Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 4, No. 2, Juli 2018
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online

INTEGER LINEAR PROGRAMMING DENGAN PENDEKATAN METODE *CUTTING PLANE* DAN *BRANCH AND BOUND* UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU

Sri Basriati
Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email: sribasriati@uin-suska.ac.id

ABSTRAK

Integer Linear Programming (ILP) dapat menyelesaikan permasalahan *Linear Programming* (LP) dengan tambahan syarat bahwa nilai dari variabel keputusan harus berupa bilangan bulat (*integer*) baik sebagian maupun keseluruhannya. Penyelesaian ILP dapat menggunakan metode *Cutting Plane* dan *Branch and Bound*. Metode *cutting plane* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan ILP baik bilangan bulat murni maupun bilangan bulat campuran dengan menambahkan batasan baru yang disebut *gamory*. Batasan *gamory* diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum *integer*. Batasan-batasan tersebut secara efektif akan menyingkirkan beberapa ruang solusi yang tidak berisi bilangan bulat yang layak, tetapi tidak pernah menyingkirkan satupun titik bilangan bulat yang layak. Sedangkan metode *Branch and Bound* dengan cara membuat cabang bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai tidak bulat agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru. Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dapat diketahui bahwa solusi optimal yang dihasilkan oleh kedua metode tersebut adalah sama, yaitu: jumlah produksi tahu besar dan tahu kecil adalah sebanyak 339239 unit per bulan dan 4 unit per bulan dengan keuntungan maksimal Rp 77971299.6 per bulan.

Katakunci: *Branch and Bound Cutting Plane, Gamory, Integer Programming, Linear Programming.*

ABSTRACT

Integer Linear Programming (ILP) can solve the problem of Linear Programming (LP) with the additional requirement that the value of the decision variable must be an integer in part or in whole. The completion of ILP can use the Cutting Plane and Branch and Bound methods. The cutting plane method is a method used to solve ILP both pure integers and mixed integers by adding a new boundary called gamory. Gamory limits are given if the value of the decision variable is not yet integer. These limits will effectively get rid of some solution space that does not contain a proper integer, but never removes any proper integer point. While the Branch and Bound method by making a branch for each decision variable that has a value that is not unanimous so that it is rounded so that each limitation will produce a new branch. Based on the results of the research conducted, it can be seen that the optimal solution produced by the two methods is the same, namely: the amount of large tofu production and small tofu is 339239 units per month and 4 units per month with a maximum profit of Rp. 77971299.6 per month.

***Keywords**: Branch and Bound Cutting Plane, Gamory, Integer Programming, Linear Programming.*

Pendahuluan

Setiap pelaku usaha atau pelaku ekonomi pasti melakukan apa yang disebut dengan prinsip ekonomi, yaitu dengan usaha atau modal yang sedikit mampu menghasilkan keuntungan yang besar, sehingga muncullah masalah optimasi. Masalah optimasi tersebut meliputi meminimumkan biaya produksi atau memaksimumkan keuntungan dengan kapasitas sumber daya yang ada agar mampu mendapatkan hasil yang optimal. Untuk mendapatkan penyelesaian optimal dari masalah tersebut, dikembangkanlah suatu cara yang disebut dengan program linier (*linear programming*).

Ada beberapa metode untuk mencari solusi optimal pada *linear programming problem* antara lain : metode grafik dan metode simpleks. Metode tersebut digunakan untuk mendapatkan penyelesaian optimal yang hasilnya merupakan bilangan real yaitu bisa berupa bilangan bulat maupun bilangan pecahan.

Kenyataannya dalam dunia usaha sering dijumpai adanya ketentuan bahwa, nilai dari variabel keputusan tertentu yang diperoleh harus berupa bilangan bulat atau tidak boleh pecahan. Misalnya banyaknya mesin yang digunakan dalam suatu perusahaan, jenis barang yang diproduksi atau jumlah tenaga kerja yang dibutuhkan untuk mengerjakan suatu proyek. Tidak mungkin suatu perusahaan memproduksi barang 10.5 unit. Oleh karena itu, muncullah *integer linear programming* yang merupakan masalah khusus dari *linear programming*. Model matematis dari *integer linear programming* sebenarnya hampir sama dengan model *linear programming*, hanya saja terdapat tambahan batasan bahwa variabel keputusannya harus berupa bilangan bulat atau *integer*.

