

Penyelesaian Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian dan Pinalti (Studi Kasus: CV. Surya Pelangi)

Sri Basriati¹, Ayu Lestari²

^{1,2}Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email: sribasriati@uin-suska.ac.id, ayulestari@zon12@gmail.com

ABSTRAK

Permasalahan penugasan membahas masalah pengalokasian sejumlah sumber ke sejumlah tujuan, dengan tujuan memaksimalkan produksi atau keuntungan. Permasalahan penugasan sering dijumpai pada dunia bisnis, salah satunya terdapat pada CV. Surya Pelangi yang bergerak dalam bidang konveksi. Perusahaan tersebut dalam mempekerjakan karyawannya harus sesuai dengan keahlian masing-masing agar mencapai keuntungan yang besar, oleh karena itu diperlukan penyelesaian permasalahan penugasan. Metode Hungarian dan Pinalti merupakan metode yang berbeda untuk menyelesaikan masalah penugasan. Metode Hungarian diawali dengan mengurangi nilai pada baris dan kolom dengan biaya terkecil, sedangkan metode Pinalti diawali dengan mencari nilai pinalti pada setiap kolom atau baris. Berdasarkan hasil penelitian ini diperoleh, bahwa hasil produksi optimal menggunakan kedua metode tersebut menghasilkan hasil yang sama yaitu 651 stel pakaian. Metode Hungarian optimal pada iterasi keempat sedangkan metode Pinalti optimal pada iterasi kedua. Jadi dari ketiga metode tersebut dapat disimpulkan bahwa metode Pinalti merupakan metode yang lebih efektif untuk memaksimalkan jumlah produksi pada CV. Surya Pelangi.

Kata Kunci: Metode Hungarian, Metode Pinalti, Penugasan

ABSTRACT

Assignment problems addressed of the allocation from amount of sources to amount of destinations, for maximizing production or the profit. Assignment problem are common in the business world. One of them is CV. Surya Pelangi. CV. Surya Pelangi run in convection, when it staffs its employees, its employees should be worked to the field which correspond with their own ability in addition that company could achive a big profit, therefore it is necessary to solve the problems of assignment. Hungarian Method and Penalty Method are different methods to solve the assignment problem.. The Hungarian Method reduces beginning values with the rows and columns with the biggest value, while the Penalty Method begins by founding the penalty value on each row and column. Based on these results obtained, the result armed is that the optimal of production using this both methods show the same outcomeas 651 suit of clothes. The Hungarian Method is optimal on the fourth iteration, while the penalty method is on the second iteration. Moreover, it can be seem from the both methods that the penalty method is more effective for maximizing the production in CV. Surya Pelangi than the Hungarian Method.

Keywords: Assignment, Hungarian Method, Penalty Method

Pendahuluan

Masalah yang sering dihadapi dalam dunia usaha dan industri adalah masalah-masalah yang berhubungan dengan alokasi optimal dari bermacam-macam sumber daya yang produktif atau personalia yang mempunyai tingkat efisiensi yang berbeda-beda untuk pekerjaan yang berbeda pula. Masalah penugasan adalah suatu masalah mengenai pengaturan pada individu untuk melaksanakan tugas, sehingga dengan demikian biaya atau waktu yang digunakan untuk pelaksanaan tugas tersebut dapat diminimalkan (Ristono dkk, 2011). Penyelesaian masalah penugasan dapat dilakukan dengan metode Hungarian dan metode Pinalti.

Erlinda Rahmawati dkk (2015) telah membahas sebelumnya tentang penugasan Hungarian. Penelitian Erlinda Rahmawati menghasilkan bahwa metode Hungarian lebih optimal dibandingkan

penugasan yang dilakukan perusahaan dalam penempatan karyawan. Selanjutnya, Ninda Uswatun K (2012) dalam penelitiannya membahas tentang penugasan tidak seimbang menggunakan metode Pinalti. Penelitian Ninda menghasilkan bahwa metode penugasan pinalti lebih efektif dibandingkan dengan metode Hungarian dan metode simpleks. Hal tersebut terlihat dari cara perhitungan dan iterasi yang lebih sedikit dibandingkan metode Hungarian dan metode simpleks.

Metode dan Bahan Penelitian

Model Penugasan (*Assignment*) pada awalnya dikenal sebagai *Hungarian Method*. Istilah ini diberikan untuk mengabadikan D. Konig, ahli matematika asal Hungaria yang pertama kali mengembangkan model ini (Siswanto, 2007). Thomas J. Kakiay (2008) menyatakan bahwa masalah penugasan adalah alokasi dari banyak pekerjaan atau individu pekerja yang dinyatakan dengan m untuk mengerjakan pekerjaan atau mesin dengan unit atau biaya yang sudah ditentukan.

