

Pengembangan Model Matematika Richardson dan Aplikasinya untuk Menyelesaikan Konflik Sosial-Agama di Indonesia

Muhammad Wakhid Musthofa

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta
Jl. Marsda Adisucipto No 1, Yogyakarta, Indonesia
Korespondensi penulis : muhammad.musthofa@uin-suka.ac.id

Submitted : 19 November 2025

Accepted : 26 Januari 2026

Published : 30 Januari 2026

Abstrak

Keragaman agama di Indonesia dapat memperkaya identitas bangsa sekaligus menjadi potensi konflik sosial yang berulang apabila tidak dikelola dengan baik. Konflik sosial agama di berbagai daerah selama dua dekade terakhir menunjukkan perlunya pendekatan ilmiah yang relevan dan kontekstual untuk memahami, memetakan, dan mencegah eskalasi konflik. Penelitian ini mengembangkan model matematika Richardson agar lebih selaras dengan dinamika konflik sosial-keagamaan di Indonesia. Model klasik berbasis persamaan diferensial diadaptasi menjadi model multi-kompartemen dengan memasukkan intensitas dan reaksi antarkelompok, serta variabel perilaku dan peran strategis mediator. Model yang dihasilkan disimulasikan pada konflik Balinuraga–Agom (Lampung Selatan) dengan mengestimasi parameter dari data empiris, meliputi populasi yang terlibat, tingkat reaksi, pemicu konflik, dan intervensi pihak keamanan. Hasil simulasi menunjukkan konflik dapat dianalisis secara kuantitatif untuk mengidentifikasi kecenderungan menuju stabilitas, eskalasi, atau perdamaian. Pada kasus Balinuraga–Agom, tanpa intervensi konstruktif kerawanan konflik diprediksi tetap tinggi dan berpotensi berulang.

Kata Kunci: model matematika, Richardson, konflik sosial agama, simulasi konflik, model multi-kompartemen.

Abstract

Religious diversity in Indonesia can enrich the nation's identity but also become a potential source of recurring social conflict if not managed properly. Religious social conflicts across various regions over the past two decades demonstrate the need for a relevant, context-specific scientific approach to understand, map, and prevent the escalation of conflict. This study develops Richardson's mathematical model to better align with the dynamics of socio-religious conflict in Indonesia. The classic differential equation-based model is adapted into a multi-compartment model by incorporating intergroup intensity and reactions, behavioral variables, and the strategic role of mediators. The resulting model is simulated in the Balinuraga–Agom conflict (South Lampung) by estimating parameters from empirical data, including the

populations involved, reaction levels, conflict triggers, and security force interventions. The simulation results show that conflicts can be analyzed quantitatively to identify trends toward stability, escalation, or peace. In the case of Balinuraga–Agom, without constructive intervention, the conflict vulnerability is predicted to remain high and potentially recur.

Keywords: mathematical model, Richardson, religious social conflict, conflict simulation, multi-compartment model.

1. Pendahuluan

Hidup di tengah komunitas dengan keragaman agama, suku dan budaya adalah keniscayaan yang tidak dapat dipungkiri oleh bangsa Indonesia. Keragaman tersebut di satu sisi merupakan kelebihan dan kekayaan yang dimiliki oleh bangsa Indonesia. Namun di sisi lain, tata kehidupan berbangsa dengan keragaman agama, suku dan budaya yang berhubungan dengan interaksi antargolongan mengandung potensi konflik yang besar [1].

Konflik sosial yang terjadi di beberapa daerah di Indonesia pada lebih dari dua dasawarsa terakhir lalu, baik dalam eskalasi besar maupun kecil, telah membawa korban jiwa manusia, harta, sumber mata pencaharian dan lainnya, sehingga menghancurkan sendi-sendi kemanusian dan kebangsaan Indonesia. Nampaknya kerusuhan yang berlatar belakang sosial dan agama tersebut telah menjadi gejala yang umum bagi perjalanan hidup bangsa ini [2]. Menjelang penghujung abad ke-20 tercatat telah terjadi beberapa kali peristiwa konflik yang bernaluansa sosial maupun agama, seperti kerusuhan di Situbondo tanggal 10 Oktober 1996, di Tasikmalaya 26 Desember 1996 dan Tragedi Mei pada tanggal 13, 15 Mei 1998, yang terjadi di Jakarta, Solo, Surabaya, Palembang, dan Medan. Disusul dengan bentrokan berdarah di makam Mbah priok tahun 2010, bentrokan antar kelompok masyarakat di Desa Balinuraga Kecamatan Kalianda Lampung Selatan, dan lain-lain. Demikian beberapa rentetan terjadinya kerusuhan di Indonesia yang lebih condong bernaluansa sosial [3], [4].

Kerusuhan sosial yang bernaluansa agama pun bermunculan di Indonesia pada dasawarsa terakhir lalu, yang banyak menelan korban jiwa, harta dan mematahkan sendi-sendi kehidupan masyarakat dan agama di negeri ini. Dunia terhentakkan dengan peristiwa-peristiwa kerusuhan yang memilukan, sekaligus mengecewakan dan banyak memakan korban. Beberapa kasus yang menghentakkan diantaranya konflik Ambon-Lease tahun 1999, konflik masyarakat dengan penganut paham Ahmadiyah tahun 2008 – 2013, konflik antara penganut syiah dan sunni di Sampang Madura, dan lain-lain [3], [5].

Model matematika adalah salah satu konsentrasi keilmuan dalam matematika yang berusaha mendekati dan menerjemahkan suatu fonomena dalam kehidupan ke dalam bentuk persamaan matematika yang menggambarkan fenomena tersebut. Dengan menyelesaikan model matematika akan dihasilkan rekomendasi-rekomendasi solusi dari masalah yang dimodelkan [6], [7]. Beberapa matematikawan telah memperkenalkan model matematika yang merepresentasikan konflik yang terjadi antar elemen di masyarakat. Salah satunya adalah Richardson [8]. Richardson memodelkan konflik yang terjadi antara dua elemen masyarakat dengan memilih jumlah anggota kelompok yang bertikai dan senjata yang dimiliki masing-masing kelompok sebagai variabel utama

dalam pemodelan. Di samping itu, Richardson juga memasukkan sikap politik dari pihak yang bertikai sebagai variabel penentu.

