Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 3, No. 2, Juli 2017
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online

Barisan Bilangan yang Dibentuk Berdasarkan Jumlah Bilangan Bulat Berpangkat yang Habis Dibagi Tujuh

Rika Pratiwi[1], Mashadi[2], Sri Gemawati[3]

[1]Mahasiswa Program Studi Magister Matematika, Universitas Riau
Jl. HR Soebrantas KM 12,5, KampusBinaWidya, SimpangBaru, Pekanbaru, Riau 28293
Email:rikapratiwi04@gmail.com
[2,3]Jurusan Matematika, FakultasMipa, Universitas Riau
Jl. HR Soebrantas KM 12,5, KampusBinaWidya, SimpangBaru, Pekanbaru, Riau 28293
Email: mashadi.mat@gmail.com, gemawati.sri@gmail.com

ABSTRAK

Jumlah dari bilangan bulat berpangkat telah menjadi subyek penelitian. Salah satunya T. Aaron Gulliver [1] telah menyelidiki keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tiga oleh pembagi 10, 4, dan 5 sebagaiberikut:

$$10 \mid \sum_{i=1}^{4} (3i)^m \leftrightarrow m \neq 0 \bmod 4 \quad \text{untuk } n = 4$$

$$4 \mid \sum_{i=1}^{n} (3i)^m \quad \text{untuk } n = 7 \text{ dan } 8$$

$$5 \mid \sum_{i=1}^{n} (3i)^m \leftrightarrow m \neq 0 \bmod 4 \quad \text{untuk } n = 5r \text{ atau } 5r - 1$$

Djoko Suprijanto dan Rusliansyah [2] telah menyelidiki keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi empat oleh pembagi 10, 5, dan 3 sebagai berikut:

$$10 \mid \sum_{k=1}^{n} (4k)^m \leftrightarrow m \not\equiv 0 \pmod 4 \quad \text{untuk } n = 5r, \text{atau } 5r - 1, r \geq 1$$

$$5 \mid \sum_{k=1}^{n} (4k)^m \leftrightarrow m \not\equiv 0 \pmod 4 \quad \text{untuk } n = 5r, \text{atau } 5r - 1, r \geq 1$$

$$3 \mid \sum_{k=1}^{n} (4k)^m \quad \text{jika } n = 10r - 2, \text{atau } 10r - 1, r \geq 1$$

Djoko Suprijanto [3] telah menyelidiki keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi lima oleh pembagi 10 dan 3.

$$10 \mid \sum_{k=1}^{n} (5k)^m \leftrightarrow n = 3, 4, 7, \text{atau } 8$$

$$3 \mid \sum_{k=1}^{n} (5k)^m \leftrightarrow m \not\equiv 0 \pmod 2, \qquad \text{untuk } n = 2, 3, 5, 6, 8, \text{dan } 9$$

Pada penelitian ini diselidiki keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 2, 3, dan 5 dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 2, 3, dan 5.

Kata kunci: Barisan Bilangan, Fungsi Phi Euler, Notasi Sigma

ABSTRACT

Sums of powers of integershave been the subject of research. One of them is T. Aaron Gulliver [1] has investigated divisible of sequence of numbers are formed by sums of powers of integers divisible by three with dividers 10, 4, and 5 as follows:

$$10 \mid \sum_{i=1}^{4} (3i)^m \leftrightarrow m \neq 0 \bmod 4 \quad \text{for } n = 4$$

$$4 \mid \sum_{i=1}^{n} (3i)^m \quad \text{for } n = 7 \text{ and } 8$$

$$5 \mid \sum_{i=1}^{n} (3i)^m \leftrightarrow m \neq 0 \bmod 4 \quad \text{for } n = 5r \text{ or } 5r-1$$

Djoko Suprijanto and Rusliansyah [2] have investigated divisible of sequence of numbers are formed by sums of powers of integers divisible by four with dividers 10, 5, and 3 as follows:

$$10 \mid \sum_{k=1}^{n} (4k)^m \leftrightarrow m \not\equiv 0 \pmod 4 \quad \text{for } n = 5r, \text{or } 5r-1, r \geqq 1$$

$$5 \mid \sum_{k=1}^{n} (4k)^m \leftrightarrow m \not\equiv 0 \pmod 4 \quad \text{for } n = 5r, \text{or } 5r-1, r \geq 1$$

$$3 \mid \sum_{k=1}^{n} (4k)^m \quad \text{if } n = 10r-2, \text{or } 10r-1, r \geq 1$$

Djoko Suprijanto [3] has investigated divisible of sequence of numbers are formed by sums of powers of integers divisible by five with dividers 10 and 3 as follows:

$$10 \mid \sum_{k=1}^{n} (5k)^m \leftrightarrow n = 3, 4, 7, \text{or } 8$$

$$3 \mid \sum_{k=1}^{n} (5k)^m \leftrightarrow m \not\equiv 0 \pmod 2, \qquad \text{for } n = 2, 3, 5, 6, 8, \text{dan } 9$$

In this research investigated divisible of sequence of numbers are formed by sums of powers of integers divisible by seven with dividers 2, 3, and 5 which shows the residues modulo 2, 3, and 5.

