Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol 5, No 1, Januari 2019
ISSN 2460-4542, e-ISSN 2615-8663

Penyelesaian Biaya *FUZZY* dalam Sistem Transportasi *FUZZY* (Studi Kasus : CV. Anak Daro)

Sri Basriati[1], Elfira Safitri[2], Resti Riafani[3]
[1,2,3]Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR Soebrantas No.155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email: sribasriati@uin-suska.ac.id, restiria88@gmail.com

ABSTRAK

Pendistribusian beras CV. Anak Daro dilakukan dari empat gudang ke empat tujuan. Biaya pendistribusian beras Anak Daro belum sepenuhnya dapat ditentukan berapa biaya minimal dari setiap pendistribusian beras anak daro karna terdapat ketidak pastian seperti ketidak pastian permintaan, penawaran dan ketidak pastiaan biaya pendistribusian beras Anak Daro. Untuk mendapatkan solusi optimal dari pendistribusian beras maka dilakukan penambahan metode α-cut dan γ-cut selanjutnya menggunakan metode *leas-cost* untuk mendapatkan solusi awal dan menggunakan *metode stepping stone*. Berdasarkan hasil penelitian menunjukkan bahwa analisis biaya *fuzzy* dapat dijadikan salah saatu alternatif tambahan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* dengan biaya minimum yaitu sebanyak Rp 319.500.

Kata kunci: *Analisis Biaya Fuzzy, Model Transportasi, α-cut dan γ-cut, Stepping Stone.*

ABSTRACT

CV Anak Daro is a distribution. carried out from four warehouses to four destinations. The cost of distributing Anak Daro rice has not been fully determined how much the minimum cost of each distribution of Anak Daro rice is due to uncertainties such as uncertainty in demand, supply and uncertainty in the cost of distributing Anak Daro rice. To obtain the optimal solution from the distribution of rice, the addition of the α-cut and γ-cut methods is then carried out using the leas-cost method to obtain the initial solution and use the stepping stone method. Based on the results of the study showed that fuzzy cost analysis can be used as one of the additional alternatives to solve fuzzy transportation problems with a minimum cost of Rp. 319,500.

Keywords*: α-cut and γ-cut, Fuzzy Cost Analysis, Stepping Stone, Transport Model*

Pendahuluan

Menurut Dimyati [3] permasalahan transportasi membahas permasalahan suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber kepada sejumlah tujuan dengan tujuan meminimumkan ongkos pengangkutan yang terjadi. Hal ini dikarenakan tujuan dari adanya masalah transportasi adalah untuk menentukan jumlah yang optimal dari barang yang akan diangkut dari berbagai sumber ke berbagai tujuan sehingga dapat meminimalkan total biaya transportasi. Adapun parameter-parameter masalah transportasi, yaitu biaya, nilai permintaan dan penawaran. Apabila nilai parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti, maka salah satu solusinya dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy*.

Metode dan Bahan Penelitian

1. Metode Transportasi

Metode Transportasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal dengan biaya yang termurah. Model transportasi mengasumsikan bahwa biaya pengiriman komoditas pada rute tertentu adalah proporsional dengan banyaknya unit komoditas yang di kirimkan pada rute tersebut. A. Taha [2] mengemukakan bahwa model transportasi berusaha

Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol 5, No 1, Januari 2019
ISSN 2460-4542, e-ISSN 2615-8663

menentukan sebuah rencana transportasi sebuah barang dari sejumlah sumber ke sejumlah tujuan. Data dalam model ini mencakup, tingkat penawaran disetiap sumber dan jumlah permintaan disetiap tujuan, biaya transportasi perunit barang dari setiap sumber kesetiap tujuan. Bentuk umum dari model transportasi dapat digambarkan dalam bentuk matriks transportasi. Sebuah matriks memilki n baris dan m kolom. Pada matriks transportasi sumber-sumber terletak pada baris, sedangkan tujuan-tujuan terletak pada kolom. Notasi i digunakan untuk menandai baris ke-i, sedang notasi j digunakan untuk menandai kolom ke-j.

Secara umum masalah dalam transportasi dapat ditulis dengan rumus sebagai berikut:

Minimum: $$Z = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \sum c_{ij} \quad x_{ij} \tag{1}$$

dengan kendala: $$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \tag{2}$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \tag{3}$$

dengan:

a_i: menyatakan penawaran dari tujuan ke-i,

b_j: menyatakan permintaan dari tujuan ke-j,

c_{ij}: biaya transportasi barang dari sumber i ke tujuan j,

x_{ij}: banyak barang yang diangkut dari sumber i ke tujuan j,

dengan $i = 1, 2, \dots, n \; dan \; j = 1, 2, \dots, m$.