Penelitian tentang *integer linear programming* telah dibahas sebelumnya oleh Hayati [3] dengan judul penelitian "*Aplikasi Algoritma Branch and Bound untuk Menyelesaikan Integer Programming*" yang dipublikasikan dalam jurnal Dinamika Teknik Semarang. Senjutnya oleh Nari [4] dalam jurnal Saintek Batusangkar dengan judul "*Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound*". Sedangkan metode cutting Plane pernah dibahas oleh Nico[5] dalam jurnalnya yang berjudul " Aplikasi Metode *Cutting Plane* dalam Optimasi Jumlah Produksi Tahunan pada PT. XYZ". Jurnal tersebut menjelaskan bagaimana *planning* untuk mengoptimalkan hasil produksi pada PT. XYZ dengan menggunakan metode *cutting plane*. Sedangkan penelitian ini akan menggabungkan kedua metode tersebut dalam menentukan jumlah produksi optimum pada pabrik tahu.

Metode Penelitian

1. Model *Linear Programming*

Bentuk umum dari *linear programming problem* dengan fungsi tujuan memaksimumkan adalah sebagai berikut :

$$\text{Maksimumkan} \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$x_j \geq 0 .$$

untuk $i = 1, 2, \cdots m$ dan $j = 1, 2, \cdots n$.

Keterangan :

z : Fungsi tujuan yang dimaksimumkan.

c_j : Koefisien untuk fungsi tujuan.

x_j : Variabel keputusan.

a_{ij} : Koefisien variabel keputusan.

b_i : Nilai ruas kanan.

2. Metode Simpleks

Salah satu metode untuk menyelesaikan masalah *linear programming* adalah dengan metode simpleks. Metode simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat iteratif, yang bergerak selangkah demi selangkah dimulai dari titik ekstrem pada daerah fisibel menuju ke titik ekstrem yang optimal.

Langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah *linear programming* dengan metode simpleks untuk kasus maksimasi adalah sebagai berikut :

1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala.
   Fungsi tujuan dirubah menjadi bentuk baku. Fungsi kendala sebelum dimasukkan dalam tabel simpleks ditambahkan variabel *slack*.
2. Menyusun tabel simpleks awal
3. Menentukan kolom kunci.
4. Menentukan baris kunci.
5. Mengubah nilai-nilai baris kunci

6. Mengubah nilai-nilai selain baris kunci, sehingga nilai-nilai kolom kunci (selain baris kunci) = 0.
7. Melanjutkan perbaikan-perbaikan (langkah 3-6) hingga baris z tidak ada lagi yang bernilai negatif.
8. Solusi optimal diperoleh, dengan nilai variabel keputusan untuk masing-masing baris terletak pada kolom b_i .

3. Dual Simpleks

Menurut Dimyati [2] metode dual simpleks ini menggunakan tabel yang sama dengan metode simpleks biasa, tetapi *entering variable* dan *leaving variable-nya* ditentukan dengan cara sebagai berikut :

1. *Leaving Variable*
   Leaving variable pada dual simpleks adalah variabel basis yang memiliki nilai negatif terbesar. Jika semua variabel basis sudah bernilai positif atau nol, berarti kondisi fisibel telah dicapai.
2. *Entering Variable*
   Tentukan perbandingan rasio antara koefisien baris (z) dengan koefisien baris *leaving variable*. Abaikan penyebut positif dan nol. Jika semua bernilai positif atau nol, berarti persoalan yang bersangkutan tidak memiliki solusi fisibel. Untuk persoalan maksimasi, *entering variable* adalah variabel dengan rasio absolut terkecil, sedangkan untuk persoalan minimasi *entering variable* adalah variabel dengan rasio terkecil.