Model matematika yang ditawarkan oleh Richardson masih sederhana dan masih dapat dikembangkan. Model matematika tersebut disajikan dengan dua persamaan diferensial yang memuat tiga variabel yaitu level persenjataan, koefisien pertahanan, dan koefisien keletihan sebagaimana disajikan dalam persamaan (1). Kelemahan model Richardson terletak pada variabel yang menyusun model tersebut belumlah sesuai dengan konteks ke-Indonesia-an sehingga model tersebut tidak cocok digunakan untuk menggambarkan situasi konflik sosial dan agama yang terjadi di Indonesia. Oleh karena itu, artikel ini bermaksud mengembangkan model matematika Richardson dengan memperluas cakupan model sesuai dengan situasi konflik sosial agama yang terjadi di Indonesia. Diharapkan dengan pengembangan model ini akan diperoleh model yang lebih relevan dan dapat lebih menggambarkan situasi konflik sosial dan agama yang terjadi di Indonesia. Sehingga dengan demikian diharapkan dapat dirumuskan solusi-solusi alternatif untuk menyelesaikan berbagai konflik sosial dan agama yang terjadi.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan pemodelan matematika untuk mengembangkan model dinamika konflik sosial agama yang relevan dengan konteks ke-Indonesia-an, berbasis pada model klasik Richardson. Pemodelan matematika dipilih karena kemampuannya untuk merepresentasikan fenomena sosial secara sistematis melalui formulasi matematis, sehingga memungkinkan dilakukannya simulasi dan analisis perilaku konflik dalam jangka panjang maupun skenario hipotetik. Proses pemodelan matematika melibatkan rangkaian langkah yang bersifat iteratif, mencakup konstruksi model, validasi, dan interpretasi hasil simulasi untuk memastikan bahwa model mampu merefleksikan fenomena yang terjadi di lapangan secara akurat [9].

Tahapan pertama dari artikel ini adalah pengembangan model matematika Richardson. Pengembangan dilakukan dalam dua arah utama: (1) memperluas model dari dua kompartemen konflik menjadi beberapa kompartemen untuk mengakomodasi realitas konflik sosial agama yang melibatkan banyak kelompok, dan (2) memasukkan jenis atau posisi kompartemen yang berperan sebagai penengah atau mediator konflik. Pendekatan ini penting mengingat konflik sosial agama di Indonesia tidak hanya melibatkan pihak-pihak yang saling berseteru, tetapi juga aktor-aktor yang berfungsi sebagai penengah dengan pengaruh signifikan dalam meredam atau memperburuk eskalasi konflik.

Berikutnya, pembahasan pada artikel ini fokus pada simulasi penerapan model yang telah dikembangkan dengan menggunakan kasus konflik antara warga Balinuraga dan Agom di Lampung Selatan sebagai studi kasus. Kasus ini dipilih karena memiliki karakteristik yang kompleks, melibatkan konflik sosial berbasis identitas agama dan adat, serta adanya intervensi aktor pihak ketiga. Melalui simulasi ini, profil dinamika konflik antar kelompok dapat dianalisis secara kuantitatif, termasuk kecenderungan eskalasi, titik keseimbangan, atau potensi penyelesaian damai di bawah pengaruh berbagai parameter

konflik. Model matematika yang digunakan berbentuk sistem persamaan diferensial orde satu yang disajikan dalam bentuk matriks, mengikuti kerangka pemodelan sosial yang diperkenalkan oleh [10]. Model ini mengintegrasikan variabel perilaku sebagai faktor pendorong atau penghambat konflik, sehingga mampu menggambarkan dinamika interaksi antar kelompok secara realistik.

Selanjutnya, analisis dilakukan terhadap model dengan menggunakan pendekatan titik tetap dan limit dinamis dalam rangka menentukan kondisi stabilitas dalam sistem konflik, serta untuk memetakan kecenderungan jangka panjang dari interaksi antar kelompok. Simulasi model dilengkapi dengan estimasi parameter yang diperoleh dari data empiris konflik Balinuraga–Agom, meliputi jumlah populasi yang terlibat, intensitas kekerasan, intervensi pihak keamanan, dan sikap sosial-politik masing-masing pihak. Validasi model dilakukan dengan membandingkan hasil simulasi dengan rekaman historis konflik dan temuan lapangan. Validitas model ditentukan berdasarkan konsistensi hasil simulasi, kecocokan prediksi model dengan pola empiris, serta kemampuannya memberikan interpretasi yang dapat dipertanggungjawabkan secara teoritis. Dengan pendekatan ini, hasil penelitian tidak hanya menghasilkan model yang sensitif terhadap konteks sosial dan budaya Indonesia, tetapi juga menyediakan dasar metodologis bagi pengambilan keputusan kebijakan yang lebih berbasis bukti dalam upaya pencegahan dan penyelesaian konflik sosial agama.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Model Matematika Richardson

Lewis Fry Richardson (1881–1953) adalah seorang ilmuan berkebangsaan Inggris. Ia adalah seorang yang memiliki kemampuan dan ketertarikan pada berbagai bidang sains. Ia banyak berkontribusi pada pengembangan sains dalam bidang meteorologi, dinamika fluida, fraktal, dan teori kekacauan (*chaos theory*) [11], [12], [13]. Selama berlangsung Perang Dunia I ia membantu pemerintah Prancis merumuskan strategi perang dan suplai logistik bagi pasukan perang [14].

Setelah Perang Dunia I usai, terjadilah perlombaan dan persaingan persenjataan perang di kalangan negara-negara Eropa. Perlombaan dan persaingan tersebut ternyata memicu konflik antar negara dan berpeluang besar meletupkan peperangan [15], [16]. Richardson mulai berfikir secara analitis bagaimana memodelkan situasi persaingan dan konflik antar negara yang sedang terjadi yang sangat rawan menimbulkan perang dunia selanjutnya. Richardson beranggapan dengan ditemukannya pola hubungan persaingan dan konflik antar negara dapat dilakukan tindakan antisipatif agar perang tidak terjadi ataupun jika perang tidak bisa dihindari maka dapat dilakukan tindakan antisipasi untuk mememimpulkan beberapa resiko dan kerugian akibat peperangan [17].

Mulailah pada tahun 1930 Richardson mengumpulkan data persaingan senjata dan konflik antar negara di Eropa. Setelah melalui proses analisis yang cukup panjang akhirnya Richardson menyajikan model matematika yang menyatakan persaingan persenjataan dan konflik antara dua negara yang dapat memicu terjadinya peperangan

antara dua negara tersebut. Model matematika Richardson disajikan dengan dua persamaan diferensial berikut [8]

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = k_1 x_2(t) - a_1 x_1(t) + g_1 \quad (1a)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = k_2 x_1(t) - a_2 x_2(t) + g_2. \quad (1b)$$

Berikut adalah arti dari variabel-variabel dalam model matematika (1) di atas.

