Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 4, No. 1, Januari 2018
ISSN 2460-4542

Penerapan *Fuzzy Linear Programming* Pada Optimasi Pembangunan Rumah Susun (Rusun) Di Kawasan Pondok Cina Provinsi Jawa Barat

Rahmawati
Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email1: rahmawati@uin-suska.ac.id
Email2: rahmawati.math12@gmail.com

ABSTRAK

Fuzzy linear programming merupakan salah satu model yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan persoalan optimasi. Penelitian ini membahas masalah optimisasi pembangunan rumah susun (rusun) di kawasan stasiun *Transit Oriented Development* (TOD) Pondok Cina, Depok, Jawa Barat. Perum Perumnas ditunjuk Pemerintah Indonesia sebagai pengembang pembangunan sekaligus pengelola rusun dengan mengeluarkan dana investasi sebesar Rp 1,45 triliun untuk membangun 3 tipe rusunami yaitu tipe studio 18-21 m^2, tipe 30-32 m^2 dan tipe 40-44 m^2 di kawasan tersebut. Tujuan dari penelitian ini untuk mendapatkan jumlah optimal dari setiap tipe rumah susun yang akan dibangun dan menghitung keuntungan yang diperoleh sesuai dengan batasan-batasan yang tersedia. Berdasarkan hasil penelitian menggunakan *fuzzy linear programming*, diperkirakan Perum Perumnas akan memperoleh keuntungan maksimum sekitar 8,96 triliun dengan membangun tipe studio 21 sebanyak 304 unit, tipe 30 sebanyak 454 unit, dan tipe 40 sebanyak 154 unit. Hasil ini lebih optimal dibandingkan dengan model linear programming klasik.

Kata Kunci: Optimasi, *linear programming*, logika *fuzzy*, *fuzzy linear programming*, dan rumah susun.

ABSTRACT

Fuzzy linear programming is one of the models often used to solve problem related with optimization problem. This research will discuss the optimization problem of the development of flats in the Pondok Cina TOD area, Depok, West Java. Perum Perumnas was appointed by the Indonesian government as a developer and organizer of the flats by issuing an investment funding about Rp 1,45 trillion to build three types of rusunami, namely studio type 18-21 m^2, type 30-32 m^2, and type 40-44 m^2. The purpose of this research is to obtain the optimum number of each type of the built flats and calculate the profit according to the available limitations. Based in this research by using fuzzy linear programming, it is estimated Perum Perumnas will get maxmimum profit about 8,96 trillion by developing 304 units of studio type 21, 454 units of type 30, and 154 units of type 40. This result is more optimal compared to the classic linear programming.

Keywords: *Optimization, linear programming, fuzzy logic, fuzzy linear programming, and flat.*

Pendahuluan

Salah satu kebutuhan pokok manusia adalah rumah. Pada kenyataannya kebutuhan rumah itu sangat penting, namun tidak sedikit pula masyarakat Indonesia yang tidak dapat memenuhi kebutuhan rumah tersebut. Banyak masyarakat yang tidak dapat memperoleh tempat pemukiman yang layak dengan segala fasilitas yang memadai. Hal ini disebabkan karena sebagian besar masyarakat Indonesia masih memiliki tingkat ekonomi menengah ke bawah. Fenomena seperti ini banyak dijumpai di kota-kota besar di Indonesia, seperti halnya di Jakarta, Depok, Bandung, dan lain sebagainya. Masih banyak masyarakat yang tinggal di kolong-kolong jembatan ataupun yang tinggal di rumah-rumah kardus. Hal ini disebabkan karena harga perumahan yang juga sangat mahal yang tidak mungkin dapat dijangkau. Pemerintah menyadari bahwa hal ini juga menjadi masalah yang perlu diselesaikan demi terwujudnya kesejahteraan masyarakat Indonesia. Oleh sebab itu, pemerintah mengeluarkan sebuah kebijakan tentang perumahan dan pemukiman yang layak dan terjangkau yang termuat di dalam UU No. 1 Tahun 2011 [3]. Dalam UU ini didefinisikan bahwa rumah adalah bangunan gedung yang berfungsi sebagai tempat tinggal yang layak huni, sarana pembinaan keluarga, cerminan harkat dan martabat penghuninya, serta aset bagi pemiliknya. Berdasarkan kebutuhannya, rumah di dalam UU ini dibagi dalam beberapa kategori diantaranya rumah komersial, rumah swadaya, rumah umum, rumah khusus dan rumah negara. Salah satu hunian yang termasuk kategori rumah komersial dan rumah umum adalah rumah susun.

Kebijakan pemerintah yang mengatur tentang rumah susun (rusun) termuat di dalam UU No. 20 Tahun 2011 [12]. Menurut UU ini, rumah susun adalah bangunan gedung bertingkat yang dibangun dalam suatu lingkungan yang terbagi dalam bagian-bagian yang distrukturkan secara fungsional, baik dalam arah horizontal maupun vertikal dan merupakan satuan-satuan yang masing-masing dapat dimiliki dan digunakan secara terpisah, terutama untuk tempat hunian yang dilengkapi dengan bagian bersama, benda bersama, dan tanah bersama.

