

## Pemodelan Gizi Buruk Balita Di Indonesia Dengan Model *Robust* Spasial Autoregresif

Tasya Abrari<sup>1</sup>, Ferra Yanuar<sup>2\*</sup>, Dodi Devianto<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Departemen Matematika dan Sains Data, Universitas Andalas  
Limau Manis, Kec. Pauh, Kota Padang, Sumatera Barat, 25175

Email: [tasya28112000@gmail.com](mailto:tasya28112000@gmail.com)<sup>1</sup>, [ferrayanuar@sci.unand.ac.id](mailto:ferrayanuar@sci.unand.ac.id)<sup>2</sup>, [ddevianto@sci.unand.ac.id](mailto:ddevianto@sci.unand.ac.id)<sup>3</sup>

Korespondensi penulis : [ferrayanuar@sci.unand.ac.id](mailto:ferrayanuar@sci.unand.ac.id)

### Abstrak

Gizi buruk merupakan suatu keadaan kekurangan konsumsi zat gizi yang disebabkan oleh rendahnya konsumsi energi protein dalam makanan sehari-hari, ditandai dengan berat dan tinggi badan di bawah rata-rata. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model terbaik pada kasus gizi buruk balita serta melihat faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi gizi buruk balita pada provinsi-provinsi di Indonesia. Data yang digunakan adalah data hasil studi status gizi Indonesia oleh Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. Untuk mendapatkan model terbaik, diperlukan model regresi spasial dengan mempertimbangkan pengaruh spasial suatu daerah. Metode regresi spasial yang menunjukkan adanya efek spasial pada variabel terikatnya disebut *Spatial Autoregressive Model* (SAR). Pada kasus tertentu, pengujian efek spasial yang melibatkan data pencilan menyebabkan suatu metode gagal dalam menangani efek spasial tersebut sehingga perlu adanya kombinasi model SAR dengan metode regresi robust yang membentuk *Robust Spatial Autoregressive Model* (RSAR). Hasil penelitian menunjukkan bahwa variabel persentase asuransi kesehatan dan akses air bersih berpengaruh terhadap gizi buruk balita. RSAR M-estimator mengakomodir keberadaan outlier dalam model regresi spasial, hal ini ditunjukkan dengan penurunan RMSE yang disebabkan oleh perubahan parameter koefisien penduga. Model Robust-SAR merupakan model terbaik karena memiliki nilai RMSE terkecil serta robust terhadap *spatial outlier*.

**Kata Kunci:** Gizi Buruk, *Robust Spatial Autoregressive Model*, *Spatial Autoregressive Model*, *Spatial Outlier*.

### Abstract

*Malnutrition is a condition of lack of consumption of nutrients caused by low energy consumption of protein in daily food, characterized by below average weight and height. This study aims to determine the best model in cases of under-five malnutrition and to see what factors affect under-five malnutrition in provinces in Indonesia. The data used is data from a study on the nutritional status of Indonesia by the Ministry of Health of the Republic of Indonesia. To get the best model, a spatial regression model is needed by considering the spatial influence of an area. The spatial regression method that shows the existence of a spatial effect on the dependent variable is called the Spatial Autoregressive Model (SAR). In certain cases,*

testing spatial effects involving outlier data causes a method to fail in handling these spatial effects, so it is necessary to have a combination of SAR models with robust regression methods to form a Robust Spatial Autoregressive Model (RSAR). The results showed that the variable percentage of health insurance and access to clean water had an effect on malnutrition under five. The RSAR M-estimator accommodates the existence of outliers in the spatial regression model, this is indicated by the decrease in RMSE caused by changes in the estimator coefficient parameters. The Robust-SAR model is the best model because it has the smallest RMSE value and is robust against spatial outliers.

**Keywords:** Malnutrition, Robust Spatial Autoregressive Model, Spatial Autoregressive Model, Spatial Outlier.

## 1. Pendahuluan

Masalah gizi merupakan masalah kesehatan masyarakat yang dapat menyerang semua kelompok usia terutama kelompok usia 0-5 tahun yang paling terpengaruh oleh masalah gizi [1]. Kekurangan gizi termasuk dalam ancaman global dikarenakan lebih dari 90 persen anak-anak mengalami gizi buruk di seluruh dunia [2]. Indonesia menempati posisi kelima di dunia dalam hal gizi buruk balita yaitu sekitar 1 dari 3 anak balita di Indonesia mengalami gizi buruk [3]. Pada September 2021, UNICEF Indonesia mengidentifikasi 500.000 kasus anak-anak menderita gizi buruk yang mengakibatkan peningkatan risiko kematian. Pada tahun 2024 Indonesia menargetkan angka gizi buruk turun menjadi 14 persen [4]. Berbagai kebijakan telah diterapkan oleh pemerintah dan tenaga kesehatan agar mengurangi gizi buruk pada balita namun masih ada kebijakan yang kurang mendapat pertimbangan seperti asuransi kesehatan, akses air bersih dan pemberian ASI eksklusif. Oleh karena itu, untuk mencapai target global tahun 2024, diperlukan analisis dalam menentukan faktor-faktor penentu gizi buruk balita di lokasi sosial dan geografis tertentu [5].

