Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 2 No. 2 Juli 2016
ISSN 2460-4542

Alternatif Menentukan Akar-Akar Persamaan Kuadrat Yang Bukan Bilangan Bulat

Indah Purnama Putri[1], Syamsudhuha[2], Ihda Hasbiyati[3]
[1]Mahasiswa Program Studi Magister Matematika, Universitas Riau
Jl. HR Soebrantas KM 12,5, KampusBinaWidya, SimpangBaru, Pekanbaru, Riau 28293
Email: indahpurnamaputri20@gmail.com
[2,3]Jurusan Matematika, Fakultas Mipa, Universitas Riau
Jl. HR Soebrantas KM 12,5, Kampus Bina Widya, Simpang Baru, Pekanbaru, Riau 28293
Email: Syamsudhuha@unri.ac.id
Email: Ihdahasbiyati26@yahoo.com

ABSTRAK

Dalam menentukan akar-akar persamaan kudrat $ax^2 + bx + c$ yang akarnya bukan bilangan bulat, salah satu alternatif yang dapat dilakukan dengan menggunakan kotak persegi panjang melalui konsep pemfaktoran, dengan menentukan faktor dari perkalian a dan c pada persamaan $ax^2 + bx + c$ kemudian mencari jumlah dari faktor a dan c yang sama dengan nilai b pada persamaan kuadrat, selanjutnya hasil akan diisikan kedalam kotak persegi panjang sesuai dengan simbol yang ada pada kotak persegi panjang.

Alternatif selanjutnya melalui konsep penjumlahan dan hasil kali akar. Dengan menentukan $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ terlebih dahulu, kemudian akan dicari faktor dari nilai $\frac{c}{a}$ yang apabila dijumlahkan memperoleh hasil dari $-\frac{b}{a}$. Jadi untuk menentukan akar-akar persaman kuadrat yangakarnya bukan bilangan bulat, tidak hanya menggunakan rumus abc $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ yang selama ini dikenal siswa Sekolah Menengah Atas.

Kata kunci: Persamaan Kuadrat, Akar-akar Persamaan kuadrat, Pemfaktoran

ABSTRACT

In determining the root of quadrate equation $ax^2 + bx + c$ which is not included into integer number, one of alternative ways is by using the rectangle box with factorization concept. It is done by determining the factor from the multiplication of a and c in equation $ax^2 + bx = c$ then, find the summation of a and c equal with b in the quadrate equation. After that, the result will be substituted to the rectangle box appropriate with each symbol on the box.

Another alternative ways is by using the summation concept and root multiplication result, it is firstly done by determining $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ and $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. Then find the factor of $\frac{c}{a}$ which the result will be equal with the result of $-\frac{b}{a}$. Thus, to determine the root of quadrate equation which included into integer numberal, it is not only using the abc formula $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ as it is known by high school students.

Key words: Quadrate equation, equation of quadrate-root, and factorization.

Pendahuluan

Dalam menyelesaikan persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu pemfaktoran, membentuk kuadrat sempurna, dan rumus abc [4,h.83]. Apabila dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat tidak bisa dilakukan dengan pemfaktoran, maka siswa SMA akan di arahkan untuk menggunakan rumus abc $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Rumus abc bukanlah satu - satunya cara dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang akarnya bukan bilangan bulat. Siswa bisa diarahkan untuk mengembangkan kemampuan berpikirnya melalui konsep-konsep yang sudah mereka kenal untuk menemukan penyelesaian dari akar-akar persamaan kuadratyang akarnya bukan bilangan bulat. Oleh karena itulah pada artikel ini dibahas alternatif menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang bukan bilangan bulat.

Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu riset pustaka dengan menggunakan teorema-teorema yang berlaku pada faktorisasi trinomial dan konsep persamaan kuadrat. Hal ini dikarenakan dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang bukan bilangan bulat tidak terlepas dari konsep pemfaktoran maupun hasil jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

Hasil dan Pembahasan

Untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang akarnya bukan bilangan bulat, siswa bisa di arahkan dengan menggunakan konsep pemfaktoran yang sudah dikenal siswa dan juga konsep penjumlahan dan hasilkali faktor.

