Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 4, No. 2, Juli 2018
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online

Model Matematika Pengaruh Program Rehabilitasi DanPenerapan Hukuman Terhadap Jumlah Pemakai Narkoba

Mohammad Soleh[1] , Putri Rizki Mandasari[2]
[1,2]Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
email:msoleh1975@yahoo.co.id,, putrikiky59@gmail.com,

ABSTRAK

Penyalahgunaan narkoba yang semakin merajalela menjadi salah satu perhatian utama di setiap negara dikarenakan bahaya yang ditimbulkannya sangat besar dan jumlah pemakai narkoba yang meningkat setiap tahun. Untuk mengatasi hal tersebut, pemerintah telah menyediakan balai pengobatan berupa program rehabilitasi dan penerapan hukuman. Untuk memprediksi jumlah pemakai narkoba serta mendeteksi pengaruh program rehabilitasi dan penerapan hukuman maka dirumuskan strategi model matematika jumlah pemakai narkoba. Model ini membagi populasi menjadi empat kelompok individu yaitu kelompok individu rentan untuk memakai narkoba, kelompok individu pemakai narkoba, kelompok individu yang direhabilitasi dan kelompok individu yang berhenti memakai narkoba. Hasil yang diperoleh dari analisis model yaitu terdapat satu titik tetap tak endemik pemakai narkoba dan satu titik tetap endemik pemakai narkoba. Semakin besar hukuman yang diterapkan maka jumlah pemakai narkoba semakin sedikit. Sebaliknya semakin kecil hukuman yang diterapkan maka semakin banyak orang yang memakai narkoba.

Kata kunci: Model Matematika, Jumlah Pemakai Narkoba, Rehailitasi, Titik Tetap, Stabil Asimtotik.

ABSTRACT

The increasingly rampant drug abuse has become one of the main concerns in every country because the dangers and the large of the numbers of drug users increase every year. To overcome this, the government has provided treatment centers that are rehabilitation programs and the application of punishment. To predict the number of drug users and to detect the effect of the rehabilitation program and the application of punishment, the mathematical model of the number of drug users is formulated. This model divides the population into four groups of individual ie group of individual susceptible to drug use, group of drug user, group rehabilitated individual, and group of individual who stop taking drugs. The results obtained from the model analysis is that there is a fixed point of non-endemic drug users and a fixed point of endemic drug users. Based on the simulation, while the greater punishment applied,it became the fewer drug users. Conversely, the smaller the punishment applied, the more people taking drugs.

Keywords: *Mathematical Model, the Number of Drug Users,Rehabilitation, Equilybrium state,Asymtotically stable.*

Pendahuluan

Narkoba adalah obat, bahan atau zat yang jika dimasukkan kedalam tubuh manusia dan dikonsumsi secara terus menerus dapat mengubah suasana hati atau perasaan, mengubah pikiran, perilaku seseorang, serta dapat menimbulkan efek tenang dan ketergantungan bagi pemakainya [7]. Bahayadariketergantunganmemakainarkobadapatmengakibatkangangguankesehatan, baik secara fisik, mental, maupun sosial. Hal ini dapat menimbulkan kerusakan pada tubuh, gangguan persepsi daya fikir karena sistem limbic terganggu hingga dapat mengubah perilaku, serta memerlukan terapi dan rehabilitasi bagi pengguna narkoba [9].

Kasus penyalah gunaan narkoba setiap tahunnya terus meningkat. Laporan data Badan Narkotika Nasional (BNN) pada tahun 2015 penyalahgunaan narkoba sebanyak 2,2% atau sekitar 4,1 juta jiwa dan pada tahun 2016 sebanyak 2,21% atau sekitar 4,2 juta jiwa. Efek meningkatnya kasus penyalahgunaan narkoba tersebut, menyebabkan setiap 25 menit ada 1 korban jiwa meninggal dunia. Diprediksi pada tahun 2019 kasus penyalahgunaan narkoba sebanyak 2,26% atau sekitar 4,4 juta jiwa [2,3,5].

