

Analisis Numerik Model Aliran Lapisan Batas dan Perpindahan Panas dari Nanofluida NEPCMPL

Leli Deswita¹, Syamsudhuha², Rustam³, Asral⁴, Refi Revina⁵, Habibis Saleh⁶

^{1,2,3,5} Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau, Kampus Bina Widya, Jl. HR. Soebrantas 28293 Pekanbaru, Riau, Indonesia

⁴ Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Riau Kampus Bina Widya, Jl. HR. Soebrantas 28293 Pekanbaru, Riau, Indonesia

⁶ Department of Mathematics Education, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Indonesia

Email: leli.deswita@lecturer.unri.ac.id¹, syamsudhuha@lecturer.unri.ac.id², rustam@lecturer.unri.ac.id³, asral@lecturer.unri.ac.id⁴, refi.revina@lecturer.unri.ac.id⁵, habibis.saleh@uin-suska.ac.id⁶

Korespondensi penulis: leli.deswita@lecturer.unri.ac.id

Submitted : 2 Oktober 2025

Accepted : 26 Januari 2026

Published : 30 Januari 2026

Abstrak

Penelitian ini memodelkan dan menganalisis aliran lapisan batas dan perpindahan panas nanofluida berbasis nano-encapsulated phase change material power-law (NEPCMPL) pada permukaan pelat yang meregang kontinu dengan suhu permukaan bervariasi. Model matematis dikembangkan menggunakan pendekatan hukum daya untuk menggambarkan karakteristik fluida non-Newtonian serta mekanisme penyimpanan panas laten yang terjadi selama transisi fasa partikel NEPCM. Persamaan tak berdimensi yang diperoleh diselesaikan secara numerik untuk mengevaluasi pengaruh indeks hukum daya, konsentrasi kapsul, dan suhu fusi terhadap distribusi kecepatan, suhu, rasio kapasitas panas, serta bilangan Nusselt. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peningkatan konsentrasi kapsul mempercepat aliran, meningkatkan suhu sistem, serta memperluas wilayah transisi fase, dengan pengaruh yang paling dominan teramati pada fluida dilatan. Selain itu, laju perpindahan panas meningkat signifikan seiring penambahan konsentrasi kapsul, dengan peningkatan tertinggi pada nanofluida dilatan dibandingkan Newtonian maupun pseudo-plastik

Kata Kunci: nanofluida; metode tembak; hukum daya; aliran lapisan batas; perpindahan panas.

Abstract

This study models and analyses boundary layer flow and heat transfer of nanofluids based on nano-encapsulated phase change material power-law (NEPCMPL) on a continuously stretching plate surface with varying surface temperatures. A mathematical model was developed using a power-law approach to describe the characteristics of non-Newtonian fluids and the latent heat storage mechanism occurring during the phase transition of NEPCM particles. The dimensionless equations obtained were solved numerically to evaluate the effects of the power-law index, capsule concentration, and fusion temperature on velocity distribution, temperature, heat capacity ratio, and Nusselt number. The results of the study indicate that increasing capsule concentration accelerates flow, increases system temperature, and expands the phase transition region, with the most dominant effect observed in dilatan fluids. Additionally, the heat transfer rate increases significantly with increasing capsule concentration, with the highest increase observed in dilatan nanofluids compared to Newtonian and pseudo-plastic nanofluids.

Keywords: *nanofluids; shooting method; power law; boundary layer flow, heat transfer.*

1. Pendahuluan

Terobosan terbaru dalam penelitian perpindahan panas adalah penggunaan fluida nano yang mengandung partikel nano yang terbuat dari bahan yang sangat konduktif seperti karbon, logam, dan oksida logam. Nanofluida ini dapat meningkatkan lajur pemindahan panas. Varian yang lebih canggih, *nano-encapsulated phase change material* (NEPCM), menggabungkan bahan pengubah fase yang dienkapsulasi di dalam nanopartikel, yang menawarkan sifat termal yang lebih baik dari fluida nano biasa. Studi tentang fluida nano Newtonian berbasis NEPCM sudah banyak dilakukan oleh para peneliti. Ghalambaz et al. [1] menyelidiki dinamika konveksi dalam sistem air NEPCM di dalam kurungan. Deswita dan Saleh [2] menganalisis nanofluida NEPCM dalam sistem yang mempunyai bagian dengan pemanasan dan bagian dengan pendinginan.

