re(\tilde{b}_i) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\Re(\tilde{x}_1), \Re(\tilde{x}_2), \dots, \Re(\tilde{x}_n) \geq \Re(\tilde{0})$$

4. Berdasarkan Definisi 6, Persamaan (3) diubah menjadi Persamaan (4):

$$\text{Memaksimumkan } Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{dengan kendala } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq, =, \geq b_i \qquad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{matrix} \tag{4}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

5. Selesaikan Persamaan (4) dengan menggunakan metode simpleks.

Hasil dan Pembahasan

Usaha Uni Risna merupakan indrustri rumahan yang memproduksi makanan khas Minang seperti Galamai, Wajik, Pinyaram dan Kue Sapik. Uni Risna sudah memulai usaha ini sekitar tahun 2000 di Payakumbuh. Pada awalnya Uni Risna hanya menjual dangangannya dengan cara menitipkannya di warung-warung sekitar tempat tinggalnya karna belum memiliki tempat yang tetap. Karna usahanya yang semakin berkembang, kini Uni Risna berjualan di Koto Nan Ampek Payakumbuh dan melayani pembelian secara langsung di rumahnya. Usaha Uni Risna sudah memiliki banyak pelanggan, bahkan tidak jarang pembeli yang datang berasal dari luar daerah dan menjadikan makanan khas Minang buatan Uni Risna ini sebagai oleh-oleh. Makanan yang diproduksi Uni Risna sudah menjadi makanan khas Minang yang banyak diminati semua kalangan masyarakat karena selain rasanya enak dan lezat, juga khas dilidah,harganya juga terjangkau.

Tabel 1. Data Kebutuhan dan Ketersediaan Bahan Baku Serta Keuntungan Satu Kali Produksi Usaha Uni Risna

	Bahan Baku				Keuntungan untuk satu kali produksi (ribuan Rupiah)
	Beras Ketan (Kg)	Kelapa (Butir)	Gula Merah (Kg)	Garam (sdm)	
Galamai	(4,6,1,1)	(48,52,2,2)	(9,11,3,3)	(4,6,1,1)	(600,700,30,30)
Wajik	(10,14,2,2)	(17,19,3,3)	(5,7,2,2)	(3,5,1,1)	(580,640,20,20)
Pinyaram	(5,7,2,2)	(29,31,2,2)	(6,8,2,2)	(3,5,1,1)	(340,400,40,40)
Kue Sapik	(5,7,1,1)	(16,20,2,2)	(2,4,1,1)	(2,4,1,1)	(420,480,20,20)
Ketersediaan	(40,50,5,5)	(140,150,8,8)	(50,60,4,4)	(26,30,3,3)	

Kemudian masalah yang muncul yaitu berapa kali Galamai, Wajik, Pinyaram dan Kue Sapik yang harus diproduksi agar diperoleh keuntungan yang maksimal?

Banyaknya produksi Galamai, Wajik, Pinyaram dan Kue Sapik yang seharusnya dilakukan agar diperoleh keuntungan yang maksimal dapat ditentukan dengan langkah-langkah berikut:

a. Menentukan model persamaan linier
   1. Menentukan variabel keputusan
      $\tilde{x}_1$: banyaknya proses produksi Galamai
      $\tilde{x}_2$: banyaknya proses produksi Wajik
      $\tilde{x}_3$: banyaknya proses produksi Pinyaram
      $\tilde{x}_4$: banyaknya proses produksi Kue Sapik
   2. Fungsi Tujuan
      Maksimumkan $\tilde{Z} = (600,700,30,30) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (580,640,20,20) \otimes \tilde{x}_2$

$$\oplus(340,400,40,40)\otimes\tilde{x}_3\oplus(420,480,20,20)\otimes\tilde{x}_4$$

3. Fungsi Kendala

$$\begin{aligned}
(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(10,14,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(5,7,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (40,50,5,5)\\
(48,52,2,2)\otimes\tilde{x}_1\oplus(17,19,3,3)\otimes\tilde{x}_2\oplus(29,31,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(16,20,2,2)\tilde{x}_4 &\preceq (140,150,8,8)\\
(9,11,3,3)\otimes\tilde{x}_1\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(6,8,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (50,60,4,4)\\
(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_2\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_3\oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (26,30,3,3)
\end{aligned}$$