Pemerintah telah melakukan berbagai upaya dan daya untuk mencegah dan mengurangi penyalahgunaan narkoba di masyarakat serta memberantas peredaran gelap narkoba agar jumlahnya tidak terus bertambah. Upaya tersebut diantaranya melakukan penyuluhan atau penerangan akan bahaya penyalahgunaan narkoba kepada masyarakatdanke sekolah-sekolah. Pemerintah juga membentuk lembaga khusus anti narkoba yang telah didirikan di setiap provinsi dan kota/kabupaten yaitu BNNP (Badan narkotika nasional provinsi) dan BNNK (Badan Narkotika Nasional Kota/Kabupaten) yang ada di Indonesia [1].

Upaya selanjutnya yang dilakukan pemerintah ialah dengan menyediakan balai pengobatan yaitu program rehabilitasi dan bahkan menerapkan hukuman untuk penyalahguna narkoba. Program rehabilitasi bertujuan untuk memulihkan penyalahguna dari ketergantungan narkoba agar kembali beraktifitas normal seperti sediakala. Menurut Iskandar [2,3], masa menjalani rehabilitasi diperhitungkan sebagai masa menjalani hukuman. Hukuman lainnya yang diterapkan pemerintah kepada penyalahgunan narkoba ialah berupa hukuman denda, hukuman penjara, dan hukuman mati. Penerapan hukuman bertujuan untuk membuat efek jera kepada yang telah memakai narkoba agar tidak memakai narkoba kembali dan kepada yang belum memakai narkoba agar tidak tertarik untuk mencobanya. Menurut Yusuf [9], beratnya hukuman tersebut dilakukan berdasarkan pada golongan, jenis, ukuran, dan jumlah narkoba.

Ternyata, tindakan dari upaya tersebut belum cukup efektif untuk menanggulangi pertambahan jumlah pemakai narkoba yang terus meningkat. Oleh karena itu, perlu adanya perhatian yang lebih dari pemerintah dan masyarakat untuk mengatasi permasalahan narkoba ini. Untuk mengatasi lonjakan jumlah pemakai narkoba dapat dirumuskan dalam strategi model matematika. Model matematika tersebut digunakan agar jumlah pemakai narkoba dapat dihitung dan dikontrol.

Beberapa penelitian terkait dengan pembahasan ini yaituYuliza, dkk, [8] dalam jurnalnya yang berjudul "*Model Matematika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Program Rehabilitasi*". Kemudian Sriningsih [7] dalam jurnalnya yang berjudul "*Pengaruh Hukuman Mati terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia*". Selanjutnya jurnal sejenis yang membahas efek hukuman adalah pada jurnal Jami, dkk [4]) dengan judul "*Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda*". Berdasarkan uraian dan rujukan dari ketiga jurnal [4,7,9] penulis tertarik untuk menggabungkan efek pengaruh adanya hukuman yang diterapkan dan program rehabilitasi pada pengguanaan narkoba. Model yang dibuat diharapkan dapat mendeteksi pengaruh penerapan hukuman dan program rehabilitasi untuk pencegahan penyalahgunaan narkoba.

Metode Penelitian

Bahan penlitian pada paper ini adalah jurnal-jurnal dari penulis sebelumnya sebagaimana telah diuraikan pada bagian pertama. Sedangkan metodologi pada penelitian ini dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Pembentukan model
2. Menentukan titik tetap model
3. Menguji kestabilan titik tetap model
4. Simulasi model

Hasil dan Pembahasan

Populasi pada model ini dibagi menjadi empat kelompok yaitu kelompok individu rentan untuk memakai narkoba (X), kelompok individu pemakai narkoba (Y), kelompok individu yang direhabilitasi (B) dan kelompok individu yang berhenti memakai narkoba (Z).