$x_i(t)$ = Level persenjataan yang dimiliki oleh negara ke- i pada saat t , dengan $x_i(t) \in \mathbb{R}$.

k_i = Koefisien pertahanan (*defense coefficients*) mengukur tingkatan reaksi negara ke- i terhadap level persenjataan yang dimiliki oleh negara ke- j (x_j). Semakin cepat dan besar reaksi negara i terhadap level persenjataan yang dimiliki oleh negara j ditunjukkan dengan semakin besarnya bilangan k .

a_i = Koefisien kelelahan (*fatigue coefficients*) nengukur efek kendala-kendala ekonomi yang berakibat pada pengurangan proporsi level persenjataan x_i . Semakin banyak berkurangnya persenjataan negara i akibat berkurangnya anggaran yang dialokasikan ditandai dengan semakin besarnya nilai a_i .

g_i = Suku keluhan (*grievance term*) mengukur preferensi politik dan persepsi negara ke- i akan peperangan. Nilai dari g_i akan positif jika negara i mempunyai kecenderungan untuk menyerang negara j dan memiliki kekhawatiran yang berlebihan akan serangan dari negara j . Sebaliknya, nilai dari g_i akan negatif jika negara i mempunyai kecenderungan untuk berdamai atau berkoalisi dengan negara j .

3.2 Titik Keseimbangan Model

Titik keseimbangan (*equilibrium point*) adalah suatu kondisi dimana pada kondisi tersebut persaingan persenjataan dan konflik antara dua negara bersifat statis (cenderung tetap dan tidak berubah) pada suatu keadaan meskipun variabel yang mempengaruhi persaingan persenjataan dan konflik tersebut tetap ada dan mengalami perubahan [18]. Kondisi ini disebut juga dengan istilah *balance of power*. Dalam konteks konflik antara dua negara, hal ini bisa dimaknai bahwa suatu kondisi tidak terjadi peperangan meskipun variabel maupun sebab-sebab yang mempengaruhi peperangan tersebut tetap ada dan berubah-ubah secara dinamis [19].

Melalui titik ekuilibrium perilaku persaingan persenjataan dan konflik dua negara dapat dianalisis. Berdasarkan analisis perilaku tersebut selanjutnya dapat dirumuskan solusi yang harus direkomendasikan kepada masing-masing negara.

Dalam tinjauan matematis, titik equilibrium terjadi ketika ruas kiri dari dua persamaan (1) bernilai nol, yaitu

$$k_1x_2 - a_1x_1 + g_1 = 0 \quad (2a)$$

$$k_2x_1 - a_2x_2 + g_2 = 0. \quad (2b)$$

Jika g_i persamaan (2a) dan (2b) dipindah di ruas kanan dan dikalikan dengan -1 , maka diperoleh persamaan

$$a_1x_1 - k_1x_2 = g_1 \quad (3a)$$

$$k_2x_1 - a_2x_2 = -g_2. \quad (3b)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (3) di atas maka didapat nilai x_1 dan x_2

$$x_1 = \frac{k_1g_1 + a_2g_1}{a_1a_2 - k_1k_2} \quad \text{dan} \quad x_2 = \frac{k_2g_1 + a_1g_2}{a_1a_2 - k_1k_2} \quad (4)$$

dengan syarat

$$a_1a_2 - k_1k_2 \neq 0. \quad (5)$$

Sehingga, secara teoritis jika diinginkan tidak terjadi perang antara dua negara yang dalam kondisi eksistensi persaingan senjata maka level persenjataan kedua negara haruslah memenuhi persamaan (4) dan harus dicari koefisien-koefisien k_1, k_2, a_1 dan a_2 yang memenuhi persamaan (5).

Pada persamaan (4), salah satu bentuk titik keseimbangan didapat dengan mengambil nilai $g_1 = g_2 = 0$. Untuk nilai tersebut akan didapat titik keseimbangan $(x_1^*, x_2^*) = (0,0)$, untuk berapapun nilai koefisien k_1, k_2, a_1 dan a_2 . Hal ini menunjukkan bahwa bagaimanapun kondisi reaksi suatu negara terhadap level persenjataan yang dimiliki oleh negara lainnya dan meskipun tidak ada kendala-kendala ekonomi yang berakibat pada pengurangan proporsi level persenjataan, tetap saja perang antara dua negara tidak akan terjadi jika kedua negara tersebut memang tidak mempunyai hasrat untuk berperang ($g_1 = g_2 = 0$). Atau jika kedua negara tersebut menerapkan kebijakan untuk tidak berperang. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa dari ketiga suku yang menyusun model matematika (1), suku g_i yaitu kebijakan politik negara ke- i memegang peranan yang sangat penting untuk menentukan terjadinya perang.

3.3 Kritik dan pengembangan model matematika Richardson

Model matematika situasi konflik dua negara yang dikembangkan oleh Richardson di satu pihak menjadikan pemicu bermunculannya publikasi dan konstruksi model-model lain yang menggambarkan persaingan senjata antar negara. Di lain pihak, bermunculan pula berbagai kritik terhadap model tersebut ketika model tersebut diaplikasikan untuk menganalisis permasalahan perang antarnegara di dunia [16], [20], [21]. Salah satu kritik yang banyak dikemukakan adalah model tersebut masih mengasumsikan semua negara memiliki struktur sosial-politik yang sama yang terlambang dengan variabel $x_i(t)$ [8]. Di samping mengundang banyak kritik, model Richardson juga memberi peluang pengembangan model konflik dengan memperinci level $x_i(t)$ yang disesuaikan dengan kondisi sosial-politik masing-masing negara.

Aspek lain dari model Richardson yang masih dapat dikembangkan adalah dalam hal jumlah negara yang bertikai. Hal ini sesuai dengan fakta bahwa banyak kasus konflik di dunia ini yang melibatkan lebih dari dua negara. Selain itu, model Richardson dapat pula dikembangkan dalam aspek jenis/posisi negara yang bertikai. Selain beberapa negara yang terlibat dalam pertikaian, sering pula muncul pihak ketiga yang berperan sebagai penengah/mediator antar pihak yang bertikai. Pihak ketiga ini dapat berupa sebuah negara dapat pula berupa sebuah badan/organisasi seperti Perserikatan Bangsa-Bangsa, Organisasi Konferensi Islam, Uni Eropa, dll.

