Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 2, No. I, Januari 2016
ISSN 2460-4542

Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Kompleks Dengan Invers Matriks Menggunakan Metode Faddev (Contoh Kasus: SPL Kompleks dan Hermit)

F. Aryani[1]dan Tika Rizkiani[2]
[1,2] Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email: khodijah_fitri@uin-suska.ac.id rizkiani28.tr@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier kompleks dan Hermit menggunakan metode invers matriks. Invers matriks pada penelitian ini menggunakan metode Faddeev. Metode Faddeev merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan invers dari suatu matriks. Algoritma metode Faddeev mempunyai beberapa langkah yang sederhana. Dalam prosesnya diperlukan *Trace* untuk setiap matriks A_1hingga ke A_n pada setiap langkah, sampai ditemukan invers matriks. Berdasarkan pembahasan ini bahwa solusi dari sistem persamaan linier kompleks dan Hermit berbentuk bilangan kompleks juga. Penelitian ini juga melakukan contoh kasus dalam penyelesaian sistem persamaan linier kompleks dan Hermit untuk ukuran matriks 4×4 dan 5×5 .

Katakunci :*Sistem Persamaan Linier, Metode Faddeev, Matriks Kompleks, Matriks Hermit, Invers Matriks.*

ABSTRACT

This paper the settlement system of linear equations with complex and Hermit matrix inverse method uses Faddeev . Metod e Faddeev is one method that can be used to determine the inverse of a matrix . The algorithm determines the inverse of a matrix using Faddeev method has several steps simple. In the proces Trace required for each matrix A_1 to A_n at each step , until it was discovered the inverse matrix . Based on this discussion that the solution of the complex system of linear equations and Hermit shaped complex numbers as well . In this paper also observe case example for complex matrices and Hermit size 4 × 4 and 5 × 5 .

Keyword *: System of Linear, Faddeev Method, Complex Matrix, Hermit Matrix, Matrix Invers*

Pendahuluan

Aljabar merupakan salah satu cabang ilmu yang membahas permasalahan pada bidang matematika, salah satunya yaitu matriks. Aplikasi matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam solusi misalnya pada penyelesaian sistem persamaan linier, baik sistem persamaan linier riil maupun sistem persamaan linier kompleks. Sistem persamaan linier jika dibentuk kedalam $Ax = b$, maka kita akan dapat menyelesaiakan sistem persamaan linier dengan menggunakan invers yaitu $x = A^{-1}b$. Artinya sistem persamaan linier dapat ditentukan apabila matriks A mempunyai invers.

Ada beberapa metode yang digunakan untuk menentukan invers dari suatu matriks diantaranya yaitu dengan menggunakan metode Operasi Baris Elementer, Metode Leverrier Faddeev, dan metode Faddeev. Pada penelitian ini untuk menentukan invers matriks menggunakan metode Faddeev. Metode Faddeev merupakan metode untuk menetukan invers dengan cara menyederhanakan perhitungan koefisien polinomial karakteristik dari suatu matriks yang dimodifikasi khusus dari metode Leverrier- Takeno oleh Faddeev dkk

Penelitian mengenai invers ini telah diteliti oleh beberapa peneliti dianatranya, J.H. Caltenco dkk dalam jurnalanya yang berjudul " *Charakteristic Polinomia of A and Faddeev's Method for*

A^{-1}" Tahun 2007. Selanjutnya diteliti oleh MR Milan B. Tasic dalam jurnalnya yang berjudul " *Generalisasi Invers* " Tahun 2003 menggunakan metode Levverier-Faddeev.

Sistem persamaan linier yang akan dibahas pada makalah ini adalah sistem persamaan linier dengan koefisien bilangan kompleks. Bilangan kompleks dapat didefinisikan sebagai keseluruhan semua besaran yang berbentuk $a + bi$, yang dalam hal ini a dan b adalah bilangan nyata dan $i^2 = -1$.

Beberapa jenis matriks kompleks salah satunya adalah matriks Hermit. Menurut Anton dan Rorres (2005) matriks Hermit adalah matriks bujursangkar A yang entri-entrinya bilangan kompleks jika berlaku $A = A^*$, dengan A^* adalah matriks dari konjugat-konjugat matriks A, yang didefinisikan sebagai $A^* = \bar{A}^T$.