1. Pembentukan Model Matematika Pengaruh Program Rehabilitasi dan Penerapan Hukuman terhadap Jumlah Pemakai Narkoba

Pembentukan model matematika pada penelitian ini membutuhkan beberapa asumsi yang berkaitan dengan model yang digunakan. Adapun asumsi-asumsi yang akan digunakan pada model ini yaitu sebagai berikut:

a. Populasi bersifat tertutup, yaitu dalam populasi tidak terjadi proses migrasi.
b. Jumlah populasi konstan yaitu jumlah pertambahan populasi sama dengan jumlah kematian.
c. Individu yang berusia 6 tahun masuk ke kelompok rentan dengan laju recruitment sebesar δ.
d. Laju kematian alami pada masing-masing populasi sebesar μ.

e. Laju rata-rata banyaknya kontak tiap satuan waktu dengan efek penerapan hukuman sebesar $c\frac{X}{N}Y(1-h)$, dengan c menyatakan rata-rata banyaknya kontak tiap satuan waktu dan h menyatakan efek penerapan hukuman.

f. Laju kematian yang disebabkan oleh narkoba sebesar m.

g. Laju individu pemakai narkoba menjadi individu yang berhenti memakai narkoba dengan efek penerapan hukuman sebesar $\beta(1+h)Y$, dengan β menyatakan individu pemakai narkoba menjadi individu yang berhenti memakai narkoba.

h. Laju individu pemakai narkoba menjadi individu yang direhabilitasi sebesar τ.

i. Laju individu yang direhabilitasi menjadi individu yang berhenti memakai narkoba sebesar σ.

j. Laju individu yang berhenti memakai narkoba menjadi individu rentan untuk memakai narkoba kembali sebesar γ.

Berikut diberikan Sistem persamaan diferensial (1.a)-(1.d) untuk model matematika pengaruh program rehabilitasi dan penerapan hukuman terhadap jumlah pemakai narkoba :

$$\frac{dX}{dt} = -c\frac{X}{N}Y(1-h) - \mu X + \gamma Z + \delta N, \tag{1.a}$$

$$\frac{dY}{dt} = c\frac{X}{N}Y(1-h) - (\beta(1+h) + \mu + m + \tau)Y, \tag{1.b}$$

$$\frac{dB}{dt} = \tau Y - (\mu + m + \sigma)B, \tag{1.c}$$

$$\frac{dZ}{dt} = \beta Y(1+h) + \sigma B - (\mu + m + \gamma)Z, \tag{1.d}$$

dengan $X + Y + B + Z = N$ merupakanjumlahpopulasikeseluruhan.

Sistem persamaan diferensial (1.a)-(1.d) menyatakan model matematika pengaruh program rehabilitasi dan penerapan hukuman terhadap jumlah pemakai narkoba. Model (1.a)-(1.d) mempunyai solusi (X, Y, B, Z) sebagai himpunan:

$$\Phi = \{(X,Y,B,Z) \mid X \geq 0, Y \geq 0, B \geq 0, Z \geq 0, X + Y + B + Z = N\}.$$

Untukmenyederhanakan model (1.a)-(1.d) dimisalkan:

$$D_1 = \beta(1+h) + \mu + m + \tau,$$
$$D_2 = \mu + m + \sigma,$$
$$D_3 = \mu + m + \gamma,$$

Maka Model (1.a)-(1.d) dapat ditulis kembali sebagai berikut :

$$\frac{dX}{dt} = -c\frac{X}{N}Y(1-h) - \mu X + \gamma Z + \delta N, \tag{2.a}$$

$$\frac{dY}{dt} = c\frac{X}{N}Y(1-h) - D_1 Y, \tag{2.b}$$

$$\frac{dB}{dt} = \tau Y - D_2 B, \tag{2.c}$$

$$\frac{dZ}{dt} = \beta Y(1+h) + \sigma B - D_3 Z. \tag{2.d}$$

2. Titik Tetap Pemakai Narkoba

Titik tetap dari model (2.a)-(2.d) dapat dicari dengan menjadikan ruas kanan masing-masing Persamaan (2.a)-(2.d) sama dengan nol yaitu $\frac{dX}{dt} = 0, \frac{dY}{dt} = 0, \frac{dB}{dt} = 0,$ dan $\frac{dZ}{dt} = 0.$ Titik tetap yang akan dicari pada model ini yaitu titik tetap tak endemik dan endemik pemakai narkoba.