3.4 Pengembangan Model Matematika Richardson

Secara umum model matematika Richardson menyajikan dinamika konflik yang terjadi antara dua kompartemen, yang pada awalnya dinyatakan dalam bentuk suatu negara. Berdasarkan keumuman bentuknya, kompartemen dalam model matematika Richardson dapat pula diganti dengan suku ataupun kelompok orang yang memiliki dinamika yang sama dengan model tersebut. Pada bagian ini model matematika Richardson akan dikembangkan dengan menginterpretasikan kompartemen dalam model tersebut adalah sekelompok orang di Indonesia yang mengalami konflik sosial agama. Pengembangan model dilakukan baik dalam aspek jumlah kompartemennya, yaitu dengan mengakomodasi sejumlah hingga kelompok yang terlibat konflik maupun dari aspek jenis kompartemennya, yaitu dengan memasukkan kelompok penengah/mediator dari dua kelompok yang bertikai.

3.4.1 Pengembangan dalam aspek jumlah kompartemen

Pada bagian ini model matematika Richardson akan diadopsi untuk mendeskripsikan situasi konflik dengan latar belakang sosial agama yang terjadi di Indonesia. Selain itu, model tersebut juga akan dikembangkan dengan memperbesar jumlah kompartemennya dari dua kompartemen menjadi n kompartemen. Dinamika masing-masing kompartemen yang terlibat konflik diasumsikan tetap mengikuti dinamika pada model terdahulu.

Masalah yang ingin diselesaikan adalah mengkonstruksikan model matematika yang mendeskripsikan tendensi dan kecenderungan konflik sosial agama antara beberapa kelompok masyarakat di Indonesia. Dimisalkan terdapat n kelompok masyarakat yang satu dan lainnya saling terlibat dalam sebuah konflik yang dilatarbelakangi motif sosial agama. Selanjutnya akan dianalisis tendensi dan kecenderungan konflik sosial agama tersebut. Apakah konflik tersebut semakin lama akan terus membesar dan bertambah ekskalasinya, apakah stagnan pada kondisi konflik tertentu, atau akan mengarah kepada perdamaian antarkelompok.

3.4.1.1 Asumsi pemodelan

Untuk mengkonstruksikan model matematika yang mendeskripsikan tendensi konflik sosial agama di Indonesia, diasumsikan bahwa tendensi konflik sosial agama dipengaruhi oleh:

1. Reaksi kelompok ke- i akan konflik yang terjadi antara kelompok tersebut dengan kelompok lainnya.
2. Reaksi kelompok lainnya akan konflik yang terjadi antara kelompok tersebut dengan kelompok ke- i .
3. Sikap, sudut pandang dan perilaku kelompok ke- i terhadap konflik yang sedang dihadapinya.

3.4.1.2 Model matematika

Berdasarkan asumsi-asumsi di atas dapat disusun model matematika yang menggambarkan tendensi dan kecenderungan konflik sosial-agama dari n kelompok masyarakat yang terlibat sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= k_{11}x_1(t) + k_{12}x_2(t) + \dots + k_{1n}x_n(t) + g_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= k_{21}x_1(t) + k_{22}x_2(t) + \dots + k_{2n}x_n(t) + g_2 \\ &\vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} &= k_{n1}x_1(t) + k_{n2}x_2(t) + \dots + k_{nn}x_n(t) + g_n. \end{aligned} \quad (6)$$

Berikut adalah arti dari variabel dan parameter dalam model matematika (6) di atas.

$$x_i(t) = \text{tendensi dan kecenderungan konflik sosial-agama kelompok ke-}i \text{ pada saat } t, \text{ dengan } x_i(t) \in \mathbb{R}.$$

- k_{ij} = koefisien reaksi, mengukur tingkatan reaksi kelompok ke- i terhadap konflik yang terjadi antara dirinya dengan kelompok ke- j . Semakin cepat dan besar reaksi kelompok i terhadap konfliknya dengan kelompok j ditunjukkan dengan semakin besarnya bilangan k .
- g_i = sikap, sudut pandang dan perilaku kelompok ke- i terhadap konflik yang sedang dihadapinya. Nilai dari g_i akan positif jika kelompok i mempunyai kecenderungan untuk menyerang kelompok-kelompok lain dan memiliki kekhawatiran yang berlebihan akan serangan dari kelompok-kelompok lain. Sebaliknya, nilai dari g_i akan negatif jika kelompok i mempunyai kecenderungan untuk berdamai atau berkoalisi dengan kelompok-kelompok lain.

3.4.1.3 Analisis solusi model

Titik tetap model matematika (6) diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut

$$\begin{aligned} k_1x_1(t) + k_{12}x_2(t) + \dots + k_{1n}x_n(t) + g_1 &= 0 \\ k_{21}x_1(t) + k_2x_2(t) + \dots + k_{2n}x_n(t) + g_2 &= 0 \\ &\vdots \\ k_{n1}x_1(t) + k_{n2}x_2(t) + \dots + k_nx_n(t) + g_n &= 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Persamaan (7) dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{pmatrix} k_1 & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_2 & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Sehingga titik tetap $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan

$$X = -K^{-1}g, \tag{8}$$

dengan matriks $K = \begin{pmatrix} k_1 & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_2 & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_n \end{pmatrix}$, dan vektor $g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix}$.

3.4.1.4 Interpretasi model dalam dunia konflik

Titik tetap X yang diperoleh dari persamaan (8) mengandung makna tendensi dan kecenderungan konflik sosial-agama masing-masing kelompok pada masa yang akan datang yang akan stabil dan tidak mengalami perubahan. Melalui titik tetap tersebut dapat dilihat bagaimana pola dan tingkatan konflik sosial dan agama yang terjadi beserta langkah-langkah yang harus dilakukan untuk mencegah membesarnya konflik tersebut.

3.4.2 Pengembangan dalam aspek jenis kompartemen

Bagian ini akan mengembangkan model matematika Richardson dalam keadaan situasi konflik antara tiga kelompok yang bertikai, yang dinotasikan A, B, dan C, dengan keadaan sebagai berikut:

- Kelompok A mempunyai kecenderungan sangat ingin bertikai dan memusuhi kelompok C.
- Kelompok B adalah netral dan berkedudukan sebagai penengah/mediator bagi konflik antara kelompok A dan C.
- Kelompok C mempunyai konflik dengan kelompok A tetapi enggan memusuhi kelompok A dan cenderung mengajak damai dengan kelompok A.

Pada situasi konflik antar tiga kelompok masyarakat tersebut akan dianalisis tendensi dan kecenderungan konflik yang terjadi. Apakah konflik tersebut semakin lama akan terus membesar dan bertambah ekskalasinya, apakah stagnan pada kondisi konflik tertentu atau akan mengarah kepada perdamaian.