Defenisi 1.[1,h.1114] Diberikan trinomial $ax^2 + bx + c,$ dimana $a, b, c, \in \mathbb{R}$ dan $a \neq 0,$ maka jumlah $b^2 - 4ac$ disebut diskriminan. Melalui diskriminan dapat ditinjau sifat akar-akar kuadrat tanpa menghitung terlebih dahulu akar-akarnya [4,h.85]. Selain itu, nilai diskriminan dapat juga digunakan untuk menentukan apakah $ax^2 + bx + c,$ dapat difaktorkan menjadi dua faktor sederhana atau tidak.

Akan ditentukan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c,$ dengan menggunakan kotak persegi panjang berukuran 3x3. Dalam kotak persegi panjang digunakan pemisalan dengan menggunakan simbol $a, c, A, B, e, f, g,$ dan h sebagai pengganti nilai yang akan dicari.

$\times$	g	h
e	a	A
f	B	c

Dengan bantuan kotak persegi panjang siswa akan lebih mudah untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat melalui nilai-nilai yang sudah diketahui. Yang perlu diperhatikan terlebih dahulu adalah mencari faktor dari hasil perkalian nilai $a \times c$ yang apabila dijumlahkan akan menghasilkan nilai b pada persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c.$

Misal akan ditentukan akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + x - 5 = 0$, akan dicari terlebih dahulu nilai $a \times c$ dan faktor dari perkalian $a \times c$ yang apabila dijumlahkan menghasilkan nilai b pada persamaan kuadrat $2x^2 + x - 5 = 0.$

$2x^2 + x - 5 = 0$, $a = 2, b = 1, c = -5$
Nilai yang pertama diketahui akan diisikan kedalam kotak persegi panjang seperti berikut ini:

$\times$	g	h
e	2	A
f	B	-5

Pada tabel faktor di atas, nilai yang diketahui a dan c kemudian dikalikan dan dicari faktor dari perkalian. Faktor yang digunakan untuk mencari akar-akar persamaan kuadratnya adalah yang jumlah faktornya sama atau mendekati nilai b pada persamaan kuadrat.
Untuk menentukan faktor digunakan tabel faktor, akan dicari faktor dari perkalian ac seperti berikut ini:

ac		Jumlah
A	B	
1	-10	-9
2	-5	-3
3	-3.3	-0.333
4	-2.5	1.5
5	-2	3

Akan dilanjutkan untuk menentukan faktor dari perkalian ac, setelah sebelumnya didapat bahwa penjumlahan faktor yang menghasilkan nilai b, terletak di antara tabel 3 dan 4.

ac		Jumlah
A	B	
3.1	−3.23	−0.13
3.2	−3.13	0.075
3.3	−3.03	0.27
3.4	−2.94	0.45
3.5	−2.86	0.64
3.6	−2.78	0.82
3.7	−2.7	0.97
3.8	−2.63	1.16
3.9	−2.56	1.36
4	−2.5	1.5

Dari tabel faktor dapat dilihat bahwa nilai perkalian ac yang mendekati penjumlahan nilai $b = 1$, adalah 3.7 dan -2.7. Selain itu untuk menentukan faktor dari persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan menentukan nilai diskriminan dari persamaan kuadrat.
Berdasarkan Teorema 1.[1,h.1115] Jika $a, b, c, \in \mathrm{Z}, a \neq 0$ dan $\exists\, m, n \in \mathbb{Z}$ sehingga $b = m + n$ dan $ac = mn$, maka $b^2 - 4ac$ adalah kuadrat sempurna, dan

$$\{m, n\} = \left\{ \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}, \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \right\}.$$

Maka didapat faktor dari persamaan kuadrat $2x^2 + x - 5 = 0$ adalah

$$D = b^2 - 4ac = 41 = 6.40^2$$

Untuk menentukan faktor persamaan kuadrat, misalkan p dan q merupakan faktor dari persamaan kuadrat, maka berdasarkan dari teorema 1 dapat juga dimisalkan bahwa nilai $b = p + q$ dan $ac = pq$ sehingga didapat:

$$p = \frac{b - D}{2} = \frac{1 - 6.4}{2} = -2.7$$
$$q = b - p = 1 - (-2.7) = 3.7$$

Nilai A dan B pada kotak persegi panjang sama dengan nilai p dan q yang merupakan faktor. Selanjutnya faktor-faktor yang telah didapat akan disubsitusikan kedalam kotak persegi panjang untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat.