Titik Tetap Tak Endemik Pemakai Narkoba

Dari analisis model diperoleh penyelesaian untuk titik tetap tak endemik pemakai narkoba (P^0) dengan $Y^0 = 0$ adalah :

$$P^0 = (N,0,0,0)$$

dengan :
$X^0 = N$, $Y^0 = 0$, $B^0 = 0$, dan $Z^0 = 0$.

Titik Endemik Pemakai Narkoba

Dari analisis model diperoleh penyelesaian untuk titik tetap endemic pemakai narkoba (P^1) dengan $Y^1 \neq 0$ adalah :

$$P^1 = \begin{pmatrix} \dfrac{ND_1}{c(1-h)}, \dfrac{D_2D_3N(D_1\mu - \delta c(1-h))}{c(1-h)(\gamma D_2\beta(1+h) + \gamma\sigma\tau - D_1D_2D_3)}, \\ \dfrac{\tau D_3N(D_1\mu - \delta c(1-h))}{c(1-h)(\gamma D_2\beta(1+h) + \gamma\sigma\tau - D_1D_2D_3)}, \\ \dfrac{(D_2\beta(1+h) + \sigma\tau)(N(D_1\mu - \delta c(1-h)))}{c(1-h)(\gamma D_2\beta(1+h) + \gamma\sigma\tau - D_1D_2D_3)} \end{pmatrix},$$

dengan :

$$X^1 = \frac{ND_1}{c(1-h)},$$
$$Y^1 = \frac{D_2D_3N(D_1\mu - \delta c(1-h))}{c(1-h)(\gamma D_2\beta(1+h) + \gamma\sigma\tau - D_1D_2D_3)},$$
$$B^1 = \frac{\tau D_3N(D_1\mu - \delta c(1-h))}{c(1-h)(\gamma D_2\beta(1+h) + \gamma\sigma\tau - D_1D_2D_3)},$$
$$Z^1 = \frac{(D_2\beta(1+h) + \sigma\tau)(N(D_1\mu - \delta c(1-h)))}{c(1-h)(\gamma D_2\beta(1+h) + \gamma\sigma\tau - D_1D_2D_3)}.$$

3. Analisis Kestabilan Titik Tetap

Untuk mengetahui apakah setelah waktu yang lama jumlah individu pemakai narkoba tersebut tetap ada, maka digunakan uji kestabilan titik tetap. Parameter yang biasa digunakan untuk menguji kestabilan tersebut adalah Bilangan Reproduksi Dasar dan dinotasikan dengan R_0. Dari model (2.a)-(2.d) yang menyebabkan terjadinya penyebaran pemakai narkoba ialah :

$$\frac{dY}{dt} = c\frac{X}{N}Y(1-h) - D_1Y$$

Pemakai narkoba selalu ada jika :

$$\frac{dY}{dt} > 0$$

Diketahui bahwa pada keadaan tidak endemic narkoba $X = N$ maka diperoleh :

$$c(1-h)\frac{X}{N}Y - D_1Y > 0$$
$$c(1-h) > D_1$$

Karena $c(1-h) > D_1$ maka dapat didefinisikan Bilangan Reproduksi Dasar R_0 sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{c(1-h)}{D_1}.$$

Kestabilan titik tetap model (2.a)-(2.d) dilakukan dengan mencari hasil pelinieran menggunakan Matriks Jacobian. Berikut adalah matrks Jacobian yangtelah diperoleh dari hasil pelinieran pada model (2.a)-(2.d) :

$$Jf(X,Y,B,Z)=\begin{bmatrix} -c\dfrac{Y}{N}(1-h)-\mu & -c\dfrac{X}{N}(1-h) & 0 & \gamma \\ c\dfrac{Y}{N}(1-h) & c\dfrac{X}{N}(1-h)-D_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & -D_2 & 0 \\ 0 & \beta(1+h) & \sigma & -D_3 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Kestabilan Titik Tetap Tak Endemik Pemakai Narkoba

Teorema 1. Jika $R_0<1$ maka titik tetap tak endemik pemakai narkoba stabil asimtotik.