Regresi spasial merupakan perluasan dari regresi klasik dengan menambahkan adanya unsur efek spasial suatu daerah pada model. Untuk mengetahui faktor penentu gizi buruk berdasarkan pengaruh lokasi tertentu maka metode yang tepat adalah analisis regresi spasial. Efek spasial dibedakan menjadi dua bagian yaitu ketergantungan spasial dan keragaman spasial. Ketergantungan spasial terjadi akibat adanya hubungan antar daerah sedangkan keragaman terjadi akibat adanya keragaman antara satu daerah dengan daerah lainnya [6]. Model regresi yang melibatkan efek spasial dalam pemodelannya yaitu model Spatial Autoregressive (SAR) [6].

Data gizi buruk cenderung memiliki distribusi yang condong ke kiri dan terdapat ketergantungan spasial pada data, seperti yang dikatakan hukum Tobler I yaitu segala sesuatu saling berhubungan dengan hal lainnya, namun sesuatu yang lebih dekat mempunyai pengaruh yang lebih besar [5], [6]. Akan terjadi ketidaktepatan dalam memprediksi model pada model regresi spasial dikarenakan terdapat objek pengamatan yang menyimpang jauh dari objek pengamatan lainnya pada galat model yang disebut dengan *spatial outlier* [7]. *Spatial outlier* tersebut dapat mempengaruhi nilai koefisien estimasi parameter regresi spasial sehingga diperlukan metode yang *robust* terhadap *spatial outlier* yaitu Robust Spasial Autoregresif (RSAR).

Penelitian terdahulu yang telah membahas tentang model RSAR. Salah satunya adalah Huang dkk [8] mengenai RSAR menggunakan *scalar-on-function* regression dengan

distribusi-t, Zhi Yang Tho dkk [9] mengenai pengaplikasian estimasi *robust* pada model spasial autoregresif untuk data hibah federal AS. Yasin dkk [10] menggunakan regresi spasial *robust* estimasi-M. Mastuti dkk [11] yang menerapkan model RSAR pada pemodelan terhadap data pendapatan asli daerah di pulau Jawa. Pada penelitian ini penulis menggunakan model RSAR untuk memodelkan gizi buruk balita di Indonesia. Penelitian ini diharapkan mampu menghasilkan model terbaik dalam memodelkan gizi buruk balita dan tercapainya target dalam menurunkan kasus gizi buruk di Indonesia.

## 2. Metode Penelitian

### 2.1 Tahapan Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari variabel tak bebas ( $Y$ ) yaitu persentase gizi buruk dan variabel bebas yaitu faktor-faktor yang diasumsikan mempengaruhi angka gizi buruk di Indonesia antara lain persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ ), persentase akses air bersih ( $X_2$ ), persentase pemberian ASI eksklusif ( $X_3$ ).

Tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis data secara deskriptif.
2. Melakukan uji multikolinearitas pada masing-masing variabel bebas yang dilibatkan dalam analisis. Multikolinearitas dapat dideteksi menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) sebagai berikut [12]:

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2}. \quad (1)$$

Jika nilai VIF lebih besar dari 10 maka tidak terjadinya multikolinearitas dalam model regresi.

3. Menentukan matriks pembobot spasial.

Matriks pembobot spasial merupakan matriks yang menggambarkan hubungan dari masing-masing daerah. Matriks pembobot spasial dinotasikan dengan  $W$  yang berukuran  $n \times n$  dimana  $n$  menyatakan jumlah daerah pengamatan. Matriks pembobot spasial diperoleh berdasarkan hasil standarisasi dari matriks *contiguity*. Matriks *contiguity* memiliki tiga tipe persinggungan diantaranya yaitu persentuhan sisi antar daerah (*rook contiguity*), persentuhan titik sudut antar daerah (*bishop contiguity*) dan persentuhan sisi atau titik sudut antar daerah (*queen contiguity*). Entri-entri pada matriks *contiguity* bernilai 1 apabila antar daerah memenuhi tipe persinggungan [13]. Pada penelitian ini akan digunakan tipe matriks *contiguity* yaitu *queen contiguity*.

4. Melakukan uji efek spasial.

- a. Uji ketergantungan spasial

Untuk mengetahui adanya ketergantungan spasial antar daerah dilakukan pengujian dengan Indeks Moran dan *Lagrange