Penelitian ekstensif telah dilakukan pada aliran fluida *power-law*, mengkaji sifat dan aplikasinya pada berbagai bidang. Cobble [3] menganalisis aliran fluida *power-law* di atas pelat datar di bawah pengaruh medan magnet dan gradien tekanan, dengan mempertimbangkan injeksi dan pengeluaran fluida. Hassanien et al. [4] dan Tashtoush et al. [5] mempelajari perilaku perpindahan panas fluida *power-law* atau hukum daya pada permukaan yang meregang dengan suhu permukaan yang bervariasi, serta memasukkan efek hisap atau injeksi. Sahu et al. [6] menyelidiki momentum dan perpindahan panas pada fluida hukum daya pada pelat yang bergerak secara kontinu, sedangkan Xu dan Liao [7] meneliti perpindahan panas pada lembaran datar yang meregang. Prasad dan Vajravelu [8] menganalisis aliran magneto hidrodinamik di atas lembaran peregangan non-isotermal, serta memperluas kajian ini dengan memasukkan konduktivitas termal yang bervariasi dan pembangkitan panas yang tidak seragam. Penelitian lebih lanjut telah mencakup kompleksitas tambahan seperti radiasi dan pembangkitan panas [9], efek kecepatan slip, [10], permukaan peregangan non-linear [11]. Penelitian terbaru telah memperluas kajian terhadap efek porositas pada pelat miring [12] dan aliran magneto hidrodinamik tidak stabil yang melibatkan fluks partikel nano aktif dan pasif [13].

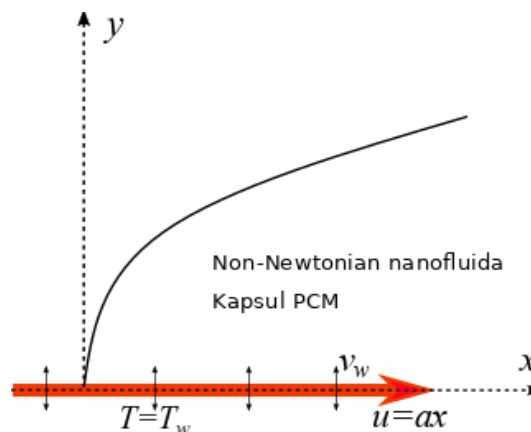
Terlepas dari kemajuan ini, interaksi NEPCM dengan nanofluida *power-law* masih belum dieksplorasi, terutama dalam konfigurasi aliran lapisan batas. Penelitian terkait

yang terkenal termasuk yang dilakukan oleh Ali et al. [14] yang menyelidiki penggunaan nanofluida *nano-encapsulated phase change material power-law* (NEPCMPL) dalam kurungan. Penelitian ini bertujuan untuk mengatasi kesenjangan penelitian dengan menganalisis aliran lapisan batas dan perilaku perpindahan panas dari nanofluida NEPCMPL di permukaan pelat meregang kontinu dengan suhu permukaan yang bervariasi.

Solusi numerik model aliran lapisan batas di permukaan pelat meregang dalam fluida *power-law* pertama kali diusulkan oleh Brizzell and Slaterry pada tahun 1962. Mahmoud [10] memberikan solusi eksak model aliran lapisan batas di permukaan pelat meregang dalam fluida *power-law*. Ray et al., [15] menggunakan metode Homotopi semi-analitik untuk menyelesaikan masalah model aliran lapisan batas di permukaan pelat meregang dalam nanofluida *power-law*. Mishra et al., [16] memberikan solusi numerik model aliran lapisan batas di permukaan pelat meregang dalam fluida *power-law* dengan sumber panas tidak seragam.

1. Metode Penelitian

Pertimbangkan aliran lapisan batas konvektif dua-dimensi, tunak, dan tak-termampatkan dari nanofluida di atas pelat yang meregang. Sumbu x searah dengan arah aliran, sedangkan sumbu y tegak lurus terhadap pelat. Aliran ini dihasilkan oleh peregangan linier pelat, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 1. Nanofluida tersebut mengandung material perubahan fasa PCM terenkapsulasi yang tersuspensi dalam fluida dasar non-Newtonian. Ketika NEPCM terbawa oleh fluida, mereka mengalami daerah panas dan dingin di dalam lapisan batas. Selama transisi fasa, inti NEPCM menyerap atau melepaskan sejumlah besar panas laten. Suhu permukaan pelat adalah $T = T_w$, di mana T_w adalah suhu pelat.



Gambar 1. Skema representasi dari model.

Model hukum-pangkat digunakan untuk menggambarkan perilaku fluida non-Newtonian. Dengan menggunakan pendekatan lapisan batas, persamaan-persamaan tak berdimensi yang mengatur aliran nanofluida dan distribusi termal dapat diturunkan sebagai berikut [17]:

$$AnV''(V')^{n-1} + BV' - V^2 = 0 \quad (1)$$

$$C\theta'' + B\theta' = 0 \quad (2)$$

dengan simbol V merepresentasikan kecepatan dan Θ adalah suhu. Kondisi batas seperti berikut:

$$V = 1, \Theta = 1 \text{ at } \eta = 0 \quad (3)$$

$$V = 0, \Theta = 0 \text{ as } \eta \rightarrow \infty \quad (4)$$

dimana koefisien A , B dan C didefinisikan sebagai:

$$A = \frac{(1+\mu_{fn}\phi)}{[(1-\phi)+\phi\rho_{np}/\rho_{fn}]} \quad (5)$$

$$B = \frac{2n}{n+1}f \quad (6)$$

$$C = \frac{C_r Pr}{(1+k_{fn}\phi)} \quad (7)$$

dimana ρ adalah masa jenis bahan, ϕ adalah konsentrasi kapsul, n adalah indeks hukum daya, Pr adalah bilangan Prandtl. Simbol μ_{fn} and k_{fn} melambangkan koefisien viskositas dan konduktiviti termal dari fluida NEPCMPL. Subkrip fn dan np merujuk kepada fluida nano dan nano partikel. Simbol C_r adalah rasio kapasitas panas didefinisikan sebagai

$$C_r = (1 - \phi) + \phi\lambda + \frac{\phi}{\epsilon_{Ste}}\Upsilon \quad (8)$$

dimana fungsi fusi Υ dinyatakan sebagai

$$\Upsilon = \frac{\pi}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\epsilon} \left(T - T_f + \frac{\epsilon}{2} \right) \right] \Omega \quad (9)$$

dimana Ω didefinisikan sebagai

$$\Omega = \begin{cases} 0, & \theta < T_f - \frac{\epsilon}{2} \\ 1, & T_f - \frac{\epsilon}{2} < \theta < T_f + \frac{\epsilon}{2} \\ 0, & T > T_f + \frac{\epsilon}{2} \end{cases} \quad (10)$$

Simbol T_f adalah suhu fusi dan ϵ adalah interval didih.

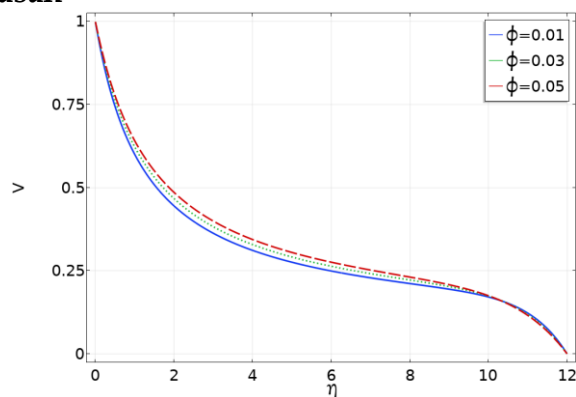
Penyelesaian persamaan (1)–(2) dengan kondisi batas (3)–(4) dilakukan menggunakan metode Runge–Kutta yang dikombinasikan dengan teknik *shooting*. Kedua persamaan diferensial direduksi menjadi sistem orde satu dengan mendefinisikan variabel baru untuk turunan fungsi aliran dan suhu, sehingga dapat diintegrasikan secara numerik dari pelat ($\eta=0$) hingga domain jauh ($\eta \rightarrow \infty$, diganti dengan η_{max} yang cukup besar). Karena beberapa kondisi batas diberikan pada $\eta \rightarrow \infty$, nilai awal yang tidak diketahui di pelat, yaitu $V'(0)$ dan $\Theta'(0)$, diperlakukan sebagai parameter *shooting*. Integrasi dilakukan berulang kali dengan tebakan awal untuk kedua parameter tersebut, kemudian hasil integrasi dibandingkan dengan kondisi batas jauh. Selisihnya digunakan untuk memperbaiki tebakan melalui metode iterative Newton, hingga residual memenuhi toleransi tertentu.

Dalam proses integrasi, faktor nonlinier akibat sifat fluida hukum-pangkat dan kapasitas panas efektif NEPCM diperhitungkan secara langsung pada setiap langkah. Stabilitas dihitung dengan memilih langkah integrasi yang kecil, menyesuaikan domain numerik jika kondisi jauh belum tercapai, dan menerapkan regularisasi sederhana ketika terjadi singularitas pada bentuk nonlinier [18]. Setelah solusi konvergen diperoleh, parameter seperti $-\Theta'(0)$ dihitung dan digunakan untuk menentukan bilangan Nusselt. Validasi dilakukan melalui uji independensi grid dan perbandingan dengan kasus batas, misalnya ketika $\phi \rightarrow 0$ atau $n \rightarrow 1$, sehingga hasil numerik yang diperoleh dapat dipastikan akurat dan konsisten.

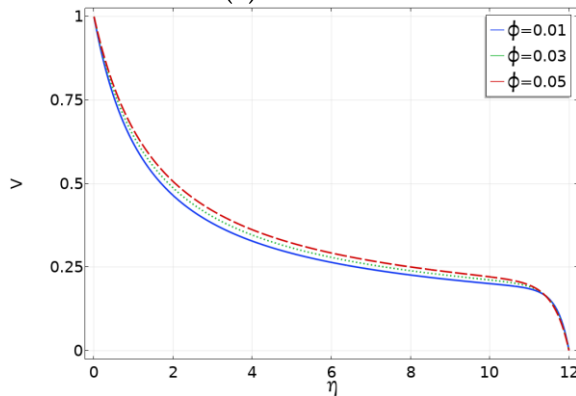
Secara matematis, model yang dikembangkan berbentuk sistem persamaan diferensial biasa nonlinier (1)–(2) dengan kondisi batas campuran (3)–(4), yang