$\times$	$g = 0.35$	$h = 0.65$
$e = 5.7$	2	3.7
$f = -7.7$	−2.7	−5

sehingga didapat

$$(ex + f)(gx + h) = 0$$

Jadi nilai $x_1 = -\frac{f}{e} = 1.35$ dan $x_2 = -\frac{h}{g} = -1.85$

Selanjutnya dapat juga ditentukan akar-akar persamaan kuadrat melalui faktor p dan q, dengan cara sebagai berikut:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + ((p) + (q)x) + c = 0$$

Didapat akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 = -\frac{c+q}{p+a} = -1.85$$

$$x_2 = -\frac{p}{a} = 1.35$$

Akar Persamaan Kuadrat Melalui Konsep Penjumlahan dan Hasilkali Akar-akar

Tetukan terlebih dahulu nilai dari $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. Misalnya pada persamaan $2x^2 + x - 5 = 0$, didapat:

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} \text{ dan } x_1 x_2 = -\frac{5}{2}$$

Akan dicari faktor dari $-\frac{5}{2}$, dari faktor yang didapat akan dijumlahkan sehingga menghasilkan nilai $-\frac{1}{2}$. Menentukan faktor dapat dilakukan dengan tabel faktor sebagai berikut:

$\frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$		
p	q	$p + q = -\frac{b}{a}$
1	−2.5	−1.5
2	−1.25	0.75
3	−0.83	2.17
4	−0.63	3.3
1.1	−2.27	−1.17
1.2	−2.08	−0.88
1.3	−1.92	−0.62
1.4	−1.79	−0.39
1.31	−1.91	−0.6
1.32	−1.89	−0.57
1.33	−1.88	−0.55
1.34	−1.87	−0.53
1.35	−1.85	−0.5

Dari tabel faktor dapat dilihat bahwa faktor $-\frac{5}{2}$ yang apabila dijumlahkan menghasilkan nilai $-\frac{1}{2}$, adalah 1.35dan −1.85 yang merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $2x^2 + x - 5 = 0$.

Selain itu dari konsep penjumlahan dan hasil kali akar-akar, dapat juga dilakukan dengan cara pemisalan seperti berikut ini:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Misalkan $b = p + q,$ dengan $p = \frac{b - D}{2}, q = b - p$

Jadi $x_1 + x_2 = -\frac{p+q}{a},$

Didapat $x_1 = -\frac{p}{a} = -\frac{(-2.7)}{2} = 1.35$

$$x_2 = -\frac{q}{a} = -\frac{3.7}{2} = -1.85$$

Kesimpulan dan Saran

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang bukan bilangan bulat tidak hanya menggunakan rumus abc yang selama ini dikenal siswa SMA. Melalui pemfaktoran dan konsep penjumlahan dan hasil kali akar-akar masih bisa dilakukan untuk menyelesaikan akar-akar persamaan kuadrat yang akarnya bukan bilangan bulat.

Bagi pembaca yang tertarik dengan penelitian ini, disarankan untuk membahas tentang akar-akar persamaan kubik.

Daftar Pustaka

[1] Donnel WA,Elementary Theory Of factoring Trinomials With Integer Coefficient Over The Integers, International Journal Of Mathematical Education in Science and technology, 2010.

[2] Lial ML.,Hornsby J.,McGinnis T, Algebra For College Students 7th Edition. Pearson Education, 2012.

[3] Stroud,K.A, Matematika Teknik, Jakarta, Erlangga, 2003.

[4] Tampomas Husein, Seribu Pena Matematika Jilid 1 untuk SMA/MA Kelas X, Jakarta, Erlangga, 2007.

[5] Tim Penulis,*Matematika Kelas X*, Kementrian Pendidikan danKebudayaan Republik Indonesia, Jakarta, 2013.