4. Model persamaan linier

Maksimumkan $\tilde{Z}$ = $(600,700,30,30)\otimes\tilde{x}_1\oplus(580,640,20,20)\otimes\tilde{x}_2\oplus(340,400,40,40)\otimes\tilde{x}_3\oplus(420,480,20,20)\otimes\tilde{x}_4$

dengan kendala:

$$\begin{aligned}
(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(10,14,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(5,7,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (40,50,5,5)\\
(48,52,2,2)\otimes\tilde{x}_1\oplus(17,19,3,3)\otimes\tilde{x}_2\oplus(29,31,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(16,20,2,2)\tilde{x}_4 &\preceq (140,150,8,8)\\
(9,11,3,3)\otimes\tilde{x}_1\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(6,8,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (50,60,4,4)\\
(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_2\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_3\oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (26,30,3,3)\\
\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{x}_3,\tilde{x}_4 &\succeq \tilde{0}
\end{aligned}$$

b. Menyelesaiaan dengan menggunakan Metode Mehar:

1. Menyatakan rumusan masalah dalam bentuk masalah *FLP*, yaitu sebagai berikut:

Maksimumkan $\tilde{Z}$ = $(600,700,30,30)\otimes\tilde{x}_1\oplus(580,640,20,20)\otimes\tilde{x}_2\oplus(340,400,40,40)\otimes\tilde{x}_3\oplus(420,480,20,20)\otimes\tilde{x}_4$

dengan kendala:

$$\begin{aligned}
(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(10,14,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(5,7,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (40,50,5,5)\\
(48,52,2,2)\otimes\tilde{x}_1\oplus(17,19,3,3)\otimes\tilde{x}_2\oplus(29,31,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(16,20,2,2)\tilde{x}_4 &\preceq (140,150,8,8)\\
(9,11,3,3)\otimes\tilde{x}_1\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(6,8,2,2)\otimes\tilde{x}_3\oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (50,60,4,4)\\
(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_2\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_3\oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4 &\preceq (26,30,3,3)\\
\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{x}_3,\tilde{x}_4 &\succeq \tilde{0}
\end{aligned}$$

2. Berdasarkan Teorema 1, masalah *FLP* pada point 1 dirubah menjadi:

Maksimumkan $\Re(\tilde{Z})$ = $\Re\begin{pmatrix}(600,700,30,30)\otimes\tilde{x}_1\oplus(580,640,20,20)\otimes\tilde{x}_2\\ \oplus(340,400,40,40)\otimes\tilde{x}_3\oplus(420,480,20,20)\otimes\tilde{x}_4\end{pmatrix}$

dengan kendala:

$$\begin{aligned}
\Re\begin{pmatrix}(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(10,14,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_3\\ \oplus(5,7,1,1)\tilde{x}_4\end{pmatrix} &\leq \Re(40,50,5,5)\\
\Re\begin{pmatrix}(48,52,2,2)\otimes\tilde{x}_1\oplus(17,19,3,3)\otimes\tilde{x}_2\oplus(29,31,2,2)\\ \otimes\tilde{x}_3\oplus(16,20,2,2)\tilde{x}_4\end{pmatrix} &\leq \Re(140,150,8,8)\\
\Re\begin{pmatrix}(9,11,3,3)\otimes\tilde{x}_1\oplus(5,7,2,2)\otimes\tilde{x}_2\oplus(6,8,2,2)\otimes\tilde{x}_3\\ \oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4\end{pmatrix} &\leq \Re(50,60,4,4)\\
\Re\begin{pmatrix}(4,6,1,1)\otimes\tilde{x}_1\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_2\oplus(3,5,1,1)\otimes\tilde{x}_3\\ \oplus(2,4,1,1)\tilde{x}_4\end{pmatrix} &\leq \Re(26,30,3,3)\\
\Re(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{x}_3,\tilde{x}_4) &\geq \Re(\tilde{0})
\end{aligned}$$