merepresentasikan formulasi lapisan batas dari persamaan kekekalan momentum dan energi termodinamika. Proses non-dimensionalisasi menghasilkan parameter tak berdimensi A , B , dan C yang menggabungkan sifat reologi, konsentrasi partikel, dan karakteristik perpindahan panas. Nonlinearitas muncul baik dari suku $(V')^{n-1}$ yang merepresentasikan perilaku hukum daya, maupun dari fungsi kapasitas panas $CrCr$ yang mengandung fungsi transisi fase Υ dan fungsi tangga Ω . Solusi diperoleh melalui transformasi masalah nilai batas menjadi masalah nilai awal dengan metode shooting, diintegrasikan menggunakan metode Runge-Kutta orde tinggi. Dengan demikian, penelitian ini menekankan pendekatan matematis dalam formulasi, diskritisasi, dan analisis solusi numerik sistem dinamik nonlinier, yang menjadi inti dari kontribusi metodologis dalam matematika terapan.

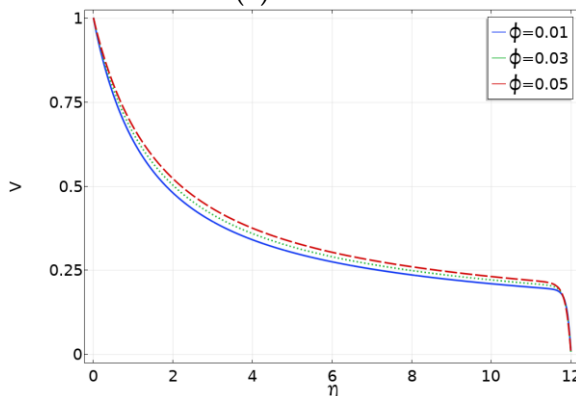
2. Hasil dan Pembahasan



(a) $n=0.9$



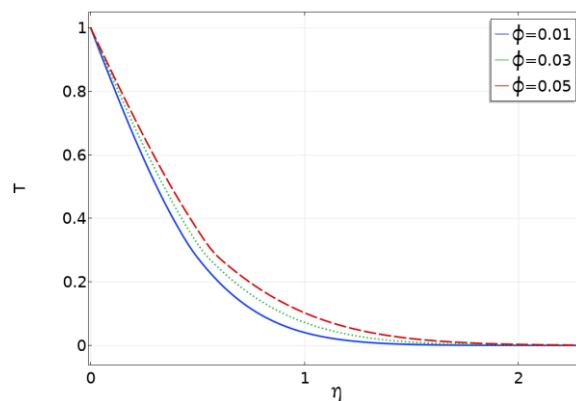
(b) $n=1$



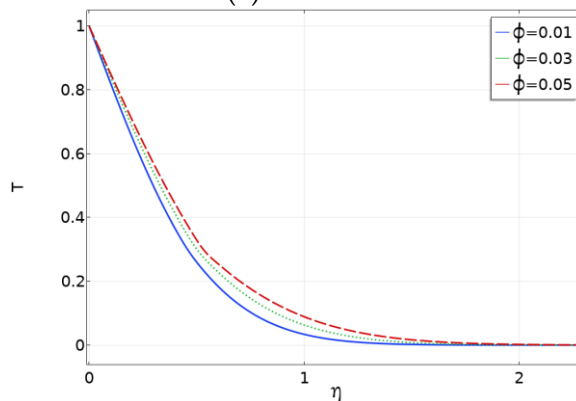
(c) $n=1.1$

Gambar 2. Evolusi kecepatan dengan mengubah konsentrasi untuk nilai indeks hukum-daya $n=0.9$ (a), $n=1$ (b) dan $n=1.1$ (c) pada $T_f=0.3$.

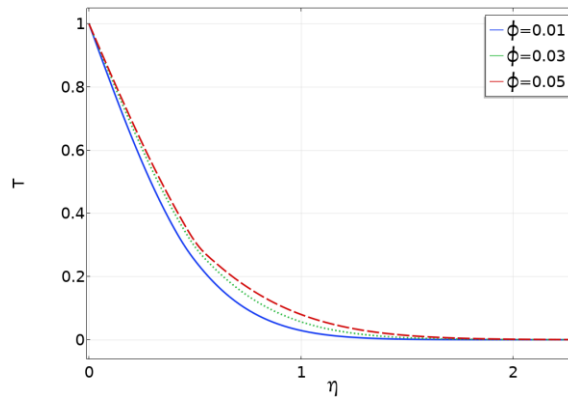
Gambar 2 memperlihatkan bagaimana kecepatan aliran berubah ketika konsentrasi kapsul phase change material (PCM) nano ditingkatkan, dengan membandingkan tiga jenis fluida yang berbeda karakteristiknya. Ketiga jenis fluida tersebut adalah fluida pseudo-plastik ($n = 0.9$) yang cenderung menjadi lebih encer saat diberi tekanan, fluida Newtonian ($n = 1$) dengan sifat aliran standar, dan fluida dilatan ($n = 1.1$) yang justru mengental ketika diberi tekanan. Pengamatan dilakukan pada kondisi $T_f = 0.3$. Hasil yang menarik terlihat dimana semua jenis fluida menunjukkan peningkatan kecepatan aliran seiring dengan penambahan konsentrasi kapsul PCM nano. Semakin banyak kapsul yang ditambahkan, semakin cepat pula fluida tersebut mengalir. Pola ini konsisten teramati pada ketiga jenis fluida, meskipun besaran peningkatannya mungkin berbeda-beda tergantung pada sifat masing-masing fluida. Perubahan kecepatan ini terjadi karena kapsul PCM nano yang ditambahkan mempengaruhi sifat termofisika dari fluida dasar. Ketika konsentrasi kapsul meningkat, terjadi perubahan dalam kapasitas panas dan konduktivitas termal fluida, yang pada akhirnya memengaruhi profil kecepatan alirannya.