3.4.2.1 Konstruksi asumsi pemodelan

Dinamika tendensi dan kecenderungan konflik yang terjadi antar tiga kelompok masyarakat yang dipaparkan di atas, diasumsikan mengikuti asumsi bahwa tendensi dan kecenderungan konflik kelompok ke- i pada saat $t = k + 1$ bergantung dari:

1. Tendensi dan kecenderungan konflik masing-masing kelompok pada waktu $t = k$. Tendensi ini dapat naik dan turun bergantung pada upaya-upaya yang menyulut konflik maupun yang mendamaikan konflik seperti peran tokoh-tokoh masyarakat dalam mendamaikan konflik, dan sebagainya [22].
2. Respon dan reaksi kelompok lain terhadap kelompok ke- i .

3. Sikap, sudut pandang dan perilaku kelompok ke-*i* terhadap konflik yang sedang dihadapinya.

3.4.2.2 Model matematika

Berdasarkan asumsi yang disusun di atas, dapat diturunkan model matematika yang mendeskripsikan tendensi dan kecenderungan konflik antar tiga kelompok masyarakat yang bertikai. Jika variabel x , y , dan z menyatakan secara berturut-turut tendensi dan kecenderungan konflik sosial-agama kelompok A, B, dan C, maka didapat model matematika (dalam bentuk diskret) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f_A x_k + a_{AB} y_k + a_{AC} z_k + g_A \\y_{k+1} &= f_B y_k + a_{BA} x_k + a_{BC} z_k + g_B \\z_{k+1} &= f_C z_k + a_{CA} x_k + a_{CB} y_k + g_C\end{aligned}\quad (9)$$

Berikut adalah arti dari variabel-variabel dalam model matematika (9) di atas.

- x_k = tendensi dan kecenderungan konflik sosial agama kelompok A pada saat $t=k$, dengan $x_k \in \mathbb{R}$.
- y_k = tendensi dan kecenderungan konflik sosial agama kelompok B pada saat $t=k$, dengan $y_k \in \mathbb{R}$.
- z_k = tendensi dan kecenderungan konflik sosial agama kelompok C pada saat $t=k$, dengan $z_k \in \mathbb{R}$.
- f_i ,
 $i = A, B, C$ = dinamika internal hal-hal yang mempengaruhi naik dan turunnya pemicu konflik pada kelompok ke-*i*.
- a_{ij} ,
 $i, j = A, B, C$ = koefisien reaksi mengukur tingkatan reaksi kelompok ke-*i* terhadap konflik yang terjadi antara dirinya dengan kelompok ke-*j* (x_j). Semakin cepat dan besar reaksi kelompok *i* terhadap konfliknya dengan kelompok *j* ditunjukkan dengan semakin besarnya bilangan a .
- g_i ,
 $i = A, B, C$ = sikap, sudut pandang dan perilaku kelompok ke-*i* terhadap konflik yang sedang dihadapinya. Nilai dari g_i akan positif jika kelompok *i* mempunyai kecenderungan untuk menyerang kelompok-kelompok lain dan memiliki kekhawatiran yang berlebihan akan serangan dari kelompok-kelompok lain. Sebaliknya, nilai dari g_i akan negatif jika kelompok *i* mempunyai kecenderungan untuk berdamai atau berkoalisi

dengan kelompok-kelompok lain.

3.4.2.3 Analisis solusi model

Representasi bentuk matriks dari persamaan (9) adalah

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_A & a_{AB} & a_{AC} \\ a_{BA} & f_B & a_{BC} \\ a_{CA} & a_{CB} & f_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_A \\ g_B \\ g_C \end{pmatrix}.$$

Persamaan tersebut dapat ditulis sebagai

$$X_{k+1} = AX_k + g$$

dengan matrik A adalah

$$A = \begin{pmatrix} f_A & a_{AB} & a_{AC} \\ a_{BA} & f_B & a_{BC} \\ a_{CA} & a_{CB} & f_C \end{pmatrix}$$

dan vektor g adalah

$$g = \begin{pmatrix} g_A \\ g_B \\ g_C \end{pmatrix}.$$

3.4.2.3.1 Kondisi *Steady State*

Kondisi *steady state* adalah suatu kondisi pada masa yang akan datang dimana situasi/kondisi konflik pada kelompok yang bertikai pada masa tersebut akan tetap pada suatu keadaan dan tidak mengalami perubahan [23], [24]. Kondisi ini dapat terjadi jika dipenuhi persamaan

$$X_{k+1} = X_k.$$

Untuk menentukan kondisi ini dapat terjadi, didefinisikan X_s adalah vektor *steady state* dan akan diselesaikan persamaan berikut

$$X_s = AX_s + g.$$

(10)

Untuk memudahkan mencari penyelesaian dari persamaan (10), ubah persamaan tersebut menjadi

$$(I_n - A)X_s = g . \quad (11)$$

Persamaan (11) adalah persamaan sistem nonhomogen, yang memiliki tiga kemungkinan solusi:

1. Persamaan (11) tidak mempunyai solusi.
2. Terdapat solusi tunggal jika $(I_n - A)$ mempunyai invers.
3. Terdapat solusi, tetapi beberapa komponen dalam solusi tersebut bernilai negatif, sehingga tidak memiliki tafsiran dalam realitanya.

Sehingga kondisi *steady state* dapat dijumpai jika diperoleh kondisi matriks $(I_n - A)$ yang mempunyai invers.

3.4.2.3.2 Limit barisan X_k

Selain menggunakan kondisi *steady state*, penentuan kecenderungan konflik jangka panjang di masa yang akan datang dapat pula dengan cara menganalisis pola barisan X_k untuk nilai-nilai $k = 1, 2, 3, \dots$ sebagai berikut.

$$X_1 = AX_0 + g$$

$$X_2 = AX_1 + g = A(AX_0 + g) + g = A^2X_0 + Ag + g$$

$$X_3 = AX_2 + g = A(A^2X_0 + Ag + g) = A^3X_0 + A^2g + Ag + g$$

atau secara umum dapat dinyatakan,

$$X_k = A^k X_0 + A^{k-1}g + \dots + Ag + g . \quad (12)$$

Barisan X_k dengan rumusan pola (12) memiliki tiga alternatif limit barisan sebagai berikut.