3. Berdasarkan Teorema 2, masalah pada point 2 dirubah menjadi:
   Maksimumkan $\Re(\tilde{Z}) = \Re(600,700,30,30)\Re(\tilde{x}_1) + \Re(580,640,20,20)\Re(\tilde{x}_2) + \Re(340,400,40,40)\Re(\tilde{x}_3) + \Re(420,480,20,20)\Re(\tilde{x}_4)$
   dengan kendala:
   $$\begin{aligned} \Re(4,6,1,1)\Re(\tilde{x}_1) + \Re(10,14,2,2)\Re(\tilde{x}_2) + \Re(5,7,2,2)\Re(\tilde{x}_3) + \Re(5,7,1,1)\Re(\tilde{x}_4) &\leq \Re(40,50,5,5) \\ \Re(48,52,2,2)\Re(\tilde{x}_1) + \Re(17,19,3,3)\Re(\tilde{x}_2) + \Re(29,31,2,2)\Re(\tilde{x}_3) + \Re(16,20,2,2)\Re(\tilde{x}_4) &\leq \Re(140,150,8,8) \\ \Re(9,11,3,3)\Re(\tilde{x}_1) + \Re(5,7,2,2)\Re(\tilde{x}_2) + \Re(6,8,2,2)\Re(\tilde{x}_3) + \Re(2,4,1,1)\Re(\tilde{x}_4) &\leq \Re(50,60,4,4) \\ \Re(4,6,1,1)\Re(\tilde{x}_1) + \Re(3,5,1,1)\Re(\tilde{x}_2) + \Re(3,5,1,1)\Re(\tilde{x}_3) + \Re(2,4,1,1)\Re(\tilde{x}_4) &\leq \Re(26,30,3,3) \\ \Re(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4) &\geq \Re(\tilde{0}) \end{aligned}$$
4. Berdasarkan Definisi 6, masalah pada poin 3 dirubah menjadi:
   Maksimumkan $Z = 650x_1 + 610x_2 + 370x_3 + 450x_4$
   dengan kendala:
   $$\begin{aligned} 5x_1 + 12x_2 + 6x_3 + 6x_4 &\leq 45 \\ 50x_1 + 18x_2 + 30x_3 + 18x_4 &\leq 145 \\ 10x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 3x_4 &\leq 55 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 &\leq 28 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$
5. Langkah keempat selesaikan dengan metode simpleks:

   1) Merubah kedalam bentuk baku
   $Z - 650\,x_1 - 610\,x_2 - 370\,x_3 - 450\,x_4 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 - 0S_4 = 0$
   dengan kendala:
   $$\begin{aligned} 5x_1 + 12x_2 + 6x_3 + 6x_4 + S_1 &\leq 45 \\ 50x_1 + 18x_2 + 30x_3 + 18x_4 + S_2 &\leq 145 \\ 10x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 3x_4 + S_3 &\leq 55 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 + S_4 &\leq 28 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3, S_4 &\geq 0 \end{aligned}$$
   2) Masukkan semua nilai pada fungsi kendala ke dalam tabel simpleks

Tabel 2. Awal Simpleks Usaha Uni Risna

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	S_3	S_4	NK	Rasio
Z	-650	-6100	-370	-450	0	0	0	0	0	–
S_1	5	12	6	6	1	0	0	0	45	9
S_2	50	18	30	18	0	1	0	0	145	$\frac{29}{10}$
S_3	10	6	7	3	0	0	1	0	55	$\frac{11}{2}$
S_4	5	4	4	3	0	0	0	1	28	$\frac{28}{5}$

   3) Melakukan uji optimasi
   Masalah di atas merupakan masalah maksimasi keuntungan produksi. Kondisi optimal tercapai apabila nilai pada baris $Z \geq 0$. Pada Tabel 2 diatas terlihat pada baris Z masih ada yang bernilai negatif, maka kondisi optimal belum terpenuhi, sehingga perlu dilakukan perbaikan tabel.
   4) Memperbaiki Tabel
   Memperbaiki tabel dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:
   a. Menentukan "kolom kunci" atau variabel basis yang akan masuk yaitu x_1 karena memiki nilai Z terkecil yaitu -650.

b. Menentukan "baris kunci" atau variabel baris yang akan keluar yaitu S_2 yang memiliki nilai rasio terkecil yaitu $\frac{29}{10}$.
c. Melakukan operasi baris elementer untuk memasukan variabel basis baru,

$$b_1 = b_1 + 650b_3$$
$$b_2 = b_2 - 5b_3$$
$$b_3 = b_3 \times \frac{1}{50}$$
$$b_4 = b_4 - 10b_3$$
$$b_5 = b_5 - 5b_3$$

Setelah tahapan-tahapan di atas selesai, maka dibuat tabel simpleks yang baru dengan mengganti salah satu variabel basis. Berikut merupakan tabel simpleks yang telah diperbaiki:

Tabel 3. Simpleks Iterasi I Usaha Uni Risna

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	S_3	S_4	NK	Rasio
Z	0	-376	20	-216	0	13	0	0	1885	$-$
S_1	0	$\frac{51}{5}$	3	$\frac{21}{5}$	1	$-\frac{1}{10}$	0	0	$\frac{61}{2}$	$\frac{305}{102}$
x_1	1	$\frac{9}{25}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{25}$	0	$\frac{1}{50}$	0	0	$\frac{29}{10}$	$\frac{145}{18}$
S_3	0	$\frac{12}{5}$	1	$-\frac{3}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	1	0	26	$\frac{65}{6}$
S_4	0	$\frac{11}{5}$	1	$\frac{6}{5}$	0	$-\frac{1}{10}$	0	1	$\frac{27}{2}$	$\frac{135}{22}$

Tabel 3 di atas belum optimal karena pada baris Z masih ada yang bernilai negatif, sehingga perlu dilakukan perbaikan tabel kembali seperti langkah sebelumnya. Begitu seterusnya, sampai diperoleh tabel optimal dengan semua nilai pada baris Z bernilai positif semua. Adapun tabel optimal simpleksnya adalah sebagai berikut:

Tabel 4. Optimal Simpleks Usaha Uni Risna

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	S_3	S_4	NK
Z	0	$\frac{1040}{7}$	$\frac{1220}{7}$	0	$\frac{360}{7}$	$\frac{55}{7}$	0	0	$\frac{24175}{7}$
x_4	0	$\frac{17}{7}$	$\frac{5}{7}$	1	$\frac{5}{21}$	$-\frac{1}{42}$	0	0	$\frac{305}{42}$
x_1	1	$-\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	0	$-\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$	0	0	$\frac{2}{7}$
S_3	0	$\frac{27}{7}$	$\frac{10}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{14}$	1	0	$\frac{425}{14}$
S_4	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{14}$	0	1	$\frac{67}{14}$

Berdasarkan Tabel 4 dapat disimpulkan bahwa banyaknya proses produksi Galamai dilakukan sebanyak 0,2858 kali, proses produksi Wajik dilakukan sebanyak 0 kali, proses produksi Pinyaram dilakukan sebanyak 0 kali dan proses produksi Kue Sapik dilakukan sebanyak 7,2619 kali dengan keuntungan sebesar Rp 3.453.571.

Kesimpulan

Permasalahan FLP dapat diselesaikan menggunakan Metode Mehar sehingga mendapatkan keuntungan yang maksimal. Penyelesaian masalah FLP pada industri "Usaha Uni Risna" dengan metode Mehar dapat disimpulkan bahwa banyaknya proses produksi Galamai dilakukan sebanyak 0,2858 kali dan proses produksi Kue Sapik dilakukan sebanyak 7,2619 kali. Sedangkan untuk Wajik dan Pinyaram tidak dilakukan produksi. Usaha Uni Risna memperoleh keuntungan sebesar Rp 3.453.571.

Daftar Pustaka

[1] Ebrahimnejad, A. Some New Results in Linear Programs with Trapezoidal Fuzzy Numbers: Finite Convergence of the Ganesan and Veeramani's Method and a Fuzzy revised Simplex Method. *Journal of Apllied Mathematical Modelling.* Vol. 35. Hlm. 4526-4540. 2011.

[2] Hatami, Abbas., & Kazemipoor, Hamed. Solving Fully Fuzzy Linear Programming with Symmetric Trapezoidal Fuzzy Numbers using Mehar's Method. *International Journal of Research in Industrial Engineering*. Hlm. 463-470. 2014.

[3] Klir, George J., Clair, Ute St., & Yuan, Bo. *Fuzzy Set Theory Foundations and applications*. New Jersey. Prentice Hall International, Inc. 1997.

[4] Kumar, Amit., & Kaur, Jagdeep. A New Method for Solving Fuzzy Linear Programs with Trapezoidal Fuzzy Numbers. *Journal of Fuzzy Set Valued Analysis*. Hlm.1-12. 2011.

[5] Kusumadewi, Sri., & Purnomo, Hari. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu. 2010.

[6] Sharma, Vikas. *Methods for Solving Fully Fuzzy Linear Programming Problem.* School of Mathematics and Computer Aplications Thapar University. 2014.

[7] Sidhu, S.K., Kumar, Amit. dan Appadoo, S.S. Mehar Methods for Fuzzy Optimal Solution and Sensitivity Ananysis of Fuzzy Linear Programming with Symetric Trapezoidal Fuzzy Numbers. *Research Article*. Hlm. 1-8. 2014.

[8] Ulfa Marlia, Bambang Irawanto, Sunarsih. *Metode Mehar Untuk Solusi Optimal Fuzzy dan Analisis Sensitivitas Program Linier Dengan Variabel Fuzzy Bilangan Triangular.* Semarang: Universitas Diponegoro. 2016.