(a) $n=0.9$



(b) $n=1$

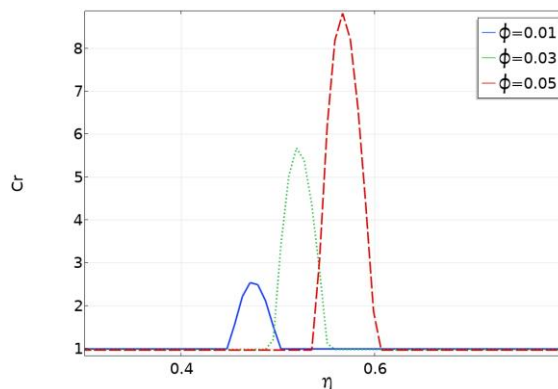


(c) $n=1.1$

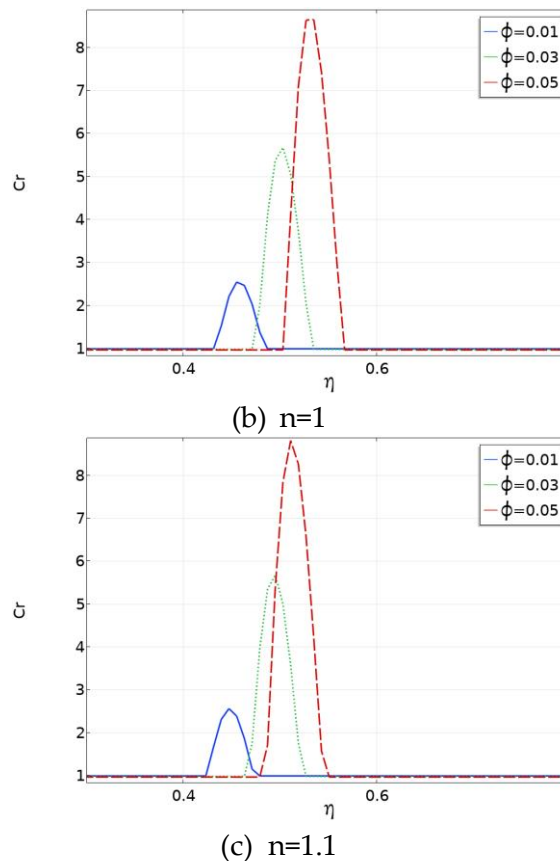
Gambar 3. Evolusi suhu dengan mengubah konsentrasi untuk indeks hukum-daya $n=0.9$ (a), $n=1$ (b) dan $n=1.1$ (c) pada $T_f=0.3$

Gambar 3 menunjukkan evolusi suhu dengan mengubah konsentrasi untuk fluida pseudo-plastik ($n = 0.9$), fluida Newtonian ($n = 1$), dan fluida dilatan ($n=1.1$) pada $T_f=0.3$. Hasil penelitian mengungkapkan bahwa peningkatan konsentrasi kapsul menyebabkan kenaikan suhu yang proporsional pada semua jenis fluida yang diuji. Artinya, semakin banyak kapsul yang ditambahkan ke dalam fluida, semakin tinggi pula suhu yang dapat dicapai sistem tersebut. Pola kenaikan suhu ini teramati secara konsisten pada ketiga jenis fluida, meskipun mungkin terdapat perbedaan dalam besaran kenaikannya antara fluida pseudo-plastik, Newtonian, dan dilatan. Fenomena ini dapat dijelaskan oleh kemampuan kapsul dalam menyimpan dan melepaskan energi panas selama proses perubahan fase. Temuan ini memiliki implikasi penting dalam berbagai aplikasi teknik termal, karena menunjukkan bahwa suhu sistem dapat dikontrol secara efektif melalui pengaturan konsentrasi kapsul dalam fluida. Dalam konteks rekayasa termal, hasil ini memberikan wawasan berharga untuk pengembangan sistem manajemen panas yang lebih efisien, terutama dalam aplikasi yang membutuhkan pengendalian suhu yang presisi.