Metode penugasan digunakan untuk memaksimalkan keuntungan dalam suatu perusahaan. Beberapa hal yang harus diketahui dalam menyelesaikan masalah penugasan yaitu: jumlah pekerja (m), jumlah pekerjaan yang akan diselesaikan (n), penugasan pekerja pada suatu pekerjaan (x_{ij}), parameter alokasi penugasan (C_{ij}). Secara umum masalah penugasan dapat ditulis dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{maksimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; i = 1, 2, \dots, m$$
$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1; j = 1, 2, \dots, n$$

2.1 Metode Hungarian

Langkah penyelesaian metode penugasan menggunakan metode Hungarian (Dodi Raharjo, 2010) adalah sebagai berikut :

1. Identifikasi dan penyederhanaan masalah dalam bentuk matriks penugasan.
2. Menentukan nilai terbesar dari setiap baris, kemudian mengurangkan nilai terbesar dengan setiap nilai dalam baris tersebut.
3. Memeriksa apakah setiap kolom telah mempunyai nilai nol. Jika sudah lanjutkan ke langkah 4, jika belum kurangkan setiap kolom yang belum memiliki elemen nol dengan nilai terkecil.
4. Menarik garis pada baris atau kolom yang mempunyai nilai nol dengan cara memilih baris atau kolom yang memiliki nol terbanyak terlebih dahulu untuk mendapatkan garis seminimal mungkin. Jika jumlah garis sudah sama dengan jumlah baris atau kolom mata tabel telah optimal. Jika belum, maka lanjutkan ke langkah 5.
5. Mengurangkan semua nilai yang tidak tertutup garis dengan nilai terkecil, dan nilai pada perpotongan garis ditambahkan dengan nilai terkecil.
6. Jika semua baris atau kolom yang mempunyai nilai nol sudah tertutup garis, maka tabel sudah optimal.

2.2 Metode Pinalti

Langkah penyelesaian penugasan menggunakan metode pinalti adalah sebagai berikut:

1. Untuk setiap kolom dicari nilai pinalti dengan mencari selisih antara nilai terbesar dengan nilai terbesar berikutnya.
2. Lihat kolom pinalti yang paling maksimum, pilih kegiatan terbesar sesuai dengan baris atau kolom itu, dan lingkari. Kemudian coret baris dan kolom yang sesuai dengan nilai tersebut. Jika sudah ada tanda pada kolom pinalti maksimum maka pilih kegiatan terbesar dari kegiatan terkecil yang sesuai.

3. Ulangi langkah 1 dan langkah 2 sampai hanya ada satu kolom yang tidak dicoret. Kemudian pilih kegiatan terbesar dikolom terakhir, lingkari dan coret baris dan kolom yang sesuai.

Algoritma untuk mencari solusi optimal adalah sebagai berikut :

1. Pilih sel non basis yang mempunyai kegiatan terbesar.
2. Langkah menentukan solusi optimal
 - a. Bentuk *loop* atau lingkaran yang mempertimbangkan dua sel basis dan dua sel non basis, tidak lebih dari dua sel dalam *loop* pada baris dan kolom.
 - b. Buatlah total kegiatan pada sel basis (T') dan total kegiatan pada sel non basis (T).
 - c. Jika $T = T'$ maka ini menunjukkan bahwa ada solusi alternatif untuk masalah penugasan yang diberikan.
 - d. Jika $T > T'$ maka ini menunjukkan bahwa perbaikan dalam solusi awal mungkin terjadi. Jika ada tanda pada kegiatan terkecil pada sel non basis maka pilih kegiatan terbesar yang memungkinkan maksimum. Ganti sel non basis dan sel basis pada baris. Pilih lagi kegiatan terbesar pada sel non basis dan lanjutkan langkah 2. Jika $T < T'$ maka lanjut ke langkah e.
 - e. Bentuk semua kemungkinan *loop* satu per satu yang memenuhi kondisi bentuk *loop* sampai ditemukan nilai Z yang maksimum.

Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini dilakukan di CV. Surya Pelangi Pekanbaru yang merupakan salah satu perusahaan yang bergerak dalam bidang jasa pembuatan pakaian. Data yang diperoleh dari CV. Surya Pelangi adalah banyaknya produksi pakaian oleh delapan orang karyawan untuk delapan jenis pakaian. Berdasarkan data yang diberikan CV. Surya Pelangi, jika setiap karyawan hanya mengerjakan satu jenis pakaian dalam satu minggu, maka jumlah stel pakaian yang dapat diselesaikan setiap karyawan dalam satu minggu dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Data Jumlah Pakaian yang diselesaikan Setiap Karyawan

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84

Permasalahan penugasan pada Tabel 1 akan diselesaikan menggunakan metode hungarian dan metode pinalti dengan tujuan memaksimalkan jumlah produksi pakaian pada CV. Surya Pelangi.