Bukti:

Kestabilan titik tetap tak endemik pemakai narkoba dapat diselidiki dengan cara mensubstitusikan titik tetap tak endemik pemakai narkoba $P^0=(X^0,Y^0,B^0,Z^0)$ ke dalam Matriks Jacobian (3), sehingga didapat Matriks Jacobian tak endemik pemakai narkoba sebagai berikut :

$$J(P^0)=\begin{bmatrix} -\mu & -c(1-h) & 0 & \gamma \\ 0 & c(1-h)-D_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & -D_2 & 0 \\ 0 & \beta(1+h) & \sigma & -D_3 \end{bmatrix}$$

maka:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\mu, \\ \lambda_2 &= c(1-h)-D_1, \\ \lambda_3 &= -D_2, \\ \lambda_4 &= -D_3. \end{aligned}$$

Diketahui bahwa nilai eigen λ_1, λ_3, dan $\lambda_4$adalah bagian *real* negatif $\operatorname{Re}\lambda_{1,3,4}<0$. Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\lambda_2=c(1-h)-D_1<0$ jika dan hanya jika :

$$\begin{aligned} c(1-h)-D_1 &< 0 \\ c(1-h) &< D_1 \\ \frac{c(1-h)}{D_1} &< 1 \end{aligned}$$

Diketahui bahwa $\frac{c(1-h)}{D_1}=R_0<1$ maka didapat $\lambda_2<0$. Karena nilai eigen $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ dan λ_4 memiliki bagian *real* negatif $\operatorname{Re}(\lambda_{1,2,3,4})<0$, maka terbukti bahwa titik tetap P^0 stabil asimtotik. Berdasarkan Teorema dapat disimpulkan bahwa dalam jangka waktu yang cukup lama dalam populasi tidak terjadi endemik pemakai narkoba atau dalam populasi tidak ada yang memakai narkoba.

Kestabilan Titik Tetap Endemik Pemakai Narkoba

Kestabilan titik tetap endemik pemakai narkoba dapat diselidiki dengan cara mensubstitusikan titik tetap endemik pemakai narkoba $P^1=\left(X^1,Y^1,B^1,Z^1\right)$ ke dalam Matriks Jacobian (3), sehingga diperoleh matriks jacobian endemik pemakai narkoba sebagai berikut :

$$J(P^1)=\begin{bmatrix} -\dfrac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}-\mu & -D_1 & 0 & \gamma \\ \dfrac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & -D_2 & 0 \\ 0 & \beta(1+h) & \sigma & -D_3 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan *Software Maple 13* didapat persamaan karakteristiknya sebagai berikut :

$$\lambda^4+a_1\lambda^3+a_2\lambda^2+a_3\lambda+a_4=0 \qquad (4)$$

Misalkan :

$$a_1=\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu+D_2+D_3$$

$$a_2=\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu\right)D_2+\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu\right)D_3+D_2D_3$$
$$+\frac{D_1^2D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}$$

$$a_3=\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu\right)D_2D_3-\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)\gamma\beta(1+h)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\frac{D_1^2D_2D_3^2(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}$$
$$+\frac{D_1^2D_2^2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}$$

$$a_4=\frac{D_1D_2D_3(-\mu+\delta R_0)(\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}$$
$$=D_1D_2D_3(-\mu+\delta R_0)$$

Untuk mencari akar-akar karakteristik (nilai eigen) dari Persamaan (4) digunakan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz. Berdasarkan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz, titik tetap endemik pemakai narkoba akan stabil asimtotik untuk $n=4$ jika dan hanya jika semua nilai eigen memiliki bagian real negatif. Hal ini terjadi apabila Persamaan (4) memenuhi syarat $a_1>0$ $a_3>0$ $a_4>0$ dan $a_1a_2a_3>a_3^2+a_1^2a_4$.Untuk:

$$a_1=\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu+D_2+D_3$$

$\mu+D_2+D_3>0$ karena semua parameter bernilai positif.