2. Model transportasi fuzzy

Menurut Kusumadewi [7], masalah Transportasi *fuzzy* adalah masalah transportasi yang terjadi apabila jumlah pasokan dan permintaan adalah bilangan *fuzzy*. Sistem pada transportasi *fuzzy* akan dicari suatu nilai Z yang merupakan fungsi tujuan yang akan dioptimasikan pada batasan tertentu dan dimodelkan dalam himpunan *fuzzy*.

Berdasarkan model transportasi *fuzzy* dapat dibentuk sebagai berikut:

1. Fungsi tujuan

   Minimum $Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$

2. Kendala *fuzzy*
   a. Persediaan:

$$\begin{matrix} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} & = (a_1^1, a_1^2, a_1^3) \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} & = (a_1^1, a_1^2, a_1^3) \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots & \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} & = (a_m^1, a_m^2, a_m^3) \end{matrix} \tag{4}$$

   b. Permintaan:

$$\begin{matrix} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{m1} & = (b_1^1, b_1^2, b_1^3) \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{m2} & = (b_2^1, b_2^2, b_2^3) \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots & \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} & = (b_n^1, b_n^2, b_n^3) \end{matrix} \tag{5}$$

Berdasarkan permasalahan transportasi dengan semua unit pengiriman, jumlah penawaran dan jumlah permintaan diasumsikan ke dalam bilangan *fuzzy* dimana permintaan $\tilde{A}_i = (A_1, A_2, A_3)$, persediaan $\tilde{B}_j = (B_1, B_2, B_3)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga yang dibawa ke dalam α-cut dan unit biaya transportasi yang berupa bilangan *fuzzy* $\tilde{C}_{ij} = (C_1, C_2, C_3)$ dibawa ke dalam γ-cut . Rumus jumlah penawaran ($\tilde{A}_i$) dan permintaan ($\tilde{B}_i$) kedalam α-cut:

$$(\tilde{A}_i)_\alpha = [(\tilde{A}_i)_\alpha^L, (\tilde{A}_i)_\alpha^U] = \left[\tilde{A}_i^1 + \alpha\left(\tilde{A}_i^2 - \tilde{A}_i^1\right), \tilde{A}_i^3 - \alpha\left(\tilde{A}_i^3 - \tilde{A}_i^2\right)\right]; i = 1,2, \dots, m \tag{6}$$

$$(\tilde{B}_j)_\alpha = [(\tilde{B}_i)_\alpha^L, (\tilde{B}_i)_\alpha^U] = \left[\tilde{B}_j^1 + \alpha\left(\tilde{B}_j^2 - B_j^1\right), \tilde{B}_j^3 - \alpha\left(\tilde{B}_j^3 - \tilde{B}_j^2\right)\right]; i = 1,2, \dots, m \tag{7}$$

Dan unit biaya ($\tilde{C}_{ij}$) ke dalam γ-cut.

$$(\tilde{C}_{ij})_\alpha = [(\tilde{C}_{ij})_\alpha^L, (\tilde{C}_{ij})_\alpha^U] = \left[\tilde{C}_{ij}^1 - \gamma\left(C_{ij}^2 - \tilde{C}_{ij}^1\right), \tilde{C}_{ij}^3 - \gamma\left(\tilde{C}_i^3 - \tilde{C}_i^2\right)\right]; i = 1,2, \dots, m \tag{8}$$

Interval di atas menunjukan dimana unit biaya pengiriman, penawaran dan permintaan terletak pada rentang α. Sehingga persamaan masalah dapat ditulis menjadi:

Maksimum α

dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \in [(\tilde{A}_i)_\alpha];\ i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \in [(\tilde{B}_i)_\alpha];\ i = 1, 2, \dots, n$$

yang mana $x_{ij} \geq 0$ dan *integer*.

2.1 Fungsi Keanggotaan

Menurut Kusumadewi [7] fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang terletak pada interval antara 0 sampai 1. Fungsi keanggotaan digunakan untuk mencari titik potong γ pada nilai biaya pendistribusian. Pada tulisan ini akan dibahas mengenai fungsi keanggotaan segitiga.