3.1 Hasil Menggunakan Metode Hungarian

Berdasarkan Data pada Tabel 1 akan kita selesaikan menggunakan metode hungarian. Langkah pertama yaitu mengurangkan nilai terbesar pada setiap baris dengan setiap nilai pada baris tersebut. Untuk baris pertama, mengurangkan nilai terbesar yaitu 90 dengan setiap nilai pada baris tersebut. Baris kedua, mengurangkan 87 dengan semua nilai pada baris kedua. Begitu seterusnya sampai baris terakhir. Maka didapatkan tabel seperti berikut:

Tabel 2. Hasil Pengurangan Baris

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	36	6	18	27	39	21	0	12
B	19	21	6	0	30	34	15	4
C	25	31	25	6	0	13	1	19
D	18	14	0	24	31	8	3	13
E	20	12	0	15	4	6	6	12
F	26	29	35	21	0	5	17	13
G	9	0	19	31	27	20	15	9
H	24	6	26	21	15	24	8	0

Berdasarkan Tabel 2 masih terdapat kolom yang belum memiliki nilai nol yaitu kolom pertama dan kolom keenam. Untuk kolom pertama, kurangkan nilai semua nilai pada kolom pertama dengan nilai terkecil yaitu 9, begitupun untuk kolom keenam. Maka akan didapatkan solusi awal seperti tabel berikut:

Tabel 3. Solusi Awal Untuk Metode Hungarian

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	27	6	18	27	39	16	0	12
B	10	21	6	0	30	29	15	4
C	16	31	25	6	0	8	1	19
D	9	14	0	24	31	3	3	13
E	11	12	0	15	4	1	6	12
F	17	29	35	21	0	0	17	13
G	0	0	19	31	27	15	15	9
H	15	6	26	21	15	19	8	0

Setelah mendapatkan solusi awal, yang akan dilakukan selanjutnya adalah menarik garis melewati semua nol dengan cara memilih baris atau kolom yang nolnya paling banyak terlebih dahulu agar garis yang dibuat bisa seminimal mungkin. Lakukan seperti pada subbab 1.1 sampai garis yang didapatkan sama dengan jumlah baris atau kolom. Maka didapatkan solusi optimal sebagai berikut:

Tabel 4. Solusi Optimal Menggunakan Metode Hungarian

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	21	0	20	22	40	17	0	7
B	9	20	13	0	36	35	20	4
C	9	24	26	0	0	8	0	13
D	1	6	0	17	30	2	1	6
E	3	4	0	8	3	0	4	5
F	10	22	36	15	0	0	16	7
G	0	0	27	32	34	22	21	10
H	14	5	33	21	21	25	13	0

$$\text{Maks } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} = x_{G1} + x_{A2} + x_{D3} + x_{B4} + x_{F5} + x_{E6} + x_{C7} + x_{H8}$$

$$Z = 72 + 84 + 91 + 87 + 89 + 60 + 84 + 84 \\ = 651$$

3.2 Hasil Metode Pinalti

Setelah didapatkan hasil menggunakan metode hungarian, selanjutnya akan diselesaikan menggunakan metode pinalti. Berdasarkan data pada tabel 1, Menentukan nilai pinalti untuk setiap kolom dengan mengurangkan nilai terbesar dengan nilai terbesar berikutnya. Untuk kolom pertama mengurangkan 72 dengan 73. Untuk kolom kedua mengurangkan 84 dengan 81, begitu seterusnya sampai kolom kedelapan. Kemudian dari hasil pengurangan tersebut, tentukan nilai paling besar yaitu 10, kemudian menentukan nilai terbesar pada kolom yang sejajar dengan angka 10 yaitu 91. Selanjutnya, menarik garis pada baris dan kolom yang sejajar dengan angka 91. Maka didapatkan seperti pada tabel berikut:

Tabel 5. Nilai Pinalti Pertama

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84
P1	1	3	10	8	4	1	2	1

Untuk nilai pinalti berikutnya, lakukan seperti cara sebelumnya namun baris dan kolom yang sudah dilewati garis tidak dihitung. Maka untuk nilai pinalti kedua akan didapatkan seperti tabel berikut:

Tabel 6. Nilai Pinalti Kedua

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84
P1	1	3	10	8	4	1	2	1
P2	4	3	-	8	4	12	6	1