Key words: Sequence, Function Phi Euler, and Sigma notation.

Pendahuluan

Keterbagian (divisibility) merupakan dasar pengembangan teori bilangan, sehingga konsep-konsep keterbagian akan banyak digunakan di dalam sebagian besar uraian atau penjelasan matematis tentang pembuktian teorema. Keterbagianatau divisibility adalah sudut pandang matematika yang mempelajari suatu bilangan yang habis oleh bilangan lain. Oleh karena itu, pada artikel ini diselidiki keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 2, 3, dan 5 dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 2, 3, dan 5.

MetodePenelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu studi literature dengan materi dari jurnal dan buku-buku teks yang berkaitan dengan pembahasan ini untuk menyelidiki pada saat *m* dan *n* berapa barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh habis dibagi oleh pembagi 2, 3, dan 5 dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 2, 3, dan 5.

Hasil dan Pembahasan

Untuk *m* mulai dari 1 sampai 12 akan terbentuk barisan bilangan sebagai berikut:

m \ *n*	1	2	3
1	7	21	42
2	49	245	686
3	343	3087	12348
4	2401	40817	235298
5	16807	554631	4638732
6	117649	7647185	93413306
7	823543	106237047	1907325588
8	5764801	1481553857	39304413218
9	40353607	20701400391	814981446972
10	282475249	289537130225	16969418108426
11	1977326743	4051542496407	354329043038628
12	13841287201	56707753662497	7412535265049140

Untuk membuktikannya, dapat digunakan rumus sebagai berikut:

a) Untuk *m* = 1

$$\sum_{i=1}^{n} 7i = 7\sum_{i=1}^{n} i$$
$$= 7\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$$
$$= \frac{7}{2}\, n\,(n+1)$$

b) Untuk *m* = 2

$$\sum_{i=1}^{n} (7i)^2 = \sum_{i=1}^{n} 7^2 i^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n} 49\, i^2$$
$$= 49\sum_{i=1}^{n} i^2$$
$$= 49\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)$$
$$= \frac{49}{6}\, n\,(n+1)\,(2n+1)$$

c) Untuk*m* = 3

$$\sum_{i=1}^{n} (7i)^3 = \sum_{i=1}^{n} 7^3 i^3$$

Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 3, No. 2, Juli 2017
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online

$$= \sum_{i=1}^{n} 343\, i^3$$
$$= 343 \sum_{i=1}^{n} i^3$$
$$= 343 \left(\frac{n^2(n+1)^2}{4}\right)$$
$$= \frac{343}{4} n^2(n+1)^2$$

d) Untuk $m = 4$

$$\sum_{i=1}^{n} (7i)^4 = \sum_{i=1}^{n} 7^4 i^4$$
$$= \sum_{i=1}^{n} 2401\, i^4$$
$$= 2401 \sum_{i=1}^{n} i^4$$
$$= 2401 \left(\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}\right)$$
$$= \frac{2401}{30}\, n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$$

Berikut akan diselidiki keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlahbilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 2, 3, dan 5.

Sisa dari pembagian 2 pada barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh untuk n = 1 sampai 15 terlihat pada tabel berikut:

TABEL 1

Pangkat	**Jumlah *n***														
m	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
2	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
3	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
4	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
5	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
6	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
7	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
8	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
9	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
10	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
11	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0

Perhatikan bahwa kolom 3, 4, 7, 8, 11, 12 dan 15 mempunyai angka terakhir 0. Jadi, untuk n = 4r dan n = 4r – 1 dimana $r \geq 1$ maka 2 dapat membagi barisan bilangan tersebut seperti dilambangkan sebagai berikut:

$$2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^m \text{ untuk } n = 4r \text{ dan } n = 4r - 1$$

Dari tabel 1 terlihat bahwa untuk m mulai dari 1 sampai 12 diperoleh keterbagian barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 2 yaitu:

Untuk $m = 1$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^1$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 2$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^2$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 3$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^3$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 4$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^4$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 5$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^5$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 6$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^6$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 7$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^7$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 8$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^8$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 9$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^9$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 10$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{10}$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 11$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{11}$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Untuk $m = 12$ diperoleh $2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{12}$ untuk $n = 4r$ dan $n = 4r - 1$

Hubungan $\emptyset(2)$ dengan periode sisa pembagian dapat dibuktikan dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 2 pada bilangan bulat kelipatan 7 yaitu 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, dan 70 sebagai berikut:

Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 3, No. 2, Juli 2017
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online

TABEL 2

Pangkat	**BilanganBulat**									
	7	**14**	**21**	**28**	**35**	**42**	**49**	**56**	**63**	**70**
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
3	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
4	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
5	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
6	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
7	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
8	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
9	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
10	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
12	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

Dari tabel 2 di atas terlihat bahwa semua *i* memiliki periode 1. Nilai-nilai ini merupakan faktor-faktor dari $\emptyset(2) = 1$. Jadi, $\emptyset(2)$ menunjukkan bahwa periode tertinggi dari sisa pembagian adalah 1.