Menurut Fricylia [2], rusun merupakan kategori rumah resmi pemerintah Indonesia untuk tipe hunian bertingkat seperti apartemen, kondominium, dan *flat*. Tujuan pembangunan rusun ini untuk menjadi solusi kebutuhan hunian masyarakat dan mengurangi kawasan kumuh yang padat penduduk di kota-kota besar di Indonesia. Ada beberapa jenis rusun diantaranya rusun khusus, rusun negara, dan rusun umum. Rusun umum merupakan jenis rusun yang diperuntukkan bagi masyarakat yang berpenghasilan menengah ke bawah. Rusun umum ini terbagi atas kategori rumah susun sederhana sewa (rusunawa) dan rumah susun sederhana milik (rusunami). Kebijakan tentang rusunawa diatur dalam Peraturan Menteri Negara Perumahan Rakyat No.14 Tahun 2007 [6] dan mengenai rusunami diatur di dalam Peraturan Menteri Negara Perumahan Rakyat No.15 Tahun 2007 [7]. Lebih lanjut, dalam penelitian ini akan dibahas mengenai optimasi pembangunan rumah susun kategori rusunami yang bertujuan untuk mendapatkan jumlah optimal dari setiap tipe rusunami yang akan dibangun serta keuntungan yang sesuai dengan batasan-batasan yang tersedia menggunakan pemodelan optimasi. Oleh karena tingkat kebutuhan (permintaan) rusunami bersifat relatif, maka peneliti tertarik untuk memadukan *fuzzy logic* yang diperkenalkan Zadeh [13] dengan *linear programming*, sehingga dalam penelitian ini akan dibahas mengenai optimasi pembangunan rusun menggunakan *fuzzy linear programming*. Sebelumnya, beberapa penelitian yang membahas tentang optimasi pembangunan hunian seperti halnya rumah telah dibahas oleh H. Natalia, dkk [5] dan Sudarsana [11] dengan menggunakan metode simpleks. Di lain pihak, penerapan *fuzzy linear programming* untuk kasus yang berbeda juga telah dibahas oleh Purba [8].

Bahan dan Metode Penelitian

2.1. Persoalan Optimasi dan *Linear Programming*

Optimasi merupakan bidang matematika terapan yang mempelajari masalah-masalah yang bertujuan mencari nilai minimum atau maksimum suatu fungsi dengan memenuhi kendala-kendala yang ada. Menurut Richard., J [9], masalah optimasi adalah masalah memaksimumkan atau me-minimumkan sebuah besaran tertentu yang disebut tujuan objektif (*objektive*) yang bergantung pada sejumlah berhingga variabel masukan (*input variables*). Variabel-variabel ini dapat tidak saling bergantung, atau saling bergantung melalui satu atau lebih kendala (*constrains*). Persoalan optimasi merupakan persoalan mencari nilai numerik terbesar (maksimasi) atau nilai numerik terkecil (minimasi) yang mungkin dari sebuah fungsi dari sejumlah variabel tertentu.

Linear Programming adalah suatu teknik penyelesaian optimal atas suatu masalah pengambilan keputusan dengan cara menentukan terlebih dahulu fungsi tujuan dan kendala-kendala yang ada ke dalam model matematika persamaan linear. Dalam penelitian ini, *linear programming* ini disebut sebagai *linear programming* klasik/biasa. Secara umum masalah *linear programming* yang dijelaskan oleh Ferguson [1] dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{max/min } z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{1}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \text{atau} \geq b_j$$
$$x_{ij} \geq 0;\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n. \tag{2}$$

Keterangan :

c_j : menyatakan koefisien harga variabel pengambilan keputusan dalam fungsi tujuan, atau parameter yang dijadikan kriteria optimasi;

x_j : menyatakan variabel pengambilan keputusan yang harus dicari atau variabel aktivitas (keluaran atau *output*);

a_{ij} : menyatakan konstanta variabel aktivitas ke-*j* dalam pembatasan ke-*i*;

b_j : menyatakan sumber daya yang terbatas atau konstanta (nilai sebelah kanan) dari pembatas ke-*i*, yaitu membatasi aktivitas berkaitan dengan usaha mengoptimalkan fungsi tujuan, b_i juga disebut sebagai masukan (*input*);

z : menyatakan nilai skalar yang berkaitan dengan kriteria pengambilan keputusan fungsi tujuan.

Persamaan (1) dan (2) dapat dibuat dalam bentuk kanonik matriks

$$\max/\min \quad f = c^T x \tag{3}$$

dengan kendala

$$Ax(\leq, =, \geq) b$$
$$x \geq 0 \tag{4}$$

dengan vektor baris $c = (c_1, c_2, \ldots, c_n)^T$, vektor kolom $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$, vektor kolom $b = (b_1, b_2, \ldots, b_n)^T$, dan $A = [a_{ij}]$ matriks berukuran $m x n$, $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$.