Gambar 4 menunjukkan evolusi rasio kapasitas panas dengan mengubah konsentrasi untuk fluida pseudo-plastik ($n = 0.9$), fluida Newtonian ($n = 1$), dan fluida dilatan ($n=1.1$) pada $T_f=0.3$. Ketika rasio kapasitas panas melebihi nilai 1, hal ini menandakan terjadinya transisi fase pada fluida, yaitu perubahan antara fase padat dan cair. Fenomena ini divisualisasikan melalui kurva parabolik pada grafik, di mana puncak kurva merepresentasikan peningkatan kapasitas panas yang signifikan selama proses perubahan fase.



(a) $n=0.9$



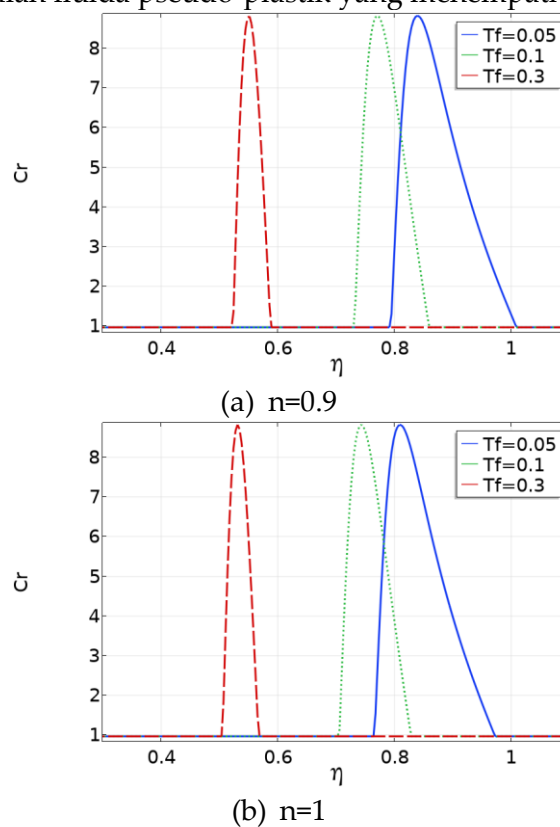
Gambar 4. Evolusi rasio kapasitas panas dengan mengubah konsentrasi untuk indeks hukum-
daya $n=0.9$ (a), $n=1$ (b) dan $n=1.1$ (c) pada $T_f=0.3$

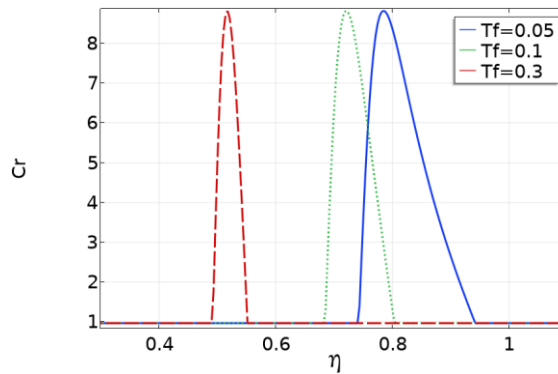
Terdapat beberapa pola penting yang dapat diamati dari hasil ini pada Gambar 4. Peningkatan konsentrasi kapsul menyebabkan kenaikan tinggi puncak parabola, yang mengindikasikan meluasnya daerah transisi fase. Pada fluida pseudo-plastik khususnya, peningkatan konsentrasi juga menyebabkan pergeseran puncak kurva ke arah kanan, menunjukkan perubahan kondisi terjadinya transisi fase. Proses transisi fase ini disertai dengan fluktuasi kapasitas panas yang cukup besar, terutama saat fluida berubah dari fase padat ke cair, sehingga menghasilkan peningkatan tajam kapasitas panas di wilayah transisi. Temuan ini memiliki implikasi penting dalam pengembangan sistem termal, karena menunjukkan bahwa konsentrasi kapsul NEPCM dapat dimanfaatkan untuk mengontrol dan memperluas wilayah transisi fase [18], sekaligus meningkatkan kapasitas panas fluida, khususnya pada fluida pseudo-plastik. Hasil penelitian ini dapat menjadi acuan dalam merancang sistem penyimpanan energi termal atau aplikasi pendinginan yang lebih efisien.

Gambar 5 memperlihatkan bagaimana perubahan suhu fusi mempengaruhi rasio kapasitas panas pada tiga jenis fluida berbeda dengan konsentrasi partikel tetap sebesar $\phi=0.05$. Ketiga jenis fluida yang diteliti adalah: fluida pseudo-plastik ($n=0.9$) yang menjadi lebih encer saat dialirkan, fluida Newtonian standar ($n=1$), dan fluida dilatan ($n=1.1$) yang justru mengental ketika dialirkan. Hasil penelitian menunjukkan beberapa pola menarik. Ketika suhu fusi inti kapsul dinaikkan, terjadi perubahan bentuk kurva kapasitas panas yang cukup unik. Tinggi puncak parabola (yang menunjukkan nilai maksimum kapasitas

panas) ternyata tidak berubah, artinya kemampuan menyimpan panas maksimum tetap sama. Namun, yang berubah adalah lebar kurva yang menjadi lebih sempit, menunjukkan bahwa proses perubahan fase terjadi dalam rentang suhu yang lebih pendek. Fenomena lain yang teramati adalah pergeseran posisi puncak kurva ke arah kiri (mendekati dinding) seiring kenaikan suhu fusi. Yang menarik, perubahan ini terjadi secara konsisten pada ketiga jenis fluida - artinya sifat aliran fluida (pseudo-plastik, Newtonian, atau dilatan) tidak mempengaruhi tinggi puncak maupun pergeseran posisinya.