Fungsi keanggotaan segitiga untuk bilangan *fuzzy* $\tilde{A}_i$, $\tilde{B}_j$ dan $\tilde{C}_{ij}$

$$\mu_{\tilde{A}_i} = \begin{cases} 0 & \tilde{A}_i \leq \tilde{A}_i^1, \tilde{A}_i \geq \tilde{A}_i^3 \\ \left(\dfrac{\tilde{A}_i - \tilde{A}_i^1}{\tilde{A}_i^2 - \tilde{A}_i^1}\right) & \tilde{A}_i^1 < \tilde{A}_i \leq \tilde{A}_i^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{A}_i - \tilde{A}_i^2}{\tilde{A}_i^3 - \tilde{A}_i^2}\right) & \tilde{A}_i^2 < \tilde{A}_i \leq \tilde{A}_i^3 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{B}_i} = \begin{cases} 0 & \tilde{B}_j \leq \tilde{B}_j^1, \tilde{B}_j \geq \tilde{B}_j^3 \\ \left(\dfrac{\tilde{B}_j - \tilde{B}_j^1}{\tilde{B}_j^2 - \tilde{B}_j^1}\right) & \tilde{B}_j^1 < \tilde{B}_j \leq \tilde{B}_j^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{B}_j - \tilde{B}_j^2}{\tilde{B}_j^3 - \tilde{B}_j^2}\right) & \tilde{B}_j^2 < \tilde{B}_j \leq \tilde{B}_j^3 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}_i} = \begin{cases} 1 & \tilde{C}_{ij} \leq \tilde{C}_{ij}^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{C}_{ij} - \tilde{C}_{ij}^2}{\tilde{C}_{ij}^3 - \tilde{C}_{ij}^2}\right) & \tilde{C}_{ij}^2 < \tilde{C}_{ij} \leq \tilde{C}_{ij}^3 \\ 0 & \tilde{C}_{ij} \geq \tilde{C}_{ij}^3 \end{cases}$$

2. Metode *Least- Cost*

Jay Haizer [6] menyatakan bahwa metode *least-cost* merupakan suatu pendekatan berdasarkan biaya untuk menemukan satu solusi awal dalam permasalahan transportasi. Metode *least-cost* digunakan untuk mencari nilai terkecil dengan mengganti nilai α dan γ dengan interval [0,1].

3. Metode *Stepping Stone*

Menurut Jay Haizer [6], setelah solusi layak dasar awal diperoleh dari masalah transportasi, langkah beikutnya adalah menekan ke bawah biaya transport dengan memasukkan variabel *non* basis (yaitu alokasi barang ke kotak kosong) ke dalam solusi. Proses evaluasi *non* basis yang memungkinkan terjadinya perbaikan solusi dan kemudian mengalokasikan kembali dinamakan metode *stepping stone*. Berikut langkah-langkah metode *stepping stone*:

1. Arah yang diambil, baik searah maupun berlawanan arah dengan jarum jam adalah tidak penting dalam membuat jalur tertutup.
2. Hanya ada satu jalur tertutup untuk setiap kotak kosong.

3. Jalur harus hanya mengikuti kotak terisi (dimana terjadi perubahan arah), kecuali pada kotak kosong yang sedang dievaluasi
4. Namun, baik kotak terisi maupun kosong dapat dilewati dalam penyusunan jalur tertutup.
5. Suatu jalur dapat melewati dirinya.
6. Sebuah penambahan dan sebuah pengurangan yang sama besar harus kelihatan pada setiap baris dan kolom pada jalur itu. Tujuan dari jalur ini adalah untuk mempertahankan kendala penawaran dan permintaan sambil dilakukan alokasi ulang barang kesuatu kotak kosong.

Hasil dan Pembahasan

CV. Anak Daro merupakan pendistribusian beras yang dilakukan dari empat gudang (Heler) yaitu Heler Rudi yang berada di Payakumbuh, Heler Ralda yang berada di daerah Suliki, Heler Pincuran Bonjo yang berada di Batu Sangkar dan Heler UD. Kasih yang berada di daerah Bukit Tinggi. Pendistribusin beras anak daro didistribuikan keemapat daerah yaitu Kampar, Pekanbaru, Minas dan Perawang, dengan permintaan yang berbeda-beda, penawaran beras anak daro yang didistribusikan keempat daerah berdasarkan banyaknya permintaan dari setiap daerah dengan melihat banyaknya beras anak daro yang terjual dalam dua hari.