2.2. *Fuzzy Linear Programming*

Fuzzy linear programming (FLP) adalah program linear yang dinyatakan dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang memiliki parameter *fuzzy* dan ketidaksamaan *fuzzy*. Tujuan dari program linear *fuzzy* adalah mencari solusi yang dapat diterima berdasarkan kriteria yang dinyatakan dalam fungsi objektif dan kendala. Solusi tersebut berbentuk himpunan *fuzzy* yang memiliki derajat kebenaran tertentu pada selang [0,1]. FLP merupakan salah satu aplikasi dari teori himpunan *fuzzy* dalam pembuat keputusan yang pertama kali dikenalkan oleh Zimmerman [14]. FLP adalah upaya pencarian nilai *z* yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimalkan sedemikian sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*.

Bentuk kanonik sistem persamaan (3) dan (4) dapat diubah dalam bentuk kanonik *fuzzy linear programming* dengan menentukan nilai *x* sedemikian hingga :
untuk kasus maksimasi

$$c^T x \tilde{\geq} z$$
$$Ax \tilde{\leq} b \tag{5}$$
$$x \geq 0.$$

Sedangkan untuk kasus minimasi :

$$
\begin{aligned}
c^T x &\tilde{\le} z \\
Ax &\tilde{\ge} b \\
x &\ge 0.
\end{aligned} \tag{6}
$$

Pada persamaan (5) dan (6), terdapat simbol "$\tilde{\le}$" merupakan bentuk *fuzzy* dari "$\le$" yang menginter pretasikan nilai "kurang dari atau sama dengan". Begitu pula halnya dengan simbol "$\tilde{\ge}$" merupakan bentuk *fuzzy* dari "$\ge$" yang menginterpretasikan nilai "lebih dari atau sama dengan". Selanjutnya, persamaan (5) dan (6) dapat ditulis dalam bentuk

$$
\begin{aligned}
Bx &\le d \\
x &\ge 0
\end{aligned} \tag{7}
$$

dengan $B = (-c,\ A)^T$; $d = (-z,\ b)^T$ untuk kasus maksimasi dan $B = (c, -A)^T$; $d = (z,\ -b)^T$ untuk kasus minimasi.

Setiap baris pada batasan (kendala) ke-*i* dengan $i = 1, 2, \dots, m$, harus direpresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy* yang mempunyai fungsi keanggotaaan pada himpunan ke-*i* yaitu $\mu_i(B_i x)$. Fungsi keanggotaan untuk keputusan himpunan *fuzzy* dinyatakan sebagai

$$\mu_m(Bx^*) = \min_i \{\mu_i(B_i x)\}. \tag{8}$$

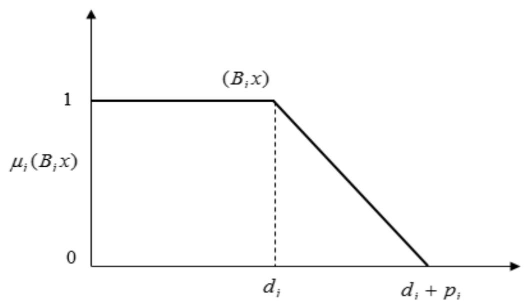
Dalam *fuzzy linear programming* ini, solusi terbaik yang diharapkan yaitu solusi yang mempunyai nilai keanggotaan terbesar, sehingga solusi pada persamaan (8) yang sebenarnya dinyatakan sebagai

$$\max_{x \ge 0} \mu_m(Bx^*) = \max_{x \ge 0} \min_i \{\mu_i(B_i x)\}. \tag{9}$$

Dari persamaan (9), diketahui bahwa $\mu_i(B_i x) = 0$ jika batasan ke-*i* benar-benar dilanggar. Sebaliknya, $\mu_i(B_i x) = 1$ jika batasan ke-*i* benar-benar dipatuhi. Nilai $\mu_i(B_i x)$ akan naik secara monoton pada selang $[0,1]$ dengan fungsi keanggotaan yaitu :

$$
\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } B_i x \le d_i \\ \in [0,1], & \text{jika } d_i < B_i x \le d_i + p_i \\ 0, & \text{jika } B_i x > d_i + p_i\,. \end{cases} \tag{10}
$$

Secara grafik, fungsi keanggotaan untuk persamaan (10) digambarkan pada Gambar 1 berikut



Gambar 1. Fungsi keanggotaan.