Gambar 6 memperlihatkan hubungan antara konsentrasi kapsul dan bilangan Nusselt pada tiga jenis fluida yang berbeda karakteristiknya. Bilangan Nusselt, yang merupakan indikator efisiensi perpindahan panas, menunjukkan peningkatan yang konsisten seiring dengan bertambahnya konsentrasi kapsul untuk semua jenis fluida yang diteliti, yaitu fluida pseudo-plastik ($n=0.9$), Newtonian ($n=1$), dan dilatan ($n=1.1$). Di antara ketiganya, fluida dilatan mencatat nilai bilangan Nusselt tertinggi, diikuti oleh fluida Newtonian, kemudian fluida pseudo-plastik yang menempati posisi terendah.

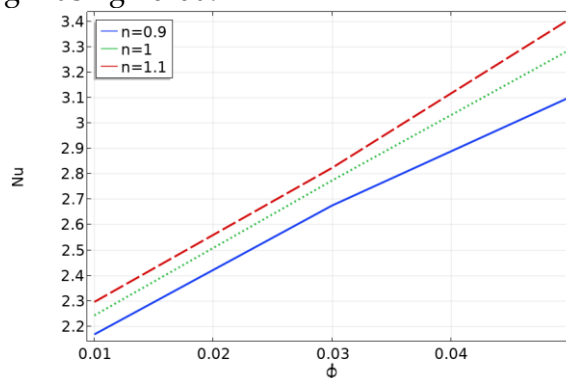




(c) $n=1.1$

Gambar 5. Evolusi rasio kapasitas panas dengan mengubah suhu fusi untuk indeks hukum-daya $n=0.9$ (a), $n=1$ (b) dan $n=1.1$ (c) pada $\phi=0.05$

Pola peningkatan yang berbeda terlihat pada masing-masing fluida seperti pada Gambar 6. Fluida Newtonian menunjukkan kenaikan linear yang stabil, sementara fluida pseudo-plastik dan dilatan mengalami peningkatan yang tidak linear dengan pola yang lebih kompleks. Secara kuantitatif, ketika konsentrasi kapsul ditingkatkan dari 1% menjadi 5%, terjadi peningkatan bilangan Nusselt sebesar 43% untuk fluida pseudo-plastik, 47% untuk fluida Newtonian, dan 49% untuk fluida dilatan. Temuan ini memberikan wawasan berharga bahwa meskipun semua jenis fluida merespon positif terhadap penambahan kapsul dalam hal peningkatan perpindahan panas, terdapat perbedaan signifikan dalam besaran dan pola peningkatan tersebut tergantung pada karakteristik aliran masing-masing fluida.



Gambar 6. Pengaruh indeks hukum-daya pada bilangan Nusselt number terhadap konsentrasi kapsul pada $T_f=0.3$.

3. Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa karakteristik aliran dan perpindahan panas nanofluida NEPCMPL sangat dipengaruhi oleh variasi konsentrasi kapsul, indeks hukum daya, dan suhu fusi. Peningkatan konsentrasi kapsul terbukti mempercepat aliran, meningkatkan suhu, dan memperluas daerah transisi fase melalui mekanisme penyimpanan serta pelepasan panas laten. Efek tersebut terlihat konsisten pada fluida pseudo-plastik, Newtonian, dan dilatan, meskipun dengan tingkat pengaruh yang berbeda. Secara umum, fluida dilatan memperlihatkan respon termal dan dinamika aliran yang lebih dominan dibandingkan dua jenis fluida lainnya, khususnya dalam peningkatan kecepatan, suhu, dan kapasitas panas selama transisi fase.

Selain itu, hasil numerik mengindikasikan bahwa bilangan Nusselt meningkat seiring dengan bertambahnya konsentrasi kapsul, menandakan perbaikan efisiensi perpindahan panas pada seluruh jenis fluida yang dikaji. Peningkatan paling signifikan terjadi pada fluida dilatan, diikuti Newtonian dan pseudo-plastik. Temuan ini menegaskan bahwa pengaturan konsentrasi kapsul NEPCM dan pemilihan jenis fluida berdasarkan indeks hukum daya merupakan faktor strategis untuk mengoptimalkan performa sistem termal. Dengan demikian, penelitian ini memberikan kontribusi penting bagi pengembangan teknologi penyimpanan energi termal dan sistem pendinginan presisi yang lebih efisien berbasis nanofluida NEPCMPL.