Setelah mendapatkan semua nilai pinalti, maka didapatkan solusi awal untuk metode pinalti seperti tabel berikut:

Tabel 7. Solusi Awal Metode Pinalti

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84

Berdasarkan solusi awal yang didapatkan lakukan uji optimalisasi dengan membentuk *loop* dengan mempertimbangkan nilai basis dan nonbasis. pada solusi awal nilai nonbasis terbesar adalah 89. Maka didapatkan uji optimalisasi pertama sebagai berikut:

Tabel 8. Uji Optimalisasi Pertama

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84

Berdasarkan uji optimalisasi pertama, didapatkan bahwa total nilai basis (T') dan non basis (T) yang dilewati *loop*.

$$T' = 85 + 90 + 81 + 46 + 84 = 386$$

$$T = 89 + 84 + 84 + 72 + 60 = 389$$

Karena total $T > T'$ maka tabel awal belum optimal. Ganti variabel non basis menjadi variabel basis, dan lakukan lagi pembentukan *loop* sampai tabel optimal.

Tabel 9. Uji Optimalisasi Kedua

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84

1. Menghitung total nilai basis (T') dan non basis (T) yang dilewati *loop*.

$$T' = 84 + 72 + 91 + 87 + 84 = 418$$

$$T = 90 + 81 + 73 + 81 + 79 = 389$$

Karena total $T' > T$ maka tabel sudah optimal.

Tabel 10. Solusi Optimal Menggunakan Metode Pinalti

Jenis Pakaian	Karyawan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	54	84	72	63	51	69	90	78
B	68	66	81	87	57	53	72	83
C	60	54	60	79	85	72	84	66
D	73	77	91	67	60	83	88	78
E	46	54	66	51	62	60	60	54
F	63	60	54	68	89	84	72	76
G	72	81	62	50	54	61	66	72
H	60	78	58	63	69	60	76	84

$$\text{Maks } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} = x_{G1} + x_{A2} + x_{D3} + x_{B4} + x_{F5} + x_{E6} + x_{C7} + x_{H8}$$

$$\begin{aligned} Z &= 72 + 84 + 91 + 87 + 89 + 60 + 84 + 84 \\ &= 651 \end{aligned}$$

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, Metode Hungarian dan Metode Pinalti menghasilkan alokasi penugasan optimal yang sama, dengan produksi maksimal sebanyak 651 stel pakaian. Metode Hungarian mendapatkan solusi optimal pada iterasi keempat, sedangkan metode pinalti mendapatkan solusi optimal pada iterasi kedua. berdasarkan kedua metode tersebut dapat disimpulkan bahwa metode Metode Pinalti lebih efektif dalam menyelesaikan masalah penugasan pada CV. Surya Pelangi karena dalam penyelesaiannya iterasi Metode Pinalti lebih sedikit dibandingkan Metode Hungarian.

Alokasi optimal yang didapatkan adalah sebagai berikut:

- Seragam G dikerjakan oleh karyawan 1 sebanyak 72 stel.
- Seragam A dikerjakan oleh karyawan 2 sebanyak 84 stel.
- Seragam D dikerjakan oleh karyawan 3 sebanyak 91 stel.
- Seragam B dikerjakan oleh karyawan 4 sebanyak 87 stel.
- Seragam F dikerjakan oleh karyawan 5 sebanyak 89 stel.
- Seragam E dikerjakan oleh karyawan 6 sebanyak 60 stel.
- Seragam C dikerjakan oleh karyawan 7 sebanyak 84 stel.
- Seragam H dikerjakan oleh karyawan 8 sebanyak 84 stel.

Daftar Pustaka

- [1] Raharjo Dodi. "Proses Optimasi dan Idealisasi Masalah Penugasan *Multi-Objective* Menggunakan Metode Hungaria pada Contoh Kasus Usaha Kerajinan Gitar di Ngrombo Baki Sukoharjo". *Skripsi*. Sarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta, 2010.
- [2] Rahmawati, Erlinda dkk. "Optimalisasi Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian". 2015.
- [3] Ristono dkk. "*Ekonomi Teknik*". Edisi Pertama. Graha Ilmu. Yogyakarta. 2011.
- [4] Siswanto. "*Operation Research*" Jilid 2. Erlangga. Yogyakarta. 2007.
- [5] Thomas J. Kakiay. "*Pemrograman Linear*". Andi Yogyakarta. 2008.
- [6] Uswatun, Ninda. "Penerapan Metode Penugasan Pinalti pada Masalah Penugasan yang Tidak Seimbang (Studi Kasus Satreskrim Polres Magetan)". *Jurnal dari Jurusan Matematika Universitas Brawijaya*, Malang, 2012.