Dengan sisi lain, diperoleh fungsi keanggotaan

$$
\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } B_i x \le d_i \\ 1 - \dfrac{B_i x - d_i}{p_i}, & \text{jika } d_i < B_i x \le d_i + p_i \\ 0, & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \tag{11}
$$

dengan p_i adalah nilai toleransi yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik untuk fungsi objektif maupun batasan (kendala). Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (11) ke persamaan (9) diperoleh

$$\max_{x\geq 0} \mu_m(Bx^*) = \max_{x\geq 0}\min_i \left\{1-\frac{B_i x - d_i}{p_i}\right\}.$$

Pada Gambar 1, dapat dilihat bahwa semakin besar nilai domain, maka nilai fungsi keanggotaan akan semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai $\lambda - cut$ dapat dihitung sebagai $\lambda = 1-t$ dengan

$$d_i + p_i = \text{ruas kanan batasan ke} - i.$$

Dengan demikian diperoleh bentuk *linear programming* yang baru sebagai berikut :

$$\max \quad \lambda$$

dengan kendala

$$\lambda\, p_i + B_i x \leq d_i + p_i \qquad (12)$$
$$x \geq 0; i = 1, 2, \ldots, m.$$

Hasil dan Pembahasan

Situs CNN Indonesia [4] pada tanggal 13 Oktober 2017 memberitakan bahwa Pemerintah meminta Badan Usaha Milik Negara (BUMN) bersinergi untuk membangun kawasan persinggahan di sekitaran stasiun *Transit Oriented Development* (TOD) Pondok Cina, Depok, Jawa Barat demi mendorong pertumbuhan ekonomi di daerah tersebut. Perum Perumnas ditunjuk sebagai pengembang pembangunan sekaligus pengelola rumah susun (rusun) kategori rusunami murah berkonsep TOD tersebut. Hal yang sama juga diberitakan oleh detikfinance.com [10] pada tanggal 15 Agustus 2017. Pembangunan rusunami berkonsep TOD yang berdekatan dengan stasiun ini, diharapkan memberikan alternatif hunian yang lebih efisien dan murah kepada masyarakat berpenghasilan rendah (MBR) serta masyarakat umum lainnya. Tipe rusunami yang ditawarkan antara lain, tipe studio seluas 18-21 m^2, tipe satu kamar seluas 30-32 m^2, dan tipe dua kamar dengan luas 40-44 m^2. Berdasarkan perhitungan konservatif, rusun di Pondok Cina tipe studio kemungkinan dibanderol seharga Rp126-Rp147 juta, tipe satu kamar akan berkisar antara Rp210 juta - Rp224 juta dan tipe dua kamar bisa mencapai Rp280 juta-Rp308 juta.

Dalam studi kasus ini akan dilakukan perancangan pemodelan pembangunan rusunami daerah Pondok Cina tipe studio seluas 21 m^2, tipe satu kamar seluas 30 m^2 dan tipe dua kamar seluas 40 m^2. Luas lahan yang dikembangkan adalah 27.706 m^2. Sedangkan luas lahan infrastruktur adalah 2506 m^2. Dalam perencanaan rusun ini, Perum Perumnas diperkirakan mengeluarkan dana sebesar Rp 1,45 triliun untuk membangun 3 tipe rusun hingga mencapai 2.305 unit yang terbagi dalam enam tower. Namun demikian, pihak Perum Perumnas masih dimungkinkan melakukan toleransi penambahan kenaikan biaya produksi per unit tipe, penambahan luas bangunan, penambahan jumlah unit yang akan diproduksi, dan proporsi permintaan pasar antara dua tipe rusun sampai dengan 8% dari batasan awal, asalkan dengan adanya penambahan yang sedikit saja, keuntungan yang diperoleh Perum Perumnas juga akan bertambah. Dengan menggunakan model *fuzzy linear programming*, maka akan ditentukan optimalitas jumlah masing-masing tipe rusun yang akan dibangun dan keuntungan/laba maksimum yang akan diperoleh Perum Perumnas sesuai dengan batasan-batasan yang diberikan dalam studi kasus ini. Dari kasus ini dimisalkan variabel keputusan :

x_1 = jumlah unit tipe 21 yang diproduksi

x_2 = jumlah unit tipe 30 yang diproduksi

x_3 = jumlah unit tipe 40 yang diproduksi.

Batasan Biaya Produksi

Dana yang tersedia untuk pembuatan rusun dengan 3 tipe tersebut maksimum 1,45 triliun = Rp 1.450.000. 000.000 atau dapat ditulis 14500 (dalam ratusan juta). Harga jual yang diperkiraan untuk tipe studio 21 dibanderol seharga Rp 147.000.000, tipe 30 sebesar Rp 210.000.000 dan tipe 40 sebesar Rp 280.000.000. Estimasi laba yang diharapkan per unit tipe studio 21 adalah Rp 74.000.000, tipe 30 sebesar Rp100.000.000 dan tipe 40 adalah sebesar Rp140.000.000. Besar biaya produksi untuk tipe studio 21 adalah Rp 147.000.000 - Rp 74.000.000 = Rp73.000.000, untuk tipe 30 sebesar Rp 210.000.000 – Rp 100.000.000 = Rp 110.000.000 dan tipe 40 sebesar Rp 280.000.000 – Rp 140.000.000 = Rp 140.000.000. Apabila toleransi yang diberikan sebesar 8% maka diperoleh $p_1 = 1160$, maka kendala/batasan biaya produksi dalam ratusan juta dapat ditulis :