4. *Integer Linear Programming*

Integer linear programming atau program linier bilangan bulat merupakan suatu *linear programming* dengan variabel keputusannya merupakan bilangan bulat (*integer*), sehingga pada bentuk umum *linear programming* terdapat tambahan syarat bahwa variabel keputusannya harus bilangan bulat. Pada *linear programming problem* untuk kasus memaksimumkan, nilai tujuan dari *Integer linear programming* tidak akan pernah melebihi nilai tujuan dari *linear programming*.

Bentuk umum dari *integer liniear programming* dengan kasus memaksimumkan adalah sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan } z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i$$

$$x_j \ge 0, \textit{ integer} \text{ untuk setiap } x_j .$$

untuk $i = 1, 2, \cdots, m$.

5. Metode *Cutting Plane*

Menurut Taha [7] Metode *cutting plane* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan *integer linear programming problem*, baik bilangan bulat murni maupun bilangan bulat campuran dengan menambahkan batasan baru yang disebut *gamory*. Batasan *gamory* diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan).

Adapun langkah-langkah metode *cutting plane* pada penyelesaian *integer linear programming problem* adalah sebagai berikut :

1. Selesaikan *integer linear programming problem* dengan metode simpleks dengan mengabaikan syarat *integer*.
2. Jika penyelesaian langkah (1) memuat variabel bernilai pecahan, lakukan langkah-langkah berikut :
   a. Pilih sembarang baris tabel optimum simpleks yang dalam kolom b_i yang memuat pecahan. Jika ada beberapa variabel yang bernilai pecahan, dipilih baris yang memuat pecahan terbesar, ini dipilih agar iterasi lebih cepat.
   b. Misalkan baris ke-i adalah baris yang terpilih dan persamaan yang terbentuk dalam baris ke-i adalah :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i$$

dengan tambahan kendala :

$$S_{gi} - \sum_{j=1}^{n} f_{ij} x_j = -f_i$$

dimana

S_{gi} : kendala tambahan (*gamory*) ke- i .

f_{ij} : bagian pecahan dalam a_{ij} .

f_i : bagian pecahan dalam b_i .

3. Kemudian diselesaikan menggunakan metode dual simpleks dengan persamaan yang terpilih diletakkan pada baris terakhir.

Jika solusi baru setelah menerapkan metode dual simpleks adalah *integer*, proses berakhir. Jika tidak, sebuah *gamory* baru ditambahkan dari tabel yang dihasilkan dan metode dual simpleks digunakan sekali lagi untuk mengatasi ketidaklayakan ini. Prosedur ini dilakukan sampai solusi *integer* dicapai. Tetapi jika disalah satu iterasi metode dual simpleks menunjukkan ada solusi tidak layak, maka masalah itu tidak mempunyai solusi *integer* yang layak.

6. Metode *Branch and Bound*

Siswanto [6] menyatakan bahwa metode *Branch and Bound* merupakan suatu teknik untuk mencari solusi dari persoalan ILP dengan mengenumerasi titik-titik dalam daerah fisibel dari suatu subpersoalan. Metode ini membatasi penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar benilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan menghasilkan cabang baru dan membentuk sebuah pohon pencarian (*search tree*).

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan dengan menggunakan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan persoalan PL dengan metode simpleks tanpa batasan integer
2. Memeriksa solusi optimalnya. Jika variabel basis yang diharapkan bernilai integer, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi jika tidak bernilai integer, maka lanjutkan langkah 3.
3. Memilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar) dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan ke dalam sub-masalah. Ciptakan dua batasan baru untuk variabel ini, dengan batasan $\leq$ dan batasan $\geq$.
4. Menjadikan solusi pada penyelesaian langkah 1 sebagai batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah dibulatkan.
5. Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub-masalah.
6. Suatu solusi integer fisibel (layak) adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap sub-masalah yang dicari. Jika solusi yang demikian terjadi, suatu sub-masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan . kembali ke langkah 4.

Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini menggunakan data dari penelitian Akhmad, dkk [1], yang mana penelitian tersebut menggunakan metode simpleks. Adapun data-data yang akan digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Keuntungan dan Modal Produksi Tahu Per-Unit

No	Jenis Tahu	Modal	Keuntungan
1	Tahu Besar	Rp 135.19	Rp 229.84
2	Tahu Kecil	Rp 110.3	Rp 151.96

Sumber: Akhmad Sarifudin, dkk

Adapun data batasan dalam produksi tahu adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Data Batasan Produksi Tahu

Jenis Tahu yang diproduksi	**Kebutuhan Per-Unit**					**Keuntungan (Rp)**
	Bahan Baku	**Bahan Penunjang**	**Jam Kerja Tenaga Kerja**	**Jam Kerja Mesin**	**Modal (Rp)**	
Besar	0.02488	0.02045	0.03949	0.00005	135.19	229.84
Kecil	0.02015	0.01641	0.03222	0.00003	110.3	151.96
Keterbatasan	9187.5	6937.5	22570.875	300	77270209.31	

Sehingga dapat dirumuskan model program linear sebagai berikut:

Maksimumkan $Z = 229.84x_1 + 151.96x_2$

Dengan pembatas:

$$0.02488x_1 + 0.02015x_2 \leq 9187.5$$
$$0.02045x_1 + 0.01641x_2 \leq 6937.5$$
$$0.03949x_1 + 0.03222x_2 \leq 22570.875$$
$$0.00005x_1 + 0.00003x_2 \leq 300$$
$$135.19x_1 + 110.3x_2 \leq 77270209.31$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

dengan

x_1 : Jumlah Tahu Besar yang akan diproduksi (unit)

x_2 : Jumlah Tahu Kecil yang akan diproduksi (unit)

Penyelesaian dengan Metode *Cutting Plane*

Berdasarkan data pada Tabel 1 dan 2 akan ditentukan keuntungan maksimum dengan menggunakan metode *cutting plane*. Berikut adalah langkah-langkah penyelesaiannya:

1. Menyelesaikan permasalahan *integer linear programming* dengan menggunakan metode simpleks dan mengabaikan syarat *integer*.

Tabel 3. Awal Simpleks Produksi Tahu

Basis	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	*Solusi*
Z	-229.84	-151.96	0	0	0	0	0	0
S_1	0.02488	0.02015	1	0	0	0	0	9187.5
S_2	0.02045	0.01641	0	1	0	0	0	6937.5
S_3	0.03949	0.03222	0	0	1	0	0	22570.875
S_4	0.00005	0.00003	0	0	0	1	0	300
S_5	135.19	110.3	0	0	0	0	1	77270209.31

Sehingga diperoleh tabel optimal simpleks sebagai berikut:

Tabel 4. Optimal Simpleks

$Basis$	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	$Solusi$
Z	0	32.473956	0	11239.1198	0	0	0	77971393.6
S_1	0	0.0001852	1	-1.216625917	1	0	0	747.1577017
x_1	1	0.802445	0	48.8997555	0	0	0	339242.1
S_3	0	0.0005314	0	-1.931051345	1	0	0	9174.206296
S_4	0	-0.0000101	0	-0.002444988	0	1	0	283.0378973
S_5	0	1.8174621	0	-6610.757946	0	0	1	31408076.06

Berdasarkan Tabel 4 baris Z sudah tidak ada yang bernilai negatif, artinya solusi optimum menggunakan metode simpleks telah diperoleh yaitu : $Z = 77971393.6$ dengan $x_1 = 339242.1$. Karena solusi yang diinginkan adalah *integer*, maka dilanjutkan dengan langkah berikutnya.