Ucapan Terima Kasih

Pendanaan penelitian ini bersumber dari anggaran Daftar Isian Pelaksanaan Anggaran (DIPA) Universitas Riau Nomor SP DIPA-139.03.2.693425/2025 Tanggal 02 Desember 2024.

Daftar Pustaka

- [1] M. Ghalambaz, K. A. Ayoubloo, and A. Hajjar, "Melting heat transfer of a non-Newtonian phase change material in a cylindrical vertical-cavity partially filled porous media," *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 30, pp. 3765–3789, 2020.
- [2] L. Deswita, and H. Saleh, "Natural convection flow of a suspension containing nano-encapsulated phase change particles in a circular enclosure with a pair of heated and cooled cylinders," *Journal of Energy Storage*, vol. 100, pp. 113644, (2024).
- [3] M. H. Cobble, "Magnetohydrodynamic flow for a non-Newtonian power-law fluid having a pressure gradient and fluid injection," *Journal of Engineering Mathematics*, vol. 14, no. 1, pp. 47–55, 1980.
- [4] I. A. Hassanien, A. A. Abdullah, and R. S. R. Gorla, "Flow and heat transfer in a power-law fluid over a nonisothermal stretching sheet," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 28, no. 9, pp. 105–116, 1998.
- [5] B. Tashtoush, Z. Kodah, and A. Al-Ghasem, "On thermal boundary layer of a non-Newtonian fluid on a power-law stretched surface of variable temperature with suction or injection," *Heat and Mass Transfer*, vol. 37, no. 4, pp. 459–465, 2001.
- [6] A. K. Sahu, M. N. Mathur, P. Chaturani, and S. S. Bharatiya, "Momentum and heat transfer from a continuous moving surface to a power-law fluid," *Acta Mechanica*, vol. 142, no. 1, pp. 119–131, 2000.
- [7] H. Xu and S. J. Liao, "Laminar flow and heat transfer in the boundary-layer of non-Newtonian fluids over a stretching flat sheet," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 57, no. 9, pp. 1425–1431, 2009.
- [8] K. V. Prasad and K. Vajravelu, "Heat transfer in the MHD flow of a power law fluid over a non-isothermal stretching sheet," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, no. 21–22, pp. 4956–4965, 2009.
- [9] C. H. Chen, "Magneto-hydrodynamic mixed convection of a power-law fluid past a stretching surface in the presence of thermal radiation and internal heat

generation/absorption," *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 44, no. 6, pp. 596–603, 2009.

- [10] M. A. A. Mahmoud, "Slip velocity effect on a non-Newtonian power-law fluid over a moving permeable surface with heat generation," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 54, no. 5–6, pp. 1228–1237, 2011.
- [11] A. M. Megahed, "Flow and heat transfer of a non-Newtonian power-law fluid over a non-linearly stretching vertical surface with heat flux and thermal radiation," *Meccanica*, vol. 50, no. 7, pp. 1693–1700, 2015.
- [12] G. Revathi, G. Veeram, M. J. Babu, K. S. Babu, and K. A. Suneel, "Darcy–Forchheimer flow of power-law (Ostwald-de Waele type) nanofluid over an inclined plate with thermal radiation and activation energy: An irreversibility analysis," *International Journal of Ambient Energy*, vol. 44, no. 1, pp. 1980–1989, 2023.
- [13] S. Chandel, S. Sood, S. Sharma, and S. Prasad, "Unsteady power law nanofluid flow subjected to electro-magnetohydrodynamics with active and passive nanoparticles flux," *Journal of Nanofluids*, vol. 12, no. 8, pp. 2078–2091, 2023.
- [14] F. H. Ali, H. K. Hamzah, S. Y. Ahmed, M. A. Ismael, Z. Haddad, M. Ghalambaz, A. M. Abed, K. Al-Farhany, W. Jamshed, and M. R. Eid, "Convective heat transference of non-Newtonian functional phase variation nano-encapsulated liquids," *International Journal of Modern Physics B*, vol. 37, no. 29, p. 2350258, 2023.
- [15] A.K. Ray, B. Vasu, O.A. Bég, R.S. Gorla and P.V.S.N. Murthy, " Homotopy semi-numerical modeling of non-Newtonian nanofluid transport external to multiple geometries using a revised Buongiorno Model," *Inventions*, vol, 4(4), pp. 54, 2019
- [16] S. R. Mishra, S. Baag, G. C. Dash, and M. R. Acharya, "Numerical approach to MHD flow of power-law fluid on a stretching sheet with non-uniform heat source," *Nonlinear Engineering*, vol. 9, no. 1, pp. 81–93, 2019.
- [17] M. Ghalambaz, A. J. Chamkha, and D. Wen, "Natural convective flow and heat transfer of nano-encapsulated phase change materials (NEPCMs) in a cavity," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 138, pp. 738–749, 2019.
- [18] L. Deswita and H. Saleh, "Effect of nano-encapsulated phase change materials on Blasius and Sakiadis flow," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 159, pp. 108225, 2024.