$\dfrac{D_1D_2D_3\mu(1-R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}>0\Leftrightarrow R_0>1$ dan $\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3<0$.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa $a_1>0$ jika $R_0>1$ dan $\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau<D_1D_2D_3$.

Nilai $a_3>0$ dipenuhi :

a. $\mu D_2D_3>0$, karena semua parameter bernilai positif.

b. $D_2D_3-\gamma\beta(1+h)>0\Leftrightarrow D_2D_3>\gamma\beta(1+h)$.

c. $\dfrac{D_1^2D_2D_3^2(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}>0$, karena $R_0>1$ dan $\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3<0$.

d. $\dfrac{D_1^2D_2^2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}>0$, karena $R_0>1$ dan $\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3<0$.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa $a_3>0$ jika $R_0>1$, $\mu D_2D_3>0$, $D_2D_3-\gamma\beta(1+h)>0$, $\dfrac{D_1^2D_2D_3^2(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}>0$, $\dfrac{D_1^2D_2^2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}>0$, dan $\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3<0$.

$$a_4=D_1D_2D_3(-\mu+\delta R_0)$$

Oleh karena $D_1D_2D_3(-\mu+\delta R_0)>0$ maka terbukti bahwa $a_4>0$ jika $R_0>1$.Sementaraitu $a_1a_2a_3>a_3^2+a_1^2a_4$ jikadanhanyajika :

$$\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu+D_2+D_3\right)\left(\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu\right)D_2\right.$$
$$+\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu\right)D_3+D_2D_3+\frac{D_1^2D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}$$
$$\left.+\frac{D_1^2D_2D_3^2(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\frac{D_1^2D_2^2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}\right)>$$
$$\left(\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu\right)D_2D_3-\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)\gamma\beta(1+h)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}\right.$$
$$\left.+\frac{D_1^2D_2D_3^2(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\frac{D_1^2D_2^2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}\right)^2+$$
$$\left(\frac{D_1D_2D_3(\mu-\delta R_0)}{\gamma D_2\beta(1+h)+\gamma\sigma\tau-D_1D_2D_3}+\mu+D_2+D_3\right)^2(D_1D_2D_3(-\mu+\delta R_0)).$$

Karena syarat untuk $n=4$ yaitu $a_1>0$ $a_3>0$ $a_4>0$ dan $a_1a_2a_3>a_3^2+a_1^2a_4$ telah terpenuhi, maka terbukti bahwa semua nilai eigen memiliki bagian real negatif dan titik tetap P^1 stabil asimtotik. Jadi, dapat disimpulkan bahwa dalam jangka waktu yang cukup lama di dalam populasi selalu terjadi endemik pemakai narkoba atau selalu terdapat individu yang memakai narkoba.

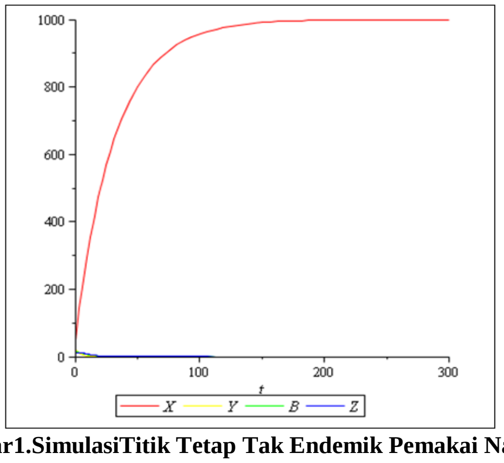
4. Simulasi

Simulasi Titik Tetap Tak Endemik Narkoba

Untukmembuatsimulasi titik tetap tak endemik pemakai narkobamaka digunakan nilai parameter padaTabel 1.Sedangkanhasilsimulasinyadapatdilihat di Gambar 1.