2. Karena nilai variabel keputusan dengan menggunakan metode simpleks belum *integer*, maka perlu ditambahkan pembatas baru atau *gamory* 1. Berdasarkan Tabel 4 diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
0{,}0001852x_1 + S_1 - 1.216625917S_2 + S_3 &= 747.1577017 \\
x_1 + 0.802445x_2 + 48.8997555S_2 &= 339242.1 \\
0.0005314x_2 - 1.931051345S_2 + S_3 &= 9174.206296 \\
-0.0000101x_2 + 0.002444988S_2 + S_4 &= 283.0378973 \\
1.8174621x_2 - 6610.757946S_2 + S_5 &= 31408076.06
\end{aligned} \qquad (1)$$

Berdasarkan persamaan yang diperoleh dari Persamaan 1 dapat dibuat persamaan untuk pembatas baru atau *gamory* 1 sebagai berikut :

$$S_{g1} - x_1 - 0.802445x_2 - 0.899755S_2 = -0.1$$

dengan :

S_{g1} : Variabel *slack* pada kendala tambahan pertama

Setelah persamaan *gamory*1 diperoleh, kemudian dimasukkan ke dalam tabel simpleks pada baris terakhir.

Tabel 5. Setelah Penambahan *Gamory* 1

$Basis$	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_{g1}	$Solusi$
Z	0	32.473956	0	11239.1198	0	0	0	0	77971393.6
S_1	0	0.0001852	1	-1.216625917	1	0	0	0	747.1577017
x_1	1	0.802445	0	48.8997555	0	0	0	0	339242.1
S_3	0	0.0005314	0	-1.931051345	1	0	0	0	9174.206296
S_4	0	-0.0000101	0	-0.002444988	0	1	0	0	283.0378973
S_5	0	1.8174621	0	-6610.757946	0	0	1	0	31408076.06
S_{g1}	1	-0.802445	0	-0.8997555	0	0	0	1	-0.1

Berdasarkan Tabel 5 di atas, dapat diketahui bahwa penambahan *gamory* 1 menjadikan nilai ruas kanan bernilai negatif, sehingga menjadi tidak layak. Untuk mengatasi ketidak layakan ini, maka dilanjutkan dengan langkah selanjutnya dengan menggunakan metode dual simpleks.

Tabel 6. Penyelesaian Dual Simpleks

Basis	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_{g1}	*Solusi*
Z	0	0	0	11202.70783	0	0	0	0	77971389.6
S_1	0.000230756	0	1	-1.21683354	0	0	0	0	747.1576786
x_1	0.197555012	0	0	48.00000051	0	0	0	0	339241.9538
S_3	0.000662285	0	0	-1.931647239	1	0	0	0	9174.447016
S_4	-1.26143E-05	0	0	-0.002433638	0	1	0	0	283.0378986
S_5	2.264905511	0	0	-6609.122676	0	0	1	0	31408075.83
S_2	-1.246191328	1	0	1.121266878	0	0	0	-1.25	0.124619133

Dapat dilihat dari Tabel 6 bahwa, nilai variabel x_1 masih belum *integer*, karena masih ada nilai variabel keputusan yang belum *integer*, maka *gamory* 2 ditambahkan. Penambahan *gamory* 2 dapat dibuat dengan persamaan yang terdapat pada Tabel 6 yaitu :

$$\begin{aligned}
0.000230756x_1 + S_1 - 1.21683354S_2 &= 747.1576786 \\
0.197555012x_1 + 48.00000051S_2 &= 339241.9538 \\
0.000662285x_1 - 1.931647239S_2 + S_3 &= 9174.447016 \\
-0.0000126143x_1 - 0.002433638S_2 + S_4 &= 283.0378986 \\
2.264905511x_1 - 6609.122676S_2 + S_5 &= 31408075.83 \\
-1.246191328x_1 + x_2 + 1.121266878S_2 + 1.25S_{g1} &= 0.124619133
\end{aligned} \tag{2}$$

Berdasarkan Persamaan 2 dapat dibuat persamaan *gamory* 2 sebagai berikut :

$$S_{g2} - 0.197555012x_1 - 0.00000051S_2 - S_3 = -0{,}9538 \tag{3}$$

dengan :

S_{g2} : Variabel *slack* pada kendala tambahan kedua.