$$0,73x_1 + 1,1x_2 + 1,4x_3 \le 14500 + 1160t\,. \tag{13}$$

Batasan Luas Lahan Bangunan

Luas lahan yang dikembangkan adalah 27.706 m^2. Sedangkan luas lahan infrastruktur seperti jalan, lapangan, kolam renang dan lain sebagainya diasumsikan sebesar 2506 m^2. Jadi luas lahan yang tersedia untuk mendirikan rusun yang terdiri dari 3 tipe ini maksimum seluas 25200 m^2. Untuk tipe studio 21 per unitnya dibutuhkan luasan 21 m^2, tipe 30 per unitnya dibutuhkan luasan 30 m^2 dan tipe 40 dibutuhkan luasan 40 m^2. Apabila diberikan toleransi sebesar 8% maka diperoleh sehingga $p_2 = 2016$ batasan total luas lahan bangunan dari semua unit tipe yang diproduksi adalah

$$21x_1 + 30x_2 + 40x_3 \le 25200 + 2016t. \tag{14}$$

Batasan Jumlah Unit yang diproduksi

Untuk ketiga tipe rusun yang direncanakan akan dibangun, total seluruh unit yang dibangun maksimal 2305 unit dan jika toleransi penambahan yang dibolehkan sebesar 8% maka $p_3 = 184,4$ sehingga fungsi permintaan produksinya adalah

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 2305 + 184,4t. \tag{15}$$

Batasan Permintaan Pasar

Pada kasus ini dipertimbangkan besar proporsi permintaan pasar (aspek penjualan) untuk masing-masing tipe rusun. Besar proporsi tipe rusun yang diminati adalah tipe 21 : tipe 30 : tipe 40 adalah 2 : 3 :1. Jumlah total proporsi antara 2 tipe tidak boleh lebih dari jumlah proporsinya. Jika tipe 21 berbanding tipe 30, maka total proporsinya tidak boleh lebih dari 5 sehingga besar toleransi $p_4 = 0,4$. Jika tipe 30 berbanding tipe 40, maka total proporsinya tidak boleh lebih dari 4 sehingga besar toleransi $p_5 = 0,32$ dan tipe 21 berbanding tipe 40, maka total proporsinya tidak boleh lebih dari 3 sehingga besar toleransi $p_6 = 0,24$. Sehingga fungsi batasan permintaan pasar untuk kasus ini adalah

$$3x_1 - 2x_2 \le 5 + 0,4t \tag{16}$$

$$x_2 - 3x_3 \le 4 + 0,32t \tag{17}$$

$$-x_1 + 2x_3 \le 3 + 0,24t. \tag{18}$$

Penyelesaian dari Studi Kasus di atas dilakukan dengan Langkah-langkah berikut.

Langkah 1

Bentuk pemodelan matematika dari kasus tersebut dengan kendala-kendala persamaan (13), (14), (15), (16), (17), dan (18) pada sistem *fuzzy linear programming* berikut.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max} \quad z = 74x_1 + 100x_2 + 140x_3 \\
&\text{dengan batasan} \\
&0,73x_1 + 1,1x_2 + 1,4x_3 \le 14500 + 1160t \\
&21x_1 + 30x_2 + 40x_3 \le 25200 + 2016t \\
&x_1 + x_2 + x_3 \le 2305 + 184,4t \\
&3x_1 - 2x_2 \le 5 + 0,4t \\
&x_2 - 3x_3 \le 4 + 0,32t \\
&-x_1 + 2x_3 \le 3 + 0,24t \\
&x_1, x_2, x_3 \ge 0.
\end{aligned} \tag{19}
$$

Langkah 2.

Misalkan p adalah toleransi pada asumsi yang diberikan dan *t* adalah variabel yang mempunyai nilai keanggotaan pada interval 0 dan 1. Pada penyelesaian model *fuzzy linear programming*, terdapat perkalian antara nilai toleransi p dengan variable *t*. Oleh sebab itu, penyelesaiannya dilakukan kasus demi kasus sebagai berikut.