Tabel 1. Data Penawaran, Permintaan Dan Biaya Pendistribusian Beras Anak Daro dari Lokasi Sumber ke Lokasi Tujuan

Tujuan / Sumber	Kampar	Pekanbaru	Minas	BukitTinggi	Penawaran
Payakumbuh	(300,350,400)	(400,450,500)	(350,400,450)	(350,450,500)	(150,180,200)
Suliki	(400,500,550)	(500,550,600)	(450,550,600)	(400,450,500)	(200,250,300)
Batu Sangkar	(450,500,600)	(550,600,650)	(500,600,650)	(500,550,650)	(150,200,230)
Perawang	(550,600,650)	(600,700,750)	(550,650,700)	(600,700,750)	(200,230,250)
Permintaan	(200,250,300)	(150,180,230)	(200,220,250)	(180,200,230)	

Dari permasalahan akan ditentukan biaya minimal dari pendistribusian beras anak daro dari keempat sumber keempat tujuan.

Langkah 1: Menyelesaikan masalah awal transportasi *fuzzy*

Minimumkan:

$$Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$$

$$= (300,350,400)\,x_{11} + (400,450,500)\,x_{12} + (350,400,450)\,x_{13} + (350,450,500)x_{14} + (400,500,550)\,x_{21} + (500,550,600)x_{22} + (450,550,600)x_{23} + (400,450,500)\,x_{24} + (450,500,600)\,x_{31} + (550,600,650)x_{32} + (500,600,650)\,x_{33} + (500,550,650)\,x_{34} + (550,600,650)x_{41} + (600,700,750)\,x_{42} + (550,650,700)\,x_{43} + (600,700,750)x_{44}$$

Fungsi kendala:

a. Kendala permintaan transportasi *fuzzy* Persamaan (4) diubah menjadi Persamaan (9) sebagai berikut:

$\sum_{j=1}^{4} X_{1j} \cong \tilde{A}_1 \to X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \cong (150,180,200)$

$\sum_{j=1}^{4} X_{2j} \cong \tilde{A}_2 \to X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \cong (200,250,300)$

$\sum_{j=1}^{4} X_{3j} \cong \tilde{A}_3 \rightarrow X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \cong (150, 200, 230)$ (9)
$\sum_{j=1}^{4} X_{4j} \cong \tilde{A}_4 \rightarrow X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} \cong (200, 230, 250)$

b. Kendala penawaran transportasi *fuzzy* Persamaan (5) diubah menjadi Persamaan (10) sebagai berikut:
$\sum_{i=1}^{4} X_{i1} \cong \tilde{B}_1 \rightarrow X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} \cong (200, 250, 300)$
$\sum_{i=1}^{4} X_{i2} \cong \tilde{B}_2 \rightarrow X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} \cong (150, 180, 230)$
$\sum_{i=1}^{4} X_{i3} \cong \tilde{B}_3 \rightarrow X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \cong (200, 220, 250)$ (10)
$\sum_{i=1}^{4} X_{i4} \cong \tilde{B}_4 \rightarrow X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} \cong (180, 200, 230)$
$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{31}, X_{32}, X_{33} \geq 0$ dan integer

Langkah 2: Menyelesaikan masalah awal ke dalam bentuk α-cut untuk nilai permintaan, penawaran dan γ-cut untuk nilai biaya *fuzzy*.

Berdasarkan Persamaan (6) diubah menjadi Persamaan (11) sebagai berikut:
$(\tilde{A}_1)_\alpha = [\tilde{A}_1^1 + \alpha(\tilde{A}_1^2 - \tilde{A}_1^1), \tilde{A}_1^3 - \alpha(\tilde{A}_1^3 - \tilde{A}_1^2)] = [150 + 30\alpha, 200 - 20\alpha]$
$\rightarrow \tilde{a}_1^1 = 150 + 30\alpha$, $\tilde{a}_1^2 = 200 - 20\alpha$
$(\tilde{A}_2)_\alpha = [\tilde{A}_2^1 + \alpha(\tilde{A}_2^2 - \tilde{A}_2^1), \tilde{A}_2^3 - \alpha(\tilde{A}_2^3 - \tilde{A}_2^2)] = [200 + 50\alpha, 300 - 50\alpha]$
$\rightarrow \tilde{a}_2^1 = 200 + 50\alpha$, $\tilde{a}_2^2 = 300 - 50\alpha$
$(\tilde{A}_3)_\alpha = [\tilde{A}_3^1 + \alpha(\tilde{A}_3^2 - \bar{A}_3^1), \tilde{A}_3^3 - \alpha(\tilde{A}_3^3 - \tilde{A}_3^2)] = [150 + 50\alpha, 230 - 30\alpha]$ [11]
$\rightarrow \tilde{a}_3^1 = 150 + 50\alpha$, $\tilde{a}_3^2 = 230 - 30\alpha$
$(\tilde{A}_4)_\alpha = [\tilde{A}_4^1 + \alpha(\tilde{A}_4^2 - \bar{A}_4^1), \tilde{A}_4^3 - \alpha(\tilde{A}_4^3 - \tilde{A}_4^2)] = [200 + 30\alpha, 250 - 20\alpha]$
$\rightarrow \tilde{a}_4^1 = 200 + 30\alpha$, $\tilde{a}_4^2 = 250 - 20\alpha$