Setelah persamaan *gamory* 2 diperoleh, kemudian dimasukkan ke dalam tabel simpleks pada baris terakhir.

Tabel 7. Setelah Penambahan *Gamory* 2

Basis	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_{g1}	S_{g2}	*Solusi*
Z	0	0	0	11202.70783	0	0	0	0	0	77971389.6
S_1	0.000230756	0	1	-1.21683354	0	0	0	0	0	747.1576786
x_1	0.197555012	0	0	48.00000051	0	0	0	0	0	339241.9538
S_3	0.000662285	0	0	-1.931647239	1	0	0	0	0	9174.447016
S_4	-1.26143E-05	0	0	-0.002433638	0	1	0	0	0	283.0378986
S_5	2.264905511	0	0	-6609.122676	0	0	1	0	0	31408075.83
S_2	-1.246191328	1	0	1.121266878	0	0	0	-1.25	0	0.124619133

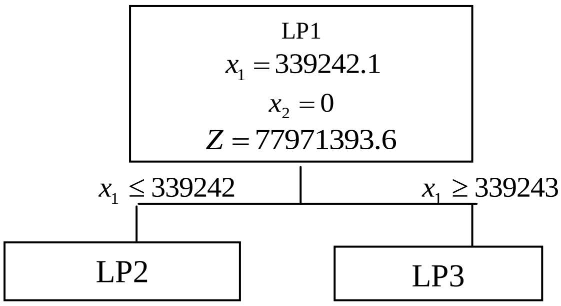
S_{g2}	-0.197555012	0	0	-0.00000051	0	0	0	0	1	-0.9538

Selanjutnya, akan diselesaikan dengan cara yang sama dengan penambahan variabel *gamory* 1 di atas. Proses penambahan variabel *gamory* akan berhenti setelah diperoleh nilai integer. Berdasarkan perhitungan dengan metode simpleks, diperoleh semua nilai pada baris *Z* sudah bernilai positif dan nol. Semua nilai kanan pada batasan kendala sudah bernilai positif dan semua nilai variabel keputusan sudah *integer*, artinya dengan menggunakan metode *cutting plane* solusi optimum *integer* telah diperoleh. Solusi optimum *integer* diperoleh dengan nilai z maksimum yaitu $Z = 77971299.6$ dengan $x_1 = 339239$ dan $x_2 = 4$.

Penyelesaian dengan Metode *Branch and Bound*

Langkah-langkah dalam menyelesaikan model dengan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut:

1. Memeriksa solusi optimal tabel simpleks. Tabel 7 menunjukkan bahwa $x_1 = 339242.1$ memiliki nilai desimal sehingga x_1 menjadi variabel untuk percabangan dengan dua batasan yaitu $x_1 \le 339242$ dan $x_1 \ge 339243$
2. Solusi optimal metode simpleks disebut sebagai LP1.
3. LP1 dibentuk dua percabangan yaitu LP2 dengan menambahkan batasan $x_1 \le 339242$ dan LP3 dengan menambahkan batasan $x_1 \ge 339243$ Percabangan LP1 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Percabangan Awal Produksi Tahu

Model LP2 dan LP3 yang ditambahkan dengan batasan baru adalah sebagai berikut:

1. LP2

Maksimumkan $Z = 229.84x_1 + 151.96x_2$

Dengan pembatas:

$$0.02488x_1 + 0.02015x_2 \le 9187.5$$
$$0.02045x_1 + 0.01641x_2 \le 6937.5$$
$$0.03949x_1 + 0.03222x_2 \le 22570.875$$
$$0.00005x_1 + 0.00003x_2 \le 300$$
$$135.19x_1 + 110.3x_2 \le 77270209.31$$
$$x_1 \le 339242$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Solusi optimal pada LP2 yaitu : $x_1 = 339242$ $x_2 = 0.06703$ $Z = 77971393.6$