Parameter	Nilai	Sumber
δ	0.031	Asumsi
c	0.025	F. Y. Jami, dkk (2013)
μ	0.031	F. Y. Jami, dkk (2013)
m	0.067	Asumsi
β	0.091	Asumsi
τ	0.045	Asumsi
σ	0.025	Asumsi
γ	0.051	F. Y. Jami, dkk (2013)
h	0.25	F. Y. Jami, dkk (2013)
N	1000	F. Y. Jami, dkk (2013)

Tabel 1. Parameter Titik Tetap Tak Endemik



Gambar1.SimulasiTitik Tetap Tak Endemik Pemakai Narkoba

Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa jumlah populasi kelompok rentan mengalami peningkatan karena adanya individu baru yang berumur lebih dari atau sama dengan 6 tahun masuk ke dalam populasi kelompok rentan. Sementara itu jumlah populasi pada kelompok pemakai mengalami penurunan menuju nol yang disebabkan karena efek hukuman yang berhasil diterapkan pada individu pemakai sehingga menyebabkan individu pemakai menjadi berhenti memakai, adanya kematian alami dan kematian yang disebabkan oleh narkoba, serta adanya laju individu pemakai yang mendapatkan rehabilitasi.

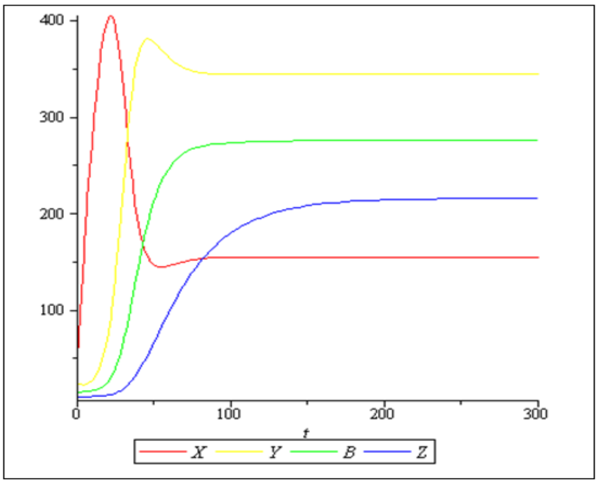
Selanjutnya jumlah populasi kelompok yang direhabilitasi terus menurun menuju angka nol dikarenakan adanya kematian alami dan kematian yang disebabkan oleh narkoba serta adanya laju kesembuhan dari rehabilitasi sehingga individu yang direhabilitasi menjadi berhenti memakai. Begitu juga pada populasi kelompok yang berhenti mengalami penurunan menuju nol disebabkan karena adanya kematian secara alami dan kematian yang disebabkan oleh narkoba serta adanya laju individu yang berhenti menjadi rentan kembali. Hal ini berarti dalam waktu tertentu individu yang memakai semakin sedikit dan berangsur-angsur hilang dalam populasi karena populasi berada dalam kondisi tak endemik pemakai narkoba.

Simulasi Titik Tetap Endemik Narkoba

Untukmembuatsimulasi titik tetap endemik pemakai narkobamakadigunakan nilai parameter padaTabel 2.Sedangkanhasilsimulasinyadapatdilihat di Gambar 2.

Parameter	Nilai	Sumber
δ	0.031	Asumsi
c	0.50	Asumsi
μ	0.031	F. Y. Jami, dkk (2013)
m	0.0003	Asumsi
β	0.00021	Asumsi
τ	0.045	Asumsi
σ	0.025	Asumsi
γ	0.001	Asumsi
h	0.01	Asumsi
N	1000	F. Y. Jami, dkk (2013)

Tabel 2. Parameter Titik Tetap Endemik



Gambar2.SimulasiTitik Tetap Endemik Pemakai Narkoba

Berdasarkan Gambar 2, jumlah populasi kelompok rentan mengalami peningkatan karena adanya penambahan dari individu yang telah berumur ≥ 6 tahun dan adanya laju individu yang berhenti menjadi rentan kembali, masuk kedalam kelompok populasi rentan. Selain itu, jumlah kelompok populasi rentan mengalami penurunan dikarenakan adanya kematian secara alami dan adanya kontak antara individu rentan dengan pemakai serta dengan adanya hukuman yang diterapkan sehingga individu rentan menjadi individu pemakai.