Sisadari pembagian 3 pada barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh untuk n = 1 sampai 15 terlihat pada table berikut:

TABEL 3

Pangkat*m*	**Jumlah*n***														
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
2	1	2	2	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1	1
3	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
4	1	2	2	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1	1
5	1	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	1	0	0
6	1	2	2	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1	1
7	1	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	1	0	0
8	1	2	2	0	1	1	3	0	0	1	2	2	0	1	1
9	1	0	0	1	0	0	3	0	0	1	0	0	1	0	0
10	1	2	2	0	1	1	3	0	0	1	2	2	0	1	1
11	1	0	0	1	0	0	3	0	0	1	0	0	1	0	0
12	1	2	2	0	1	1	3	0	0	1	2	2	0	1	1

Perhatikan bahwa kolom 8 dan 9 mempunyai angka terakhir 0. Jadi, untuk $n = 9r$ dan $n = 9r - 1$ dimana $r \geq 1$ maka 3 dapat membagi barisan bilangan tersebut seperti dilambangkan sebagai berikut:

$$3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^m \text{ untuk } n = 9r \text{ dan } n = 9r - 1$$

Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 3, No. 2, Juli 2017
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online

Dari tabel 3 terlihat bahwa untuk *m* mulai dari 1 sampai 12 diperoleh keterbagian barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 3 yaitu:

Untuk $m = 1$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^1$ untuk $n = 3r$ dan $n = 3r - 1$

Untuk $m = 2$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^2$ untuk $n = 3r, n = 3r - 1$ dan $n = 3r - 5$

Untuk $m = 3$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^3$ untuk $n = 3r$ dan $n = 3r - 1$

Untuk $m = 4$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^4$ untuk $n = 3r, n = 3r - 1$ dan $n = 3r - 5$

Untuk $m = 5$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^5$ untuk $n = 3r$ dan $n = 3r - 1$

Untuk $m = 6$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^6$ untuk $n = 3r, n = 3r - 1$ dan $n = 3r - 5$

Untuk $m = 7$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^7$ untuk $n = 3r$ dan $n = 3r - 1$

Untuk $m = 8$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^8$ untuk $n = 3r, n = 3r - 1$ dan $n = 3r - 5$

Untuk $m = 9$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^9$ untuk $n = 3r$ dan $n = 3r - 1$

Untuk $m = 10$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{10}$ untuk $n = 3r, n = 3r - 1$ dan $n = 3r - 5$

Untuk $m = 11$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{11}$ untuk $n = 3r$ dan $n = 3r - 1$

Untuk $m = 12$ diperoleh $3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{12}$ untuk $n = 3r, n = 3r - 1$ dan $n = 3r - 5$

Hubungan $\emptyset(3)$ dengan periode sisa pembagian dapat dibuktikan dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 3 pada bilangan bulat kelipatan 7 yaitu 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, dan 70 sebagai berikut:

TABEL 4

Pangkat	**BilanganBulat**									
	7	**14**	**21**	**28**	**35**	**42**	**49**	**56**	**63**	**70**
1	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1
2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1
4	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
5	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1
6	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1

7	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1
8	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
9	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1
10	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
11	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1
12	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1

Dari tabel 4 di atas terlihat bahwa untuk i = 0 atau 1 modulo 3 memiliki periode 1 dan untuk i yang lainnya memiliki periode 2. Nilai-nilai ini merupakan faktor-faktordari$\emptyset\,(3) = 2$. Jadi, $\emptyset\,(3)$ menunjukkan bahwa periode tertinggi dari sisa pembagian adalah 2.