Berdasarkan Persamaan (7) diubah menjadi Persamaan (12) sebagai berikut:
$(\tilde{B}_1)_\alpha = [\tilde{B}_1^1 + \alpha(\tilde{B}_1^2 - B_1^1), \tilde{B}_1^3 - \alpha(\tilde{B}_1^3 - \tilde{B}_1^2)] = [220 + 30\alpha, 300 - 50\alpha]$
$\rightarrow b_1^1 = 220 + 30\alpha$, $b_1^2 = 300 - 50\alpha$
$(\tilde{B}_1)_\alpha = [\tilde{B}_2^1 + \alpha(\tilde{B}_2^2 - \tilde{B}_2^1), \tilde{B}_2^3 - \alpha(\tilde{B}_2^3 - \tilde{B}_2^2)] = [150 + 30\alpha, 230 - 50\alpha]$
$\rightarrow b_2^1 = 150 + 30\alpha$, $b_2^2 = 230 - 50\alpha$
$(\tilde{B}_3)_\alpha = [\tilde{B}_3^1 + \alpha(\tilde{B}_3^2 - \tilde{B}_3^1), \tilde{B}_3^3 - \alpha(\tilde{B}_3^3 - \tilde{B}_3^2)] = [200 + 20\alpha, 250 - 30\alpha]$ [12]
$\rightarrow b_3^1 = 200 + 20\alpha$, $b_3^2 = 250 - 30\alpha$
$(\tilde{B}_4)_\alpha = [\tilde{B}_4^1 + \alpha(\tilde{B}_4^2 - \tilde{B}_4^1), \tilde{B}_4^3 - \alpha(\tilde{B}_4^3 - \tilde{B}_4^2)] = [180 + 20\alpha, 230 - 30\alpha]$
$\rightarrow b_3^1 = 180 + 20\alpha$, $b_3^2 = 230 - 30\alpha$