Bahan dan Metode Penelitian

Berikut langkah-langkah metodologi penelitian untuk penyelesaian sistem persamaan linier kompleks dengan invers matriks menggunakan metode Faddeev adalah sebagai berikut:

2.1 Penyelesaian Sistem Persamaan Linier untuk Matriks Kompleks dan Hermit:

a. Diberikan sistem persamaan linier dengan koefisien bilangan kompleks dan Hermit.

b. Kemudian membentuk sistem persamaan linier kompleks ke dalam bentuk matriks kompleks $Ax = b$.

c. Menentukan invers matriks komplek menggunakan metode Faddeev. Adapun langkah untuk menentukan invers menggunakan metode Faddeev yaitu:

$A_1 = A$; $q_1 = \frac{Tr(A_1)}{1}$; dengan A matriks kompleks atau matriks Hermit

$B_1 = A_1 - q_1 I$.

$A_2 = B_1 A$; $q_2 = \frac{Tr(A_2)}{2}$;

$B_2 = A_2 - q_2 I$.

$\vdots \vdots$ $\vdots$

$A_{n-1} = B_{n-2} A$; $q_{n-1} = \frac{Tr(A_{n-1})}{n-1}$;

$B_{n-1} = A_{n-1} - q_{n-1} I$.

$A_n = B_{n-1} A$; $q_n = \frac{Tr(A_n)}{n}$.

dengan $Tr(A_1)$, $Tr(A_2)$, . . . , $Tr(A_n)$ adalah *Trace* Matriks yaitu: Penjumlahan elemen diagonal utama pada matriks bujur sangkar. Akhirnya diperoleh invers matriksnya yaitu:

$$A^{-1} = \frac{1}{q_n} B_{n-1}$$

d. Setelah mendapatkan invers, kemudian menentukan solusi dari sistem persamaan linier kompleks dengan rumus $x = A^{-1} b$.

Hasil dan Pembahasan

Pembahasan yang dilakukan pada penelitian ini adalah memberikan contoh kasus untuk penyelesaian SPL kompleks dan Hermit yang sesuai dengan metodologi penelitian.

Contoh 1:

Diberikan sitem persamaan linier kompleks dengan 4 persamaan dan 4 variabel sebagai berikut dan akan diselesaikan dengan metode invers matriks menggunakan Metode Faddev.

$$(2+i)x_1 + (1-i)x_2 + (1+i)x_3 + (2-i)x_4 = 1+i$$

$$(i)x_1 + (2-i)x_2 + (2+i)x_3 + (i)x_4 = 2-i$$

$$(1+i)x_1 + (i)x_2 + (2+i)x_3 + (2-i)x_4 = 2+i$$

$$(2i)x_1 + (2-i)x_2 + (1-i)x_3 + (1+i)x_4 = 1+i$$

Langkah pertama adalah membentuk sistem persamaan linier kompleks ke dalam matriks, yaitu:

Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 2, No. I, Januari 2016
ISSN 2460-4542

$$A=\begin{bmatrix}2+i & 1-i & 1+i & 2-i\\ i & 2-i & 2+i & i\\ 1+i & i & 2+i & 2-i\\ 2i & 2-i & 1-i & 1+i\end{bmatrix},\quad b=\begin{bmatrix}1+i\\ 2-i\\ 2+i\\ 1+i\end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan invers dari matriks A menggunakan metode Faddeev, yaitu:

$$A_1=A=\begin{bmatrix}2+i & 1-i & 1+i & 2-i\\ i & 2-i & 2+i & i\\ 1+i & i & 2+i & 2-i\\ 2i & 2-i & 1-i & 1+i\end{bmatrix}$$

maka didapat q_1 yaitu:

$$q_1=\frac{Tr(A_1)}{1}=\frac{(2+i)+(2-i)+(2+i)+(1+i)}{1}=7+2i$$

dan nilai B_1 adalah: $B_1=A_1-q_1I$

$$=\begin{bmatrix}-5-i & 1-i & 1+i & 2-i\\ i & -5-3i & 2+i & i\\ 1+i & i & -5-i & 2-i\\ 2i & 2-i & 1-i & -6-i\end{bmatrix}$$

Selanjutnya menentukan A_2, yaitu:

$$A_2=B_1A$$

$$=\begin{bmatrix}-6 & -3-2i & 1-7i & -4+6i\\ i & -12+4i & -4-5i & 8-2i\\ -2+i & 7-7i & -9-6i & -6+5i\\ 3-6i & -7+3i & -1+6i & -1-4i\end{bmatrix}$$

maka didapat q_2, yaitu:

$$q_2=\frac{Tr(A_2)}{2}=\frac{(-6)+(-12+4i)+(-9-6i)+(-1-4i)}{2}=-14-3i$$

dan nilai B_2 adalah: $B_2=A_2-q_2I$

$$=\begin{bmatrix}8+3i & -3-2i & 1-7i & -4+6i\\ i & 2+7i & -4-5i & 8-2i\\ -2+i & 7-7i & 5-3i & -6+5i\\ 3-6i & -7+3i & -1+6i & 13-i\end{bmatrix}$$

Selanjutnya menentukan A_3, yaitu: $A_3=B_2A$

$$=\begin{bmatrix}11-3i & 8+11i & 12+i & 6-18i\\ 10i & 31-5i & 1-7i & -8+i\\ -3i & 2+3i & 30+2i & -i\\ 4+15i & 5-12i & -4-7i & 15+3i\end{bmatrix}$$

maka didapat q_3, yaitu: $q_3=\frac{Tr(A_3)}{3}$

$$q_3=\frac{Tr(A_3)}{3}=\frac{(11-3i)+(31-5i)+(30+2i)+(15+3i)}{3}=29-i$$

dan nilai B_3 adalah: $B_3=A_3-q_3I$

Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 2, No. I, Januari 2016
ISSN 2460-4542

$$= \begin{bmatrix} 18-2i & 8+11i & 12+i & 6-18i \\ 10i & 2-4i & 1-7i & -8+i \\ -3i & 2+3i & 1+3i & -i \\ 4+15i & 5-12i & -4-7i & -14+4i \end{bmatrix}$$

Selanjutnya menentukan A_4, yaitu $A_4 = B_3 A = \begin{bmatrix} 2+11i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2+11i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2+11i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2+11i \end{bmatrix}$

Selanjutnya q_4, yaitu:

$$q_4 = \frac{Tr(A_4)}{4} = \frac{(2+11i)+(2+11i)+(2+11i)+(2+11i)}{3} = 2+11i$$

Maka inversnya adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\mathrm{q_n}} B_{n-1} = \begin{bmatrix} -\frac{58}{125}+\frac{194}{124}i & \frac{137}{125}-\frac{66}{125}i & \frac{7}{125}-\frac{26}{25}i & -\frac{186}{125}-\frac{102}{125}i \\ \frac{22}{25}+\frac{4}{25}i & -\frac{8}{25}-\frac{6}{25}i & -\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i & -\frac{1}{25}+\frac{18}{25}i \\ -\frac{33}{125}-\frac{6}{125}i & \frac{37}{125}-\frac{16}{125}i & \frac{7}{25}-\frac{1}{25}i & -\frac{11}{125}-\frac{2}{125}i \\ \frac{173}{125}-\frac{14}{125}i & -\frac{122}{125}-\frac{79}{125}i & -\frac{17}{25}+\frac{6}{25}i & \frac{16}{125}+\frac{162}{125}i \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan menentukan nilai x ke dalam bentuk $X = A^{-1}b$, yaitu:

$$x_1 = \frac{52}{5} - \frac{186}{25}i,\ x_2 = -\frac{48}{25} + \frac{14}{25}i,\ x_3 = -\frac{51}{125} - \frac{22}{125}i,\ x_4 = -\frac{828}{125} - \frac{14}{25}i.$$

Selanjunya akan diberikan contoh sistem persamaan linier kompleks ukuran 5×5 sebagai berikut:

Contoh 2:

Diberikan sitem persamaan linier kompleks dengan 5 persamaan dan 5 variabel sebagai berikut dan akan diselesaikan dengan metode invers matriks menggunakan Metode Faddev.

$$(1+i)x_1 + (2-i)x_2 + (1+2i)x_3 + (1+i)x_4 + (2+i)x_5 = (2+i)$$

$$(2+i)x_1 + (1-i)x_2 + (2-i)x_3 + (3+i)x_4 + (2-i)x_5 = (1-i)$$

$$(3-i)x_1 + (1+i)x_2 + (2+i)x_3 + (1-i)x_4 + (1+i)x_5 = (3-i)$$

$$(1-i)x_1 + (2-i)x_2 + (3+i)x_3 + (1+i)x_4 + (2+i)x_5 = (1-2i)$$

$$(2+i)x_1 + (3+i)x_2 + (1-i)x_3 + (2-i)x_4 + (3-i)x_5 = (2+i)$$

Dengan langkah yang sama pada contoh sebelumnya maka diperoleh invers matriks nya adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\mathrm{q_n}} B_{n-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{133}{338}+\frac{81}{388}i & \frac{47}{97}+\frac{33}{97}i & \frac{275}{388}-\frac{133}{388}i & \frac{-337}{338}-\frac{55}{388}i & \frac{-69}{194}-\frac{17}{97}i \\ -\frac{151}{388}+\frac{121}{388}i & \frac{-22}{97}-\frac{1}{97}i & \frac{-73}{388}+\frac{151}{388}i & \frac{263}{388}-\frac{63}{388}i & \frac{55}{194}-\frac{23}{97}i \\ \frac{-683}{970}-\frac{9}{970}i & \frac{-226}{485}+\frac{122}{485}i & \frac{-9}{970}+\frac{683}{970}i & \frac{167}{194}-\frac{85}{194}i & \frac{137}{485}-\frac{104}{485}i \\ \frac{-317}{1940}-\frac{301}{1940}i & \frac{-7}{485}-\frac{331}{485}i & \frac{-1271}{1940}+\frac{317}{1940}i & \frac{261}{388}+\frac{175}{388}i & \frac{163}{970}+\frac{147}{485}i \\ \frac{1639}{1940}-\frac{653}{1940}i & \frac{154}{485}+\frac{7}{485}i & \frac{317}{1940}-\frac{1639}{1940}i & \frac{-407}{388}+\frac{127}{388}i & \frac{-191}{970}+\frac{161}{485}i \end{bmatrix}$$

Solusi dari SPL tersebut adalah: $x = A^{-1}b$,

$x_1 = \frac{271}{194} - \frac{45}{194}i$, $x_2 = -\frac{67}{194} + \frac{19}{194}i$, $x_3 = -\frac{84}{485} - \frac{92}{485}i$, $x_4 = -\frac{1031}{970} - \frac{113}{970}i$, $x_5 = \frac{857}{970} + \frac{61}{970}i$.

Selanjunya akan diberikan contoh sistem persamaan linier kompleks Hermit ukuran dengan 4 persamaan dan 4 variabel 4 sebagai berikut:

Contoh 3:

Diberikan sitem persamaan linier kompleks Hermit dengan 4 persamaan dan 4 variabel sebagai berikut dan akan diselesaikan dengan metode invers matriks menggunakan Metode Faddev.

$$(1)x_1 + (1+i)x_2 + (2+i)x_3 + (3-i)x_4 = 2-i$$
$$(1-i)x_1 + (3)x_2 + (2+i)x_3 + (1+i)x_4 = 1+i$$
$$(2-i)x_1 + (2-i)x_2 + (2)\times_3 + (2+i)x_4 = 1-i$$
$$(3+i)x_1 + (1-i)x_2 + (2-i)x_3 + (2)x_4 = 1+i$$

Langkah pertama adalah membentuk sistem persamaan linier kompleks ke dalam matriks, yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1+i & 2+i & 3-i \\ 1-i & 3 & 2+i & 1+i \\ 2-i & 2-i & 2 & 2+i \\ 3+i & 1-i & 2-i & 2 \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 2-i \\ 1+i \\ 1-i \\ 1+i \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan invers dari matriks A menggunakan metode Faddeev, yaitu:

$$A_1 = A = \begin{bmatrix} 1 & 1+i & 2+i & 3-i \\ 1-i & 3 & 2+i & 1+i \\ 2-i & 2-i & 2 & 2+i \\ 3+i & 1-i & 2-i & 2 \end{bmatrix}$$

maka didapat q_1 yaitu: $q_1 = \frac{Tr(A_1)}{1} = \frac{1+3+2+2}{1} = 8$

dan nilai B_1 adalah:

$$B_1 = A_1 - q_1 I = \begin{bmatrix} -7 & 1+i & 2+i & 3-i \\ 1-i & -5 & 2+i & 1+i \\ 2-i & 2-i & -6 & 2+i \\ 3+i & 1-i & 2-i & -6 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya menentukan A_2, yaitu:

$$A_2 = B_1 A$$
$$= \begin{bmatrix} 10 & 3-8i & -4-7i & -12+11i \\ 3+8i & -6 & -3i & 2-3i \\ -4+7i & 3i & 3 & -8i \\ -12-11i & 2+3i & 8i & 5 \end{bmatrix}$$

maka didapat q_2, yaitu: $q_2 = \frac{Tr(A_2)}{2} = \frac{10+(-6)+3+5}{2} = 6$

dan nilai B_2 adalah: $B_2 = A_2 - q_2 I$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 3-8i & -4-7i & -12+11i \\ 3+8i & -12 & -3i & 2-3i \\ -4+7i & 3i & -3 & -8i \\ -12-11i & 2+3i & 8i & -1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya menentukan A_3, yaitu:

$$A_3 = B_2 A$$

$$= \begin{bmatrix} -63 & -3-7i & 1+11i & -2-5i \\ -3+7i & -45 & -25-7i & 12-3i \\ 1-11i & -25+7i & -32 & -14+19i \\ -2+5i & 12+3i & -14-9i & -58 \end{bmatrix}$$

maka didapat q_3, yaitu: $q_3 = \frac{Tr(A_3)}{3} = \frac{(-63)+(-45)+(-32)+(-58)}{3} = -66$

dan nilai B_3 adalah: $B_3 = A_3 - q_3 I$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -3-7i & 1+11i & -2-5i \\ -3+7i & 21 & -25-7i & 12-3i \\ 1-11i & -25+7i & 34 & -14+19i \\ -2+5i & 12+3i & -14-9i & 8 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya menentukan A_4, yaitu:

$$A_4 = B_3 A$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$q_4 = \frac{Tr(A_4)}{4} = \frac{5+5+5+5}{4} = 5$$

Maka inversnya adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\mathrm{q_n}} B_{n-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{3}{5}-\frac{7}{5}i & \frac{1}{5}+\frac{11}{5}i & -\frac{2}{5}-i \\ -\frac{3}{5}+\frac{7}{5}i & \frac{21}{5} & -5-\frac{7}{5}i & \frac{12}{5}-\frac{3}{5}i \\ \frac{1}{5}-\frac{11}{5}i & -5+\frac{7}{5}i & \frac{34}{5} & -\frac{14}{5}+\frac{9}{5}i \\ -\frac{2}{5}+i & \frac{12}{5}+\frac{3}{5}i & -\frac{14}{5}-\frac{9}{5}i & \frac{8}{5} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan menentukan nilai x ke dalam bentuk $X = A^{-1}b$, yaitu:

$x_1 = 5-2i$, $x_2 = 1+13i$, $x_3 = -6-16i$, $x_4 = -1+8i$.

Contoh 4:

Diberikan sitem persamaan linier kompleks Hermit dengan 5 persamaan dan 5 variabel sebagai berikut dan akan diselesaikan dengan metode invers matriks menggunakan Metode Faddev.

$$(2)x_1 + (1+i)x_2 + (2-i)x_3 + (1+i)x_4 + (2+i)x_5 = (1-2i)$$

$$(1-i)x_1+(4)x_2+(2+i)x_3+(2-i)x_4+(2+i)x_5=(2+i)$$
$$(2+i)x_1+(2-i)x_2+(2)x_3+(1+i)x_4+(2-i)x_5=(2-i)$$
$$(1-i)x_1+(2+i)x_2+(1-i)x_3+(5)x_4+(3+i)x_5=(3+i)$$
$$(2-i)x_1+(2-i)x_2+(2+i)x_3+(3-i)x_4+(3)x_5=(3-i)$$

Dengan langkah yang sama pada contoh sebelumnya maka diperoleh invers matriks nya adalah:

$$A^{-1}=\frac{1}{\mathrm{q_n}}B_{n-1}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{16}{47} & -\frac{12}{235}+\frac{21}{235}i & -\frac{13}{235}-\frac{61}{235}i & -\frac{58}{235}-\frac{41}{235}i & \frac{7}{47}+\frac{12}{47}i \\ -\frac{12}{235}-\frac{21}{235}i & \frac{69}{235} & \frac{6}{47}-\frac{8}{235}i & -\frac{1}{47}-\frac{8}{235}i & -\frac{12}{235}+\frac{4}{47}i \\ -\frac{13}{235}+\frac{61}{235}i & \frac{6}{47}+\frac{8}{235}i & \frac{31}{235} & \frac{26}{235}+\frac{6}{47}i & -\frac{5}{47}-\frac{16}{47}i \\ -\frac{58}{235}+\frac{41}{235}i & -\frac{1}{47}+\frac{8}{235}i & \frac{26}{235}-\frac{6}{47}i & \frac{66}{235} & -\frac{3}{47}-\frac{1}{47}i \\ \frac{7}{47}-\frac{12}{47}i & -\frac{12}{47}-\frac{4}{47}i & -\frac{5}{47}+\frac{16}{47}i & -\frac{3}{47}+\frac{1}{47}i & \frac{15}{47} \end{bmatrix}$$

Solusi dari SPL tersebut adalah: $x = A^{-1}b$,

$x_1=-\frac{4}{47}-\frac{55}{47}i$, $x_2=-\frac{31}{235}+\frac{117}{231}i$, $x_3=-\frac{116}{235}+\frac{3}{235}i$, $x_4=\frac{176}{235}+\frac{148}{235}i$, $x_5=\frac{4}{47}-\frac{24}{47}i$.

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan sebelumnya maka dapat diperoleh kesimpulan, yaitu:

1. Penyelesaian SPL kompleks dan Hermit dapat diselesaikan dengan menggunakan invers matriks menggunkan metode Faddeev.
2. Penyelesaian sistem persamaan linier kompleks dan Hermit pada penelitian ini merupakan contoh kasus untuk matriks ukuran 4×4 dan ukuran matriks 5×5, solusinya berupa bilangan kompleks.

Daftar Pustaka

[1]Anton, dan Rorres. ”*Aljabar Linear Elementer”*, jilid 1. Erlangga:Jakarta.2004.
[2] Anton, dan Rorres. ”*Aljabar Linear Elementer”*, jilid 2. Erlangga:Jakarta.2005.
[3] Anton, Howard. “*Alajabar LinierElementer”*, Edisi kelima. Erlangga: Jakatra. 1987.
[4] Gazali, Wikaria. “*Matriks dan Transformasi Linier”*. Graha Ilmu. Yogyakarta. 2005.
[5] J. Supranto. ”*Pengantar Matriks”*. PT Rineka Cipta: Jakarta. 2003.
[6] J.H. Caltenco dkk. “ Characteristic Polinomial of A and Faddeev’s Method for A^{-1}. 2007.
[7] John D.Paliouras dkk. “ *Peubah Komplekd*”. Erlangga:Jakarata. 1987.
[8] Kartono.”*Aljabar Linier Vektor dan Aplikasinya Menggunakan Maple*”.Graha Ilmu Yogyakatra.2003
[9] Khasanah, Lisnilwati dan Bambang Irawanto. “Menentukan Invers Drazin dari Matrik Singular”. Jurnal *Matematika*, Vol.14 No.3. 2011.
[10] Ruminta. “*Matriks Persamaan Linier dan Pemograman Linier*”. Rekayasa Sains, Bandung .2009.