a. Untuk kasus $t = 1$ maka nilai $\lambda = 0$, dengan nilai toleransi $p_1 = 1160, p_2 = 2016,$ $p_3 = 184,4;$ $p_4 = 0,4;$ $p_5 = 0,32,$ dan $p_6 = 0,24$ sehingga dengan menggunakan metode simpleks diperoleh solusi model *fuzzy linear programming* persamaan (19) yaitu $z_1 = 93052,92;$ $x_1 = 316,6535;$ $x_2 = 472,2802$ dan $x_3 = 159,9467.$

b. Untuk kasus $t = 0$ maka nilai $\lambda = 1$, ini berarti bahwa setiap batasan yang ada tidak memiliki nilai toleransi sehingga $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = 0$. Dengan mensubstitusikan nilai $t = 0$ pada sistem persamaan (19) maka sistem persamaan (19) tidak lagi merupakan sistem model *fuzzy linear programming* dan berubah menjadi sistem persamaan model *linear programming* klasik/biasa, sehingga dengan menggunakan metode penyelesaian yang sama dengan kasus (a) diperoleh solusi optimal *linear programming* klasik dari studi kasus ini yaitu:
$z_0 = 86160,12;$ $x_1 = 293,1977;$ $x_2 = 437,2965$ dan $x_3 = 148,0988.$

Langkah 3

Tentukan nilai p_0 yaitu selisih antara nilai *z* optimal pada kasus $t = 0$ dan $t = 1$ di Langkah 2, sehingga diperoleh

$$p_0 = z_1 - z_0 = 6892,8$$

Langkah 4

Untuk menghitung nilai $\lambda - cut$ dari persamaan (12) maka diambil nilai $\lambda = 1 - t$ sehingga terbentuk sistem persamaan model *fuzzy linear programming* sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
&\text{Max} \quad \lambda \\
&\text{dengan batasan} \\
&6892,8\lambda - (74x_1 + 100x_2 + 140x_3) \le -86160,12 \\
&1160\lambda + 0,73x_1 + 1,1x_2 + 1,4x_3 \le 15660 \\
&2016\lambda + 21x_1 + 30x_2 + 40x_3 \le 27216 \\
&184,4\lambda + x_1 + x_2 + x_3 \le 2489,4 \\
&0,4\lambda + 3x_1 - 2x_2 \le 5,4 \\
&0,32\lambda + x_2 - 3x_3 \le 4,32 \\
&0,24\lambda - x_1 + 2x_3 \le 3,24 \\
&\lambda, x_1, x_2, x_3 \ge 0.
\end{aligned} \tag{20}
$$

Selanjutnya dilakukan proses defuzzyfikasi sehingga model *fuzzy linear programming* (20) distandarisasi dengan menambahkan variabel *slack* dan pengurangan variabel *surplus* pada batasan pertama, sehingga sistem persamaan (20) diselesaikan dengan menggunakan 2 tahap penyelesaian.

Tahap 1. Menyelesaikan model *fuzzy linear programming.*

Min $\quad r = 86160,12 + 6892,8\lambda - 74x_1 - 100x_2 - 140x_3 + S_1$

dengan batasan

$$\begin{aligned}
-6892,8\lambda + 74x_1 + 100x_2 + 140x_3 - S_1 + R_1 &= 86160,12 \\
1160\lambda + 0,73x_1 + 1,1x_2 + 1,4x_3 + S_2 &= 15660 \\
2016\lambda + 21x_1 + 30x_2 + 40x_3 + S_3 &= 27216 \\
184,4\lambda + x_1 + x_2 + x_3 + S_4 &= 2489,4 \\
0,4\lambda + 3x_1 - 2x_2 + S_5 &= 5,4 \\
0,32\lambda + x_2 - 3x_3 + S_6 &= 4,32 \\
0,24\lambda - x_1 + 2x_3 + S_7 &= 3,24 \\
\lambda,\ x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7 &\geq 0
\end{aligned} \tag{21}$$

Pada tahap ini akan dicari nilai λ digunakan metode simpleks. Tabel simpleks awal dan akhir untuk sistem *fuzzy linear programming* (21) diperlihatkan pada Tabel 1 dan Tabel 2 berikut.

Tabel 1. Tabel simpleks akhir dari sistem persamaan (21)

Basis	r	λ	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	R_1	Solusi
r	1	-6892,8	74	100	140	-1	0	0	0	0	0	0	0	86160,12
R_1	0	-6892,8	74	100	140	-1	0	0	0	0	0	0	1	86160,12
S_2	0	1160	0,73	1,1	1,4	0	1	0	0	0	0	0	0	15660
S_3	0	2016	21	30	40	0	0	1	0	0	0	0	0	27216
S_4	0	184,4	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2489,4
S_5	0	0,4	3	-2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	5,4
S_6	0	0,32	0	1	-3	0	0	0	0	0	1	0	0	4,32
S_7	0	0,24	-1	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0	3,24

Variabel masuk : x_3

Variabel keluar : S_7

Tabel 2. Tabel simpleks akhir dari sistem persamaan (21)