Berdasarkan Persamaan (8) diubah menjadi Persamaan (13) sebagai berikut:
$(\tilde{C}_{11})_\gamma = [\tilde{c}_{11}^1 - \gamma(\tilde{c}_{11}^2 - \tilde{c}_{11}^3), \tilde{c}_{11}^3 - \gamma(\tilde{c}_{11}^3 - \tilde{c}_{11}^2) = [300 + 50\gamma, 400 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{12})_\gamma = [\tilde{c}_{12}^1 - \gamma(\tilde{c}_{12}^2 - \tilde{c}_{12}^1), \tilde{c}_{12}^3 - \gamma(\tilde{c}_{12}^3 - \tilde{c}_{12}^2) = [400 + 50\gamma, 500 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{13})_\gamma = [\tilde{c}_{13}^1 - \gamma(\tilde{c}_{13}^2 - \tilde{c}_{13}^1), \tilde{c}_{13}^3 - \gamma(\tilde{c}_{13}^3 - \tilde{c}_{13}^2) = [350 + 50\gamma, 450 - 50\tilde{a}]$
$(\tilde{C}_{14})_\gamma = [\tilde{c}_{14}^1 - \gamma(\tilde{c}_{14}^2 - \tilde{c}_{14}^1), \tilde{c}_{14}^3 - \gamma(\tilde{c}_{14}^3 - \tilde{c}_{14}^2) = [350 + 100\gamma, 500 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{21})_\gamma = [\tilde{c}_{21}^1 - \gamma(\tilde{c}_{21}^2 - \tilde{c}_{21}^1), \tilde{c}_{21}^3 - \gamma(\tilde{c}_{21}^3 - \tilde{c}_{21}^2) = [400 + 100\gamma, 550 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{22})_\gamma = [\tilde{c}_{22}^1 - \gamma(\tilde{c}_{22}^2 - \tilde{c}_{22}^1), \tilde{c}_{22}^3 - \gamma(\tilde{c}_{22}^3 - \tilde{c}_{22}^2) = [500 + 50\gamma, 600 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{23})_\gamma = [\tilde{c}_{23}^1 - \gamma(\tilde{c}_{23}^2 - \tilde{c}_{23}^1), \tilde{c}_{23}^3 - \gamma(\tilde{c}_{23}^3 - \tilde{c}_{23}^2) = [450 + 100\gamma, 600 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{24})_\gamma = [\tilde{c}_{24}^1 - \gamma(\tilde{c}_{24}^2 - \tilde{c}_{24}^1), \tilde{c}_{24}^3 - \gamma(\tilde{c}_{24}^3 - \tilde{c}_{24}^2) = [400 + 50\gamma, 500 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{31})_\gamma = [\tilde{c}_{31}^1 - \gamma(\tilde{c}_{31}^2 - \tilde{c}_{31}^1), \tilde{c}_{31}^3 - \gamma(\tilde{c}_{31}^3 - \tilde{c}_{31}^2) = [450 + 50\gamma, 600 - 50\gamma]$ (13)
$(\tilde{C}_{32})_\gamma = [\tilde{c}_{32}^1 - \gamma(\tilde{c}_{32}^2 - \tilde{c}_{32}^1), \tilde{c}_{32}^3 - \gamma(\tilde{c}_{32}^3 - \tilde{c}_{32}^2) = [550 + 50\gamma, 650 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{33})_\gamma = [\tilde{c}_{33}^1 - \gamma(\tilde{c}_{33}^2 - \tilde{c}_{33}^1), \tilde{c}_{33}^3 - \gamma(\tilde{c}_{33}^3 - \tilde{c}_{33}^2) = [500 + 100\gamma, 650 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{34})_\gamma = [\tilde{c}_{34}^1 - \gamma(\tilde{c}_{34}^2 - \tilde{c}_{34}^1), \tilde{c}_{34}^3 - \gamma(\tilde{c}_{34}^3 - \tilde{c}_{34}^2) = [500 + 50\gamma, 650 - 100\gamma]$
$(\tilde{C}_{41})_\gamma = [\tilde{c}_{41}^1 - \gamma(\tilde{c}_{41}^2 - \tilde{c}_{41}^3), \tilde{c}_{41}^3 - \gamma(\tilde{c}_{41}^3 - \tilde{c}_{41}^2) = [550 + 50\gamma, 650 - 50\gamma]$

$(\tilde{C}_{42})_\gamma = [\tilde{c}^1_{42} - \gamma(\tilde{c}^2_{42} - \tilde{c}^1_{42}), \tilde{c}^3_{42} - \gamma(\tilde{c}^3_{42} - \tilde{c}^2_{42})] = [600 + 100\gamma, 750 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{43})_\gamma = [\tilde{c}^1_{43} - \gamma(\tilde{c}^2_{43} - \tilde{c}^1_{43}), \tilde{c}^3_{43} - \gamma(\tilde{c}^3_{43} - \tilde{c}^2_{43})] = [550 + 100\gamma, 700 - 50\gamma]$
$(\tilde{C}_{44})_\gamma = [\tilde{c}^1_{44} - \gamma(\tilde{c}^2_{44} - \tilde{c}^1_{44}), \tilde{c}^3_{44} - \gamma(\tilde{c}^3_{44} - \tilde{c}^2_{44})] = [600 + 100\gamma, 750 - 50\gamma]$

langkah 3: Menentukan nilai α dan γ.

Dari permasalahan disribusi beras terlihat bahwa $\sum_i^n \tilde{a}_i \neq \sum_j^m \tilde{b}_j$ yang tidak seimbang, maka pada kolom tujuan akan ditambahkan dummy, yaitu:

$$\tilde{b}_j^5 = \sum_i \tilde{a}_i - \sum_j \tilde{b}_j = (980 - 120\alpha) - (750 + 100\alpha) = 230 - 220\alpha$$

Dimana γ adalah titik perpotongan garis $\tilde{C}_{ij} = \tilde{c}_{ij}(\gamma)$ dan titik potong γ yang berada didalam [0, 1] adalah $0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$ dengan menggunakan rumus segitiga