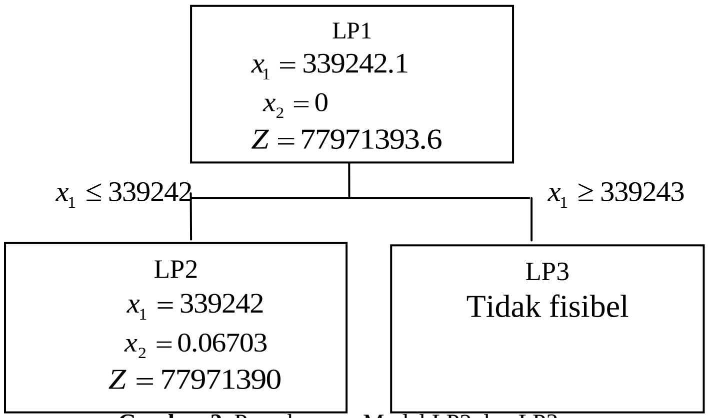
2. LP3

Maksimumkan $Z = 229.84x_1 + 151.96x_2$

Dengan pembatas:

$$0.02488x_1 + 0.02015x_2 \le 9187.5$$
$$0.02045x_1 + 0.01641x_2 \le 6937.5$$
$$0.03949x_1 + 0.03222x_2 \le 22570.875$$
$$0.00005x_1 + 0.00003x_2 \le 300$$
$$135.19x_1 + 110.3x_2 \le 77270209.31$$
$$x_1 \ge 339243$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Solusi pada LP3 tidak fisibel, sehingga LP3 tidak dilanjutkan dengan percabangan. Percabangan model LP2 dan LP3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2. Percabangan Model LP2 dan LP3

LP2 dibentuk dua percabangan terhadap x_2 yaitu LP4 dengan menambahkan batasan $x_2 \le 0$ dan LP5 dengan menambahkan batasan $x_2 \ge 1$. Begitu seterusnya sampai diperoleh semua nilai variable keputusan bernilai integer.

Berdasarkan metode *Branch and Bound* diperoleh nilai integer yaitu $x_1 = 339239$, $x_2 = 4$ dan $Z = 77971299.6$

Kesimpulan

Berdasarkan penyelesaian dengan metode *cutting plane* dan *Branch and Bound* untuk produksi tahu diperoleh nilai integer yang sama yaitu: $x_1 = 339239$, $x_2 = 4$ dan $Z = 77971299.6$. Dengan kata lain, pengusaha tahu akan mendapatkan keuntungan yang maksimun dengan keterbatasan sumberdaya ataupun bahan baku yang ada apabila memproduksi tahu besar sebanyak 339239 unit per bulan dan tahu kecil sebanyak 4 unit per bulan dengan keuntungan maksimum Rp 77971299.6 per bulan.

Daftar Pustaka

[1] Akhmad Sarifudin, Djaimi Bakce dan Evy Maharani. Optimalisasi Usaha Agroindustri Tahu di Kota Pekanbaru. Fakultas Pertanian Universitas Riau. Pekanbaru. 2012

[2] Dimyati, Tjutju dan Dimyati Ahmad. Operation Research, Model-Model Pengambilan Keputusan, Penerbit Sinar Baru Algesindo, Bandung. 2009.

[3] Hayati, Enty Nur. *Aplikasi Algoritma Branch and Bound untuk Menyelesaikan Integer Programming*. Dinamika Teknik Vol. IV No.1, Hal 13-23. Semarang. 2010.

[4] Nari, Nola. *Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound.* Jurnal Saintek Vol. V No.1:55-61. Batusangkar. 2013.

[5] Nico, Iryanto dan G. Tarigan. 2014. Aplikasi Metode *Cutting Plane* dalam Optimisasi Jumlah Produksi Tahunan Pada PT. XYZ . Jurnal Saintia Matematika Vol. 2, No.2 Hal 127-136.

[6] Siswanto. *Operation Research*. Penerbit Erlangga, Bogor. 2007.
[7] Taha, H.A. *Operation Research An Introduction.* Ed. 8. United States : Pearson Education, Inc. 2007.