Basis	r	λ	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	R_1	Solusi
r	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0,0000
x_2	0	-35,3510	0	1	0	-0,0051	0	0	0	-0,2449	0	-0,3571	0,0051	437,1129
S_2	0	1232,2276	0	0	0	0,0105	1	0	0	0,0262	0	0,0333	-0,0105	14757,6342
S_3	0	4032,5240	0	0	0	0,2925	0	1	0	0,3741	0	0,4762	-0,2925	2016,2774
S_4	0	254,7820	0	0	0	0,0102	0	0	1	-0,0102	0	0,2143	-0,0102	1610,8543
x_1	0	-23,4352	1	0	0	-0,0034	0	0	0	0,1701	0	-0,2381	0,0034	293,2231
S_6	0	0,8800	0	0	0	0	0	0	0	0,5000	1	1,5000	0	11,8800
x_3	0	-11,5958	0	0	1	-0,0017	0	0	0	0,0850	0	0,3810	0,0017	148,2097

Pada Tabel 2 ini terlihat bahwa nilai λ masih 0, maka dilanjutkan ke Tahap 2.

Tahap 2. Menyelesaikan model *fuzzy linear programming* pada Tahap 1 dengan mengganti fungsi tujuan pada solusi persamaan (21) menjadi

$$\text{Maksimumkan} \quad z = \lambda \qquad (22$$

dengan kendala pada tabel simpleks akhir sistem persamaan (21) sehingga diperoleh tabel simpleks awal dan akhir dari sistem persamaan (22) yang diperlihatkan pada Tabel 3 dan Tabel 4 berikut.

Tabel 3. Tabel simpleks awal persamaan (22) dengan kendala pada solusi persamaan (21)

Basis	r	λ	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	R_1	Solusi
r	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0,0000
x_2	0	-35,3510	0	1	0	-0,0051	0	0	0	-0,2449	0	-0,3571	0,0051	437,1129
S_2	0	1232,2276	0	0	0	0,0105	1	0	0	0,0262	0	0,0333	-0,0105	14757,6342
S_3	0	4032,5240	0	0	0	0,2925	0	1	0	0,3741	0	0,4762	-0,2925	2016,2774
S_4	0	254,7820	0	0	0	0,0102	0	0	1	-0,0102	0	0,2143	-0,0102	1610,8543
x_1	0	-23,4352	1	0	0	-0,0034	0	0	0	0,1701	0	-0,2381	0,0034	293,2231
S_6	0	0,8800	0	0	0	0	0	0	0	0,5000	1	1,5000	0	11,8800
x_3	0	-11,5958	0	0	1	-0,0017	0	0	0	0,0850	0	0,3810	0,0017	148,2097

Variabel masuk : λ
Variabel keluar : S_3

Tabel 4. Tabel Simpleks solusi akhir untuk sistem *fuzzy linear programming* (22)

Basis	r	λ	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	R_1	Solusi
r	1	0	0	0	0	0,0001	0	0,0002	0	0,0001	0	0,0001	-1,0001	0,5000
x_2	0	0	0	1	0	-0,0025	0	0,0088	0	-0,2416	0	-0,3530	0,0025	454,7885
S_2	0	0	0	0	0	-0,0789	1	-0,3056	0	-0,0881	0	-0,1122	0,0789	14141,5157
λ	0	1	0	0	0	0,0001	0	0,0002	0	0,0001	0	0,0001	-0,0001	0,5000
S_4	0	0	0	0	0	-0,0083	0	-0,0632	1	-0,0338	0	0,1842	0,0083	1483,4623
x_1	0	0	1	0	0	-0,0017	0	0,0058	0	0,1722	0	-0,2353	0,0017	304,9408
S_6	0	0	0	0	0	-0,0001	0	-0,0002	0	0,4999	1	1,4999	0,0001	11,4400
x_3	0	0	0	0	1	-0,0009	0	0,0029	0	0,0861	0	0,3823	0,0009	154,0077

Dari Tabel 4 diperoleh solusi $\lambda = 0,5000$; $x_1 = 304,9408$; $x_2 = 454,7885$; dan $x_3 = 154.0077$ sehingga diperoleh $z^* = 89605,5472$. Perbandingan solusi antara *linear programming* klasik dengan solusi *fuzzy linear programming* dapat dilihat pada Tabel 5 berikut ini.

Tabel 5. Perbandingan antara solusi *linear programming* klasik/biasa dan solusi *fuzzy linear programming*.

Solusi *linear programming* klasik/biasa	Solusi *fuzzy linear programming*
$z_0 = 86160,12$	$z^* = 89605,5472$
$x_1 = 293,1977$	$x_1 = 304,9408$
$x_2 = 437,2965$	$x_2 = 454,7885$
$x_3 = 148,0988$	$x_3 = 154,0077$