Langkah 4: Menentukan solusi awal masalah transportasi *fuzzy* dengan menggunakan biaya terkecil. Solusi awal menggunakan metode biaya terkecil ditentukan dengan mengisi sel kosong yang masih dapat diisi dengan biaya paling kecil. Maka diperoleh hasil pada Tabel 2:

Tabel 2. Solusi Awal Menggunakan Metode *Least Cost* Iterasi ke 7

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i
S_1	400 200	500	450	500	0	200
S_2	550 20	600 100	600	500 180	0	300
S_3	600	650 50	600 180	650	0	230
S_4	650	750	700 20	750	0 230	250
b_j	220	150	200	180	230	

Karena hasil telah optimal maka iterasi berhenti di iterasi ketujuh. Jadi solusi akhir yang didapatkan dari metode biaya terkecil (*Least Cost Method*) untuk biaya yang dikeluarkan adalah:

$$Z = 200(400) + 20(550) + 100(600) + 180(500) + 50(650) + 180(600) + 20(700) + 230(0) = 395.500$$

Langkah 5: Menentukan solusi optimal dengan memasukan langkah kedua ke dalam tabel transportasi. Dimana γ diubah ketitik potong yang diperoleh dari fungsi keanggotaan dan mengoptimalkan biaya dengan menggunakan *stepping stone.*

Tabel 3. Perbaikan Pemecahan Biaya pada Sel x_{33}

	Tujuan					
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i
S_1	385 120+240 α	485	435 180-290 α	485	0	300-50α
S_2	535	585 120-840 α	585 -90+760 α	485 200+30α	0	230-50 α

S_3	570 30-210 α	635 80+890α	585 60-420 α	620	0 80-290 α	250-30 α
S_4	635	685	685	735	0 230-30 α	230-30 α
b_j	150+30 α	200+50 α	150+50 α	200+30 α	310-320 α	

Oleh karena tidak terjadi penurunan biaya atau tidak terdapat indeks yang bernilai negatif maka hasil pada perbaikan diatas telah optimal.

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh $x_{13} = 180 - 290\alpha$, $x_{22} = 120 - 840\alpha$, $x_{31} = 30 - 210\alpha$, $x_{33} = 60 - 420\alpha$, $x_{34} = 80 - 290\alpha$ hal tersebut melanggar kondisi dimana nilai yang dihasilkan negatif. Dengan demikian, solusi optimal ini berlaku untuk selang $\alpha \in [0, \frac{1}{7}, \frac{8}{29}, \frac{18}{29}]$. Langkah *stepping stone* dilakukan untuk titik potong γ selanjutnya dengan cara yang sama.

Tabel 4. Solusi Akhir Masalah Transportasi untuk $\boldsymbol{\gamma}$ $\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right]$ dan $\left[\frac{2}{3}, \mathbf{1}\right]$

γ / á	$[0, \frac{1}{3}]$	$[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$	$[\frac{1}{2}, 1]$
$[0, \frac{8}{29}, \frac{3}{10}]$	$X_{11} = 120 + 240\alpha$	$X_{11} = 120 + 240\alpha$	$X_{11} = 150 + 30\alpha$
	$X_{13} = 180 - 290\alpha$	$X_{13} = 180 - 290\alpha$	$X_{13} = 150 - 80\alpha$
	$X_{22} = 120 - 840\alpha$	$X_{22} = 120 - 840\alpha$	$X_{22} = 60 - 420$
	$X_{23} = -90 + 760\alpha$	$X_{23} = -90 + 760\alpha$	$X_{23} = -30 + 340\alpha$
	$X_{24} = 200 + 30\alpha$	$X_{24} = 200 + 30\alpha$	$X_{24} = 200 + 30\alpha$
	$X_{31} = 30 - 210\alpha$	$X_{31} = 30 - 210\alpha$	$X_{32} = 140 + 470\alpha$
	$X_{32} = 80 + 890\alpha$	$X_{32} = 80 + 890\alpha$	$X_{33} = 30 - 210\alpha$
	$X_{33} = 60 - 420\alpha$	$X_{33} = 60 - 420\alpha$	$X_{35} = 80 - 290\alpha$

Langkah 6: Menentukan nilai Z (fungsi tujuan).

Nilai Z ditentukan dengan mensubtitusi titik potong α kedalam solusi optimal, kemudian dikalikan dengan c_{ij} pada kolom transportasi dimana nilai γ telah disubtitusi dengan titik potong dari fungsi keanggotaan, sehingga diperoleh fungsi tujuan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Nilai Z (Fungsi Tujuan) untuk $\boldsymbol{\gamma}$ $\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right]$ dan $\left[\frac{2}{3}, \mathbf{1}\right]$.