Sisa dari pembagian 5 pada barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh untuk n = 1 sampai 15 terlihat pada table berikut:

TABEL 5

Pangkat *m*	**Jumlah *n***														
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
1	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0
2	4	0	1	0	0	4	0	1	0	0	4	0	1	0	0
3	3	2	3	0	0	3	2	3	0	0	3	2	3	0	0
4	1	2	3	4	4	0	1	2	3	3	4	0	1	2	2
5	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0
6	4	0	1	0	0	4	0	1	0	0	4	0	1	0	0
7	3	2	3	0	0	3	2	3	0	0	3	2	3	0	0
8	1	2	3	4	4	0	1	2	3	3	4	0	1	2	2
9	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0
10	4	0	1	0	0	4	0	1	0	0	4	0	1	0	0
11	3	2	3	0	0	3	2	3	0	0	3	2	3	0	0
12	1	2	3	4	4	0	1	2	3	3	4	0	1	2	2

Perhatikan bahwa kolom 4, 5, 9, 10, 14, dan 15 mempunyai angka terakhir 0 jika dan hanya jika $m \neq 0$ mod 4. Jadi, untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$ dimana $r \geq 1$ maka 5 dapat membagi barisan bilangan tersebut seperti dilambangkan sebagai berikut:

$$5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^m \;\leftrightarrow\; m \neq 0 \bmod 4 \quad \text{untuk } n = 5r \text{ dan } n = 5r - 1$$

Dari tabel 5 terlihat bahwa untuk m mulai dari 1 sampai 12 diperoleh keter bagian barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 5 yaitu:

Untuk $m = 1$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^1$ untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$

Untuk $m = 2$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^2$ untuk $n = 5r$, $n = 5r - 1$ dan $n = 5r - 3$

Untuk $m = 3$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^3$ untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$

Untuk $m = 4$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^4$ untuk $n = 6r$

Untuk $m = 5$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^5$ untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$

Untuk $m = 6$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^6$ untuk $n = 5r, n = 5r - 1$ dan $n = 5r - 3$

Untuk $m = 7$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^7$ untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$

Untuk $m = 8$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^8$ untuk $n = 6r$

Untuk $m = 9$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^9$ untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$

Untuk $m = 10$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{10}$ untuk $n = 5r, n = 5r - 1$ dan $n = 5r - 3$

Untuk $m = 11$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{11}$ untuk $n = 5r$ dan $n = 5r - 1$

Untuk $m = 12$ diperoleh $5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^{12}$ untuk $n = 6r$

Hubungan $\emptyset(5)$ dengan periode sisa pembagian dapat dibuktikan dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 5 pada bilangan bulat kelipatan 7 yaitu 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, dan 70 sebagai berikut:

TABEL 6

Pangkat	**BilanganBulat**									
	7	**14**	**21**	**28**	**35**	**42**	**49**	**56**	**63**	**70**
1	2	4	1	3	0	2	4	1	3	0
2	4	1	1	4	0	4	1	1	4	0
3	3	4	1	2	0	3	4	1	2	0
4	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
5	2	4	1	3	0	2	4	1	3	0
6	4	1	1	4	0	4	1	1	4	0
7	3	4	1	2	0	3	4	1	2	0
8	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
9	2	4	1	3	0	2	4	1	3	0
10	4	1	1	4	0	4	1	1	4	0
11	3	4	1	2	0	3	4	1	2	0
12	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0

Dari tabel 6 di atas terlihat bahwa untuk *i* = 0 atau 1 modulo 5 memiliki periode 1, untuk *i* = 4 modulo 5 memiliki periode 2, dan untuk *i* yang lainnya memiliki periode 4. Nilai-nilai ini merupakan faktor-faktor dari $\emptyset\,(5) = 4$. Jadi, $\emptyset\,(5)$ menunjukkan bahwa periode tertinggi dari sisa pembagian adalah 4.

Kesimpulan

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi tujuh oleh pembagi 2, 3, dan 5 dengan memperhatikan pola dari sisa pembagian 2, 3, dan 5 sebagai berikut:

$$2 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^m \text{ untuk } n = 4r \text{ dan } n = 4r - 1$$

$$3 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^m \text{ untuk } n = 9r \text{ dan } n = 9r - 1$$

$$5 \mid \sum_{i=1}^{n} (7i)^m \leftrightarrow m \neq 0 \bmod 4 \text{ untuk } n = 5r \text{ dan } n = 5r - 1$$

Saran

Bagi pembaca yang tertarik dengan penelitian ini, disarankan untuk membahas tentang keterbagian dari barisan bilangan yang dibentuk berdasarkan jumlah bilangan bulat berpangkat yang habis dibagi bilangan lainnya.

Daftar Pustaka

[1] T.A. Gulliver, *Sums of Powers of Intengers Divisible by Three*, International Journal Contemp. Math. Sciences, 7 (2012), 1895-1901.

[2] DjokoSuprijantodanRusliansyah, *Observation on Sums of Powers of Integers Divisible by Four*, Applied Mathematical Sciences, 8 (2014), 2219- 2226.

[3] DjokoSuprijanto, *Observation on Sums of Powers of Integers Divisible by Five,* Applied Mathematical Sciences, 9 (2015), 3679-3686.