1. Nilai X_k sangat besar dan menuju tak hingga. Hal ini mengindikasikan konflik jangka panjang di masa yang akan datang tidak terkendali, akan terus meluas dan terjadi kekacauan.
2. Nilai X_k menuju suatu nilai tertentu (*steady state*). Hal ini mengindikasikan situasi konflik jangka panjang di masa yang akan datang dapat dikendalikan pada suatu tingkatan konflik tertentu.
3. Nilai X_k menuju nol, Hal ini mengindikasikan tidak terdapat konflik di masa yang akan datang atau terjadi perdamaian antarpihak yang bertikai.

3.4.2.3.2 Tingkat Kerawanan Konflik

Tingkat kerawanan konflik antar kelompok x dan y didefinisikan sebagai selisih nilai mutlak dari x_k dan y_k yaitu $|x_k - y_k|$. Semakin besar hasil nilai mutlak tersebut semakin rawan konflik tersebut untuk terjadi dan semakin buruk pula akibat yang akan ditimbulkannya. Tingkat kerawanan konflik dapat dibagi menjadi 3 kategori sebagai berikut:

- (1) $0 < |x_k - y_k| \leq 1$ tidak rawan konflik
 - (2) $1 < |x_k - y_k| \leq 3$ rawan konflik
 - (3) $|x_k - y_k| > 3$ sangat rawan konflik.
- (13)

3.5 Penerapan pada Konflik Sosial Agama di Indonesia

Pada bagian ini akan dibahas penerapan model matematika (9) pada konflik sosial yang terjadi antara warga Desa Agom dan Desa Balinuraga di Kecamatan Kalianda Kabupaten Lampung Selatan yang terjadi pada Bulan Oktober 2012.

3.5.1 Kronologi Konflik

Pada tanggal 28 Oktober 2012 dini hari telah terjadi bentrokan antarwarga Desa Agom dengan Desa Balinuraga di Kecamatan Kalianda Kabupaten Lampung Selatan. Bentrokan tersebut mengakibatkan 14 warga tewas, seorang kritis, dan 8 rumah dibakar massa. Kronologi kejadian amuk massa itu berawal Sabtu 27 Oktober 2012 malam saat 2 gadis remaja dari Desa Agom yang melintas di Desa Balinuraga, jatuh dari motor. Kedua gadis ini bukannya mendapatkan pertolongan dari para pemuda yang nongkrong di desa itu malah dilecehkan dengan cara dicolek-colek tubuhnya. Tidak terima diperlakukan tak senonoh membuat kedua gadis ini melapor kepada kedua orangtuanya. Kemudian ratusan warga Agom menyerang Desa Balinuraga [25], [26].

Ternyata pada saat diserang, warga Desa Balinuraga sudah siap dengan sejumlah tombak yang langsung dihujamkan ke arah penyerangnya. Akibat ayunan tombak ini menewaskan tiga penyerang dari Desa Agom dan 1 orang sekarat. Korban tewas Yahya, 40, Marhadan, 35, dan Alwi, 35, sedangkan yang sekarat Ramli. Massa dari Desa Agom semakin panas setelah mengetahui warganya yang melakukan penyerbuan pada Minggu 28 Oktober 2012 dinihari pukul 03:00 tersebut terbunuh. Informasi adanya penembakan itu dengan cepat menyebar luas hingga ke berbagai desa tetangga Desa Agom. Warga pun terbakar emosinya dan bersiap membantu menyerang kembali. Sekitar seribu warga Desa Agom kemudian berkumpul lalu berjalan kaki menyerang Desa Balinuraga di hari Minggu dini hari [27].

Suasana Desa Balinuraga mencekam, sejumlah rumah warga hangus dibakar massa. Massa melampiaskan emosi dengan merusak dan membakar apa saja yang mereka temui. Desa Balinuraga saat itu sudah ditinggalkan penghuninya menyelamatkan diri. Ada

sekitar 8 rumah yang rata dengan tanah. Massa yang membawa senjata tajam dari mulai parang, pedang, golok, clurit, bahkan senapan angin, tidak mampu dibendung anggota Brimob yang jumlahnya kalah banyak dibanding jumlah massa. Sejumlah 3 kompi Brimob sudah bersiaga melakukan pengamanan di Desa Balinuraga yang diserang warga tetangganya. Sementara 700 anggota Brimob dari Polda Lampung dibantu TNI sudah dikerahkan melakukan penjagaan ketat di Desa Balinuraga maupun Desa Agom [28].



Gambar 1. Ribuan Orang Usai Menyerang Desa Balinuraga, Lampung Selatan



Gambar 2. Ribuan Warga Terlibat Penyerangan dan Pembakaran Rumah di Desa Balinuraga, Kecamatan Kalianda, Lampung Selatan.

Saat itu, terdapat 1.108 pengungsi yang terdata. Dari jumlah tersebut sebanyak 247 diantaranya merupakan anak-anak. Berdasarkan pendataan petugas, sebanyak 7 rumah rusak, 11 sepeda motor dibakar, 1 gedung sekolah dasar dibakar, 1 unit mobil minibus dan 2 unit mobil jip juga dibakar [29].

3.5.2 Analisis konflik dengan model matematika

Merujuk pada model matematika (9), dimisalkan variabel x menyatakan tendensi dan kecenderungan konflik warga Desa Agom, variabel y menyatakan tendensi dan kecenderungan konflik kepolisian (TNI dan Brimob), dan variabel z menyatakan tendensi dan kecenderungan konflik warga Desa Balinuraga. Dalam kasus konflik sosial antara warga Desa Agom dengan Desa Balinuraga sebagaimana dipaparkan di atas, terlihat bahwa tendensi dan reaksi konflik lebih dipengaruhi oleh variabel jumlah warga masing-masing desa. Oleh karena itu, dapat dibuat asumsi bahwa reaksi konflik sebanding dengan jumlah warga masing-masing desa yang terlibat dalam konflik. Selanjutnya, untuk menghitung tendensi konflik, masing-masing parameter yang terdapat dalam model matematika (9) perlu diestimasi. Estimasi parameter dilakukan melalui dua tahap: estimasi awal berbasis data sekunder dan kalibrasi numerik (*fitting*) melalui optimisasi terbatasi, keduanya akan dijelaskan dalam bagian berikut.

3.5.2.1 Pembentukan observasi berdasarkan sumber data sekunder

Penelitian ini menggunakan data sekunder dari dokumen/berita dan laporan yang merekam kronologi, skala pelibatan massa, serta intervensi keamanan pada konflik Balinuraga–Agom. Informasi kuantitatif yang digunakan mencakup: sekitar 1000 massa penyerang dari Desa Agom, 700 personil (Brimob/TNI) yang dikerahkan, dan 1.108 pengungsi dari Balinuraga (diasumsikan hanya laki-laki yang terlibat langsung), serta indikator dampak (rumah rusak/terbakar, kendaraan dibakar).