α	Tujuan			
	γ			
	0	$^1/_3$	$^1/_2$	1
0	353.000	344.050	334.750	319.500
$^1/_7$	371.620	360.775	353.505	335.530
$^8/_{29}$	392.900	382.175	375.025	353.850
$^3/_{10}$	428.000	422.300	421.440	388.200

Berdasarkan jurnal Gita Sari [4] yang berjudul “Analisis Biaya *Fuzzy* dalam Sistem Transportasi *Fuzzy Fuzzy Cost* Analysis *in Fuzzy Transportation System*”, maka Tabel 5 tersebut menjelaskan bahwa pendistribusian beras dari 4 gudang keempat daerah tujuan dengan mengguakan α dan γ sebagai titik potong nilai keanggotaan untuk mendapatkan rentang *interval* [0,1] dimana α memiliki titik potong $[0, \frac{1}{7}, \frac{8}{29}, \frac{18}{29}]$ dan titik potong γ $[0, \frac{1}{7}, \frac{8}{29}, \frac{18}{29}]$. Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa jika $[\alpha , \gamma]$ berada dititik potong [0,0] maka biaya yang diperoleh Rp 353.000, di titik $[0, \frac{1}{3}]$ diperoleh biaya Rp 344.050, dititik $[0, \frac{1}{2}]$ diperoleh biaya Rp 334.750 dan dititik [0, 1] diperoleh biaya Rp 319.500. Jika $[\alpha , \gamma]$ berada di titik $[\frac{1}{7}, 0]$ maka biaya yang diperoleh adalah Rp 371.620, jika berada dititik $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3}]$ diperoleh biaya Rp 360.775, dititik $[\frac{1}{7}, \frac{1}{2}]$ diperoleh biaya Rp 353.505 dan dititik $[\frac{1}{7}, 1]$ diperoleh biaya Rp 335.530. Jika $[\alpha , \gamma]$ berada di titik $[\frac{8}{29}, 0]$ diperoleh biaya 392.900, jika berada dititik $[\frac{8}{29}, \frac{1}{3}]$ diperoleh biaya Rp 382.175, jika berada di titik $[\frac{8}{29}, \frac{1}{2}]$ diperoleh biaya Rp 375.025, jika berada dititik $[\frac{8}{29}, 1]$ diperoleh biaya Rp 353.850. Jika $[\alpha , \gamma]$ berada di titik $[\frac{8}{29}, 0]$ diperoleh biaya Rp 428.00, jika berada dititik $[\frac{8}{29}, \frac{1}{3}]$ diperoleh biaya Rp 422.300, jika berada dititik $[\frac{8}{29}, \frac{1}{2}]$ diperoleh biaya Rp 421.440 dan jika berada dititik $[\frac{8}{29}, 1]$ diperoleh biaya Rp 388.200.

Kesimpulan

Penyelesaian masalah transportasi pada solusi optimal biaya *fuzzy* beras Anak Daro dengan menggunakan γ-cut dapat disimpulkan bahwa perhitungan biaya *fuzzy* menunjukan bahwa semakin besar nilai γ maka nilai Z (fungsi tujuan) semakin kecil. Hal ini menunjukan bahwa nilai γ mengoptimalkan solusi akhir menjadi lebih optimal yaitu Rp 319.500 dibandingkan tanpa adanya nilai γ yaitu sebanyak Rp 353.000.

Daftar Pustaka

[1] Aminudin. *Prinsip-Prinsip RISET OPERASI.* Jakarta: Erlangga. 2005.
[2] A. Taha, Hamdy. Riset Operasi, Binarupa Aksara, Jakarta. 1996.
[3] Dimyati, T.T, dan Dimyati, A. *Operation Research Model-Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo. 2004.
[4] Gita Sari Andriani, dkk. Analisis Biaya *Fuzzy* dalam Sistem Transportasi *Fuzzy Fuzzy Coast Analysis In Fuzzy Transportation System*. Jurnal Matematika Murni dan Terapan Vol. 10 Hal.38-47. 2016.
[5] Siringoringo, H., Seri Teknik Riset Operasi: Program Linier. Graha Ilmu Yogyakarta. 2005.
[6] Haizer, J., dan Render, B., *Operating Management*. Prentice Hall, New Jersey. 2005.
[7] Kusumadewi, S & Hari, P. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi 2*. Graha Ilmu. Yogykarta. 2010.