Sementara itu, jumlah kelompok populasi pemakai mengalami peningkatan karena adanya individu rentan yang telah menjadi pemakai. Setelah itu mengalami penurunan disebabkan oleh kematian secara alami dan kematian yang disebabkan oleh narkoba, adanya individu pemakai yang mendapatkan rehabilitasi serta juga dengan adanya hukuman yang diterapkan sehingga individu pemakai memilih untuk berhenti memakai.

Selanjutnya untuk jumlah kelompok populasi yang direhabilitasi mengalami peningkatan karena adanya laju individu pemakai yang mendapatkan rehabilitasi sehingga mengakibatkan jumlah kelompok populasi yang berhenti memakai juga akan mengalami peningkatan, ini disebabkan karena laju keberhasilan sembuh setelah direhabilitasi sehingga individu yang direhablitasi menjadi individu yang berhenti memakai. Hal ini menunjukkan individu pemakai tidak akan pernah hilang atau dengan kata lain individu pemakai akan selalu ada dalam populasi karena populasi berada dalam kondisi endemik pemakai narkoba.

Kesimpulan

Model matematika penerapan program rehabilitasi dan penerapan denda pada kasus narkoba memiliki 2 titik tetap yaitu titik tetap tak endemic dan titik tetap endemik. Masing-masing kestabilan titik tetap ditentukan oleh besarnya *Ro*. Jumlah pemakai narkoba akan dipengaruhi terutama oleh besarnya hukuman, sedangkan denda tidak begitu signifikan mengurangi pemakai narkoba.

Daftar Pustaka

[1] Amdinat, S. “*Upaya Pencegahan Narkoba Terhadap Anak Didik*”. Pekanbaru: Unri Press. 2005.

[2] Iskandar, A. “*Jalan Lurus Penanganan Penyalah Guna Narkotika Dalam Konstruksi Hukum Positif*”. Karawang: Tanpas Communications. 2015.

[3] Iskandar, A. Survey Nasional Perkembangan Penyalahguna Narkoba Tahun Anggaran 2014. Jakarta: Badan Narkotika Nasional Republik Indonesia (BNN RI), halaman 16-17. 2015.

[4] Jami, dkk. “Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda”. *Student of Mathematics Departement State University of Padang, Indonesia*. *UNP Journal of Mathematics*.Vol.2, No.1, halaman 15-19. 2013.

[5] Parama, Satya, D.M., “Ada 1 Orang MatiSetiap 25 Menit di Indonesia, IniFakta Data BNN.http://bali.tribunnews.com/2016/06/26/ada-1-orang-mati-setiap-25-menit-di-indonesia-ini-fakta-data-bnn. 2016.[diaksespadatanggal 12 Mei 2017].

[6] Perko, L. *“Differential Equation and Dynamical System”*. Departement of Mathematics Northem Arizona University Flagstaf, USA. 2001.

[7] Sriningsih, R. “Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia”.*Jurusan Matematika, Universitas Negeri Padang, Padang, Indonesia*. Vol.1, No.2, halaman 44-51.*LEMMA*.2016.

[8] Yuliza, E., Rosha, M., dan Sriningsih, R. “Model Matematika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Program Rehabilitasi”.*Mathematics Departement State University of Padang*. *UNP Journal of Mathematics*.Vol.1. 2014.

[9] Yusuf, A. “*Katakan Tidak pada Narkoba*”. Bandung: Simbiosa Rekatama Media.2010.