Untuk keperluan *fitting*, indikator empiris tersebut dipetakan menjadi deret waktu diskret ($k = 0, 1, 2, \dots, T$) berupa indeks intensitas konflik per kompartemen (x_k, y_k, z_k) dengan normalisasi (misalnya ke rentang 0–1) berdasarkan (i) jumlah pelibat, (ii) intensitas kejadian pada fase puncak, dan (iii) fase pascaintervensi (ketika penjagaan ketat dilakukan).

3.5.2.2 Estimasi awal parameter

Estimasi awal didasarkan pada asumsi bahwa reaksi konflik sebanding dengan jumlah warga yang terlibat. Dengan pemetaan kompartemen: x = warga Agom (A), y = kepolisian/TNI (B), z = warga Balinuraga (C), maka koefisien reaksi awal ditetapkan sebagai rasio populasi terlibat:

- Koefisien $a_{BC} = a_{CB} = 0$, karena warga Desa Balinuraga dan polisi tidak terlibat konflik.
- Diketahui jumlah warga Desa Agom yang terlibat dalam penyerangan ke Desa Balinuraga adalah 1000 orang. Sedangkan jumlah penduduk Desa Balinuraga yang mengungsi adalah 1.108 orang. Jumlah tersebut diasumsikan terdiri dari laki-laki, wanita dan anak-anak, dan diasumsikan hanya laki-laki saja yang terlibat dalam konflik. Sehingga jumlah warga Desa Balinuraga yang terlibat konflik (penyerangan) adalah $\frac{1.108}{3} = 370$. Koefisien reaksi warga Desa Agom terhadap konflik yang terjadi antara mereka dengan warga Desa Balinuraga adalah $a_{AC} = \frac{1.000}{1.000 + 370} = \frac{1.000}{1.370} = 0,73$. Sedangkan koefisien reaksi warga Desa Balinuraga terhadap konflik yang terjadi antara mereka dengan warga Desa Agom adalah $a_{CA} = \frac{370}{370 + 1.000} = \frac{370}{1370} = 0,27$.
- Diketahui jumlah polisi yang menjaga wilayah Desa Balinuraga dari serangan 1000 warga Desa Agom adalah 700 personil. Sehingga koefisien reaksi polisi terhadap serangan warga Desa Agom adalah $a_{BA} = \frac{700}{700 + 1.000} = \frac{700}{1700} = 0,41$. Sedangkan koefisien reaksi warga Desa Agom terhadap aksi polisi adalah $a_{AB} = \frac{1000}{700 + 1.000} = \frac{1000}{1700} = 0,59$.

- Karena warga Desa Agom menyerang warga Desa Balinuraga maka faktor pemicu konflik warga Desa Agom lebih tinggi dibanding dengan warga Desa Balinuraga, yaitu $f_A > f_C$. Sedangkan faktor pemicu konflik untuk polisi adalah $f_B = 0$ karena polisi tidak terlibat konflik. Dengan mempertimbangkan jumlah warga Desa Agom yang menyerang adalah 1000 orang dan jumlah warga Desa Balinuraga yang diserang adalah 370 orang maka didapat koefisien $f_A = 1$ dan $f_C = 0.37$.
- Perilaku warga Desa Agom yang menyerang dan warga Desa Balinuraga yang cenderung menahan serangan dan akhirnya mengungsi memberikan makna $g_A = 1$ dan $g_C = 0.5$. Sedangkan aksi polisi yang menahan serangan warga Desa Agom diberi nilai $g_B = 0.33$.

3.5.2.3 Analisis konflik

Berdasarkan estimasi parameter di atas didapat persamaan matematika

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.59 & 0.73 \\ 0.41 & 0 & 0 \\ 0.27 & 0 & 0.37 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0.33 \\ 0.5 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Selanjutnya akan dicari keadaan *steady state* untuk model matematika (14) di atas. Berdasarkan persamaan (11) vektor *steady state* X_s dapat diperoleh dari persamaan

$$X_s = (I_3 - A)^{-1} g, \quad (15)$$

dengan matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 0.59 & 0.73 \\ 0.41 & 0 & 0 \\ 0.27 & 0 & 0.37 \end{pmatrix}$ dan vektor $g = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.33 \\ 0.5 \end{pmatrix}$. Dengan menyelesaikan persamaan (15) didapat vektor *steady state*

$$X_s = \begin{pmatrix} -3.20 \\ -0.98 \\ -0.59 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Vektor *steady state* di atas dapat diinterpretasikan sebagai kondisi kecenderungan konflik jangka panjang di masa yang akan datang antara warga Desa Agom dengan warga Desa Balinuraga. Artinya, pada masa yang akan datang tendensi kecenderungan konflik antara warga Desa Agom dengan warga Desa Balinuraga akan tetap pada suatu angka yang mewakili tendensi konflik, yaitu

- tendensi konflik warga Desa Agom = -3.20
- tendensi konflik warga Desa Balinuraga = -0.59.

Selisih tendensi konflik kedua warga desa tersebut adalah $| -3.20 - (-0.59) | = 2.61$.

Mengacu pada kategori persamaan (13), konflik antara warga Desa Agom dengan warga Desa Balinuraga termasuk kategori rawan untuk terulang kembali. Artinya jika tidak ada upaya yang serius untuk menyelesaikan sebab-sebab yang dapat memicu konflik antara dua warga desa tersebut maka di masa yang akan datang konflik yang serupa dapat terulang kembali.

4. Kesimpulan

Dalam makalah ini telah dibahas pengembangan model matematika Richardson baik dari aspek penambahan jumlah maupun aspek keragaman jenis kompartemennya. Melalui pengembangan model tersebut dapat dianalisis tendensi dan kecenderungan konflik yang sedang terjadi pada masa yang akan datang. Selain itu dapat ditentukan pula tingkat kerawanan konflik dan peluang terjadinya kembali konflik yang sama. Aplikasi model yang dikembangkan pada kasus konflik sosial antara warga Desa Agom dengan warga Desa Balinuraga di Lampung Selatan juga telah disajikan.