Kesimpulan

Dengan investasi dana pembangunan rusun di Pondok Cina, Depok, Jawa Barat oleh Perum Perumnas sebesar Rp 1,45 triliun (1450 Milyar) untuk membangun 3 tipe rusun yaitu tipe studio 21, tipe 30 dan tipe 40 diperoleh keuntungan maksimum sebesar 86160,12 (dalam ratusan juta) atau sekitar 8,61612 triliun apabila menggunakan model *linear programming* klasik/biasa. Pada model *linear programming* ini, jumlah optimal tiap tipe rusun yang dibangun yaitu tipe studio 21 sebanyak 293 unit, tipe 30 sebanyak 437 unit dan tipe 40 sebanyak 148 unit. Dilain pihak, apabila menggunakan model *fuzzy linear programming*, maka keuntungan maksimum yang dihasilkan Perum Perumnas dapat mencapai 89605,5472 (dalam ratusan juta) atau sekitar 8,96 triliun dengan membangun tipe studio 21 sebanyak 304 unit, tipe 30 sebanyak 454 unit dan tipe 40 sebanyak 154 unit. Ini berarti bahwa dengan menggunakan model *fuzzy linear programming*, keuntungan maksimum yang diperoleh Perum Perumnas lebih optimal dari pada menggunakan model *linear programming* klasik/biasa yakni terjadi peningkatan keuntungan sebesar 8,96055472 triliun – 8,61612 triliun = 0,34443472 triliun atau setara dengan Rp 344.434.720.000 = Rp 344, 43472 Milyar.

Daftar Pustaka

[1] Ferguson, T.S., *Linear Programming: A Concise Introduction*, retrieved from https://www.math.ucla.edu/~tom/LP.pdf.12 juni 2014.

[2] Fricylia, P., **"***Yuk, Kenali Perbedaan Rusun, Rusunawa, Dan Rusunami!", 29 April 2016, https://blog.urbanindo.com/2016/04/yuk-kenali-perbedaan-rusun-rusunawa-dan-rusunami/.*

[3] Kementerian Agraria dan Tata Ruang/Badan Pertahanan Nasional (online), *Undang-undang No 1 Tahun 2011 Tentang Perumahan dan Kawasan Pemukiman*, http://www.bpn.go.id/PUBLIKASI/Peraturan-Perundangan/Undang-Undang/undang-undang-nomor-1-tahun-2011-883, 20 September 2017.

[4] Lavinda, "Cara Beli Rusun di Pondok Cina", 13 Oktober 2017, https://www.cnnindonesia.com/ekonomi/20171013091542-92-248121/cara-beli-rusun-murah-di-pondok-cina.

[5] Natalia, H., Sahari, A.,dan Jaya, A.I., Optimalisasi Pembangunan Perumahan dengan Menggunakan Metode Simpleks (Studi Kasus : UD. Perumahan Griya Cempaka Alam), *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan Universitas Tadulako*, 2015, pp. 74-82.

[6] Peraturan Menteri Negara Perumahan Rakyat Nomor:14/PERMEN/M/2007, *Pengelolaan Ru-mah Susun Sederhana Sewa*, http://www.perumnas.co.id/download/prodhukum/permen/14-PERMEN-M-2007%20PENGELOLAAN%20RUMAH%20SUSUN%20SEDERHANA%20SEWA.pdf, 20 Oktober 2017.

[7] Peraturan Menteri Negara Perumahan Rakyat Nomor:15/PERMEN/M/2007, *Tata Laksana Pembentukan Perhimpunan Penghuni Rumah Susun Sederhana Milik*, 2007, http://www.perumnas.co.id/download/prodhukum/permen/14-PERMEN-M-2007%20PENGELOLAAN%20RUMAH%20SUSUN%20SEDERHANA%20SEWA.pdf, 20 Oktober 2017.

[8] Purba, R., Penerapan Logika Fuzzy Pada Program Linear, 2012, *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan Tema : Kontribusi Pendidikan Matematika dan Matematika dalam Membangun Karakter Guru dan Siswa FMIPA UNY*, pp : 101-114.

[9] Richard, J., *Optimization Theory*, 2^{nd} ed, Wiley Eastern Limited, New York, 2001.

[10] Simorangkir, E. "*Perumnas Bakal Bangun Lagi Rusunami di atas Stasiun, ini daftarnya*", 15 Agustus 2017, https://finance.detik.com/properti/d-3601139/perumnas-bakal-bangun-lagi-rusunami-di-atas-stasiun-ini-daftarnya.

[11] Sudarsana, D.K., Optimalisasi Jumlah Tipe Rumah Yang Akan Dibangun Dengan 183-191Metode Simpleks Pada Proyek Pengembangan Perumahan, *Jurnal Ilmiah Teknik Sipil* , Vol. 13, No. 2, Juli 2009, pp.183-191.

[13] Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2011 Tentang Rumah Susun, http://www.perumnas.co.id/download/prodhukum/undang/UU-20- 2011%20RUMAH%20SUSUN.pdf, 28 Oktober 2017.

[14] Zadeh, L.A., Fuzzy Sets, *Information and Control*, 1965, Vol.8, pp:338-353.

[15] Zimmerman, H.J., Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Function, *Lehrstuhl fiir Unternehmens for Schung (Operations Research), Federal Republic of Germany*,1977, pp.45-55.