Pengembangan model matematika Richardson pada pemodelan konflik sosial agama di Indonesia masih sangat terbuka. Diantaranya adalah pengembangan model dengan membagi setiap kelompok menjadi beberapa subpopulasi sesuai dengan kontribusi masing-masing subpopulasi tersebut terhadap konflik yang terjadi. Selain itu, pengembangan model dapat diarahkan pada penyusunan rekomendasi kebijakan yang konkret ataupun simulasi kebijakan (*scenario analysis*) yang menunjukkan bagaimana intervensi yang dilakukan berbasis temuan pada model mampu mengubah trajektori konflik. Dengan demikian diharapkan akan diperoleh model yang lebih akurat dalam merepresentasikan konflik yang terjadi.

Daftar Pustaka

- [1] A. R. Arifianto, “Rising Islamism and the Struggle for Islamic Authority in Post- Reformasi Indonesia,” *TRANS: Trans -Regional and -National Studies of Southeast Asia*, vol. 8, no. 1, pp. 37–50, May 2020, doi: 10.1017/trn.2019.10.
- [2] E. Aspinall, “Review essay: Ethnic and Religious Violence in Indonesia,” *Australian Journal of International Affairs*, vol. 62, no. 4, pp. 558–572, 2008.
- [3] I. Tholkhah and M. Ali, *Konflik sosial bernuansa agama di Indonesia*. Jakarta: Departemen Agama Republik Indonesia, 2002.
- [4] S. R. Panggabean and B. Smith, “Explaining anti-Chinese riots in late 20th century Indonesia,” *World Dev*, vol. 39, no. 2, pp. 231–242, 2011.
- [5] A. W. Muqoyyidin, “Potret konflik bernuansa agama di Indonesia,” *Analisis*, vol. 12, 2012.
- [6] A. Saltelli and A. Puy, “What can mathematical modelling contribute to a sociology of quantification?,” *Humanit Soc Sci Commun*, vol. 10, no. 1, p. 213, May 2023, doi: 10.1057/s41599-023-01704-z.
- [7] R. Verma, V. Lobos-Ossandón, J. M. Merigó, C. Cancino, and J. Sienz, “Forty years of applied mathematical modelling: A bibliometric study,” *Appl Math Model*, vol. 89, pp. 1177–1197, 2021.
- [8] J. Scheffran, “Calculated Security? Mathematical modelling of conflict and cooperation,” *Mathematics and War*, pp. 390–412, 2003.

- [9] F. R. Giordano, M. D. Weir, and W. P. Fox, *A First Course in Mathematical Modeling*. Brooks/Cole, 2013.
- [10] J. N. Kapur, *Mathematical Modeling*. Wiley Eastern, 1985.
- [11] J. Scheffran, “Weather, War, and Chaos: Richardson’s Encounter with Molecules and Nations,” 2020, pp. 87–99. doi: 10.1007/978-3-030-31589-4_8.
- [12] P. A. C. Raats and J. H. Knight, “The Contributions of Lewis Fry Richardson to Drainage Theory, Soil Physics, and the Soil-Plant-Atmosphere Continuum,” *Front Environ Sci*, vol. 6, Apr. 2018, doi: 10.3389/fenvs.2018.00013.
- [13] J. C. R. Hunt, “Lewis F. Richardson and his contributions to mathematics, meteorology, and models of conflict,” *Annu Rev Fluid Mech*, vol. 30, pp. 8–36, 1998.
- [14] O. M. Ashford, *Prophet or Professor?: The Life and Work of Lewis Fry Richardson*. Bristol., 1985.
- [15] C. S. Gray, “The Arms Race Phenomenon,” *World Polit*, vol. 24, no. 1, pp. 39–79, Oct. 1971, doi: 10.2307/2009706.
- [16] M. D. Intriligator, “Strategic Considerations in the Richardson Model of Arms Races,” *Journal of Political Economy*, vol. 83, no. 2, pp. 339–354, Apr. 1975, doi: 10.1086/260326.
- [17] G. D. Hess, *Quantitative Sociodynamics: Stochastic Methods and Models of Social Interaction Processes*. Boston, 1995.
- [18] S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Berlin: Springer-Verlag, 2003.
- [19] J. D. Fearon, “Arming and Arms Races,” California, 2011.
- [20] M. D. Intriligator and D. L. Brito, “Can arms races lead to the outbreak of war?,” *Journal of Conflict Resolution*, vol. 28, no. 1, pp. 63–84, 1984.
- [21] A. Rapoport, “Lewis F. Richardson’s mathematical theory of war,” *Conflict Resolution*, vol. 1, no. 3, pp. 249–299, Sep. 1957, doi: 10.1177/002200275700100301.
- [22] W. R. Jati, “Kearifan lokal sebagai resolusi konflik keagamaan,” *Walisongo: Jurnal Penelitian Sosial Keagamaan*, vol. 21, no. 2, pp. 393–416, 2013.
- [23] W. Eggert, J. Itaya, and K. Mino, “A dynamic model of conflict and appropriation,” *J Econ Behav Organ*, vol. 78, no. 1–2, pp. 167–182, Apr. 2011, doi: 10.1016/j.jebo.2011.01.003.
- [24] R. A. Becker, “On the Long-Run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with Heterogeneous Households,” *Q J Econ*, vol. 95, no. 2, p. 375, Sep. 1980, doi: 10.2307/1885506.
- [25] M. A. Humaedi, “Kegagalan akulturasi budaya dan isu agama dalam konflik Lampung,” *Analisa: Jurnal of Social Science and Religion*, vol. 21, no. 2, pp. 149–162, 2014.
- [26] F. Azzahra, A. S. Faijah, and W. Adiansah, “ANALISIS KONFLIK KERUSUHAN ETNIS LAMPUNG DAN BALI BERDASARKAN KONSEP PENAHAPAN KONFLIK,” *Jurnal Kolaborasi Resolusi Konflik*, vol. 5, no. 1, pp. 23–32, Dec. 2023, doi: 10.24198/jkrk.v5i1.44114.
- [27] Ikram, Susetyo, A. Damayantie, and Y. Ratnasari, “Proses dan mekanisme pergerakan massa pada kejadian konflik sosial Balinuraga,” *SOSIOLOGI: Jurnal Ilmiah Kajian Ilmu Sosial dan Budaya*, vol. 21, no. 1, 2019.
- [28] A. Utami, P. Astuti, and Turtiantoro, “Resolusi konflik antar etnis Kabupaten Lampung Selatan (Studi Kasus: Konflik Suku Bali Desa Balinuraga dan Suku Lampung Desa Agom),” *Journal of Politic and Government Studies*, vol. 3, no. 2, pp. 126–135, 2014.
- [29] ANTARA News, “247 anak ikut mengungsi di SPN Kemiling,” <https://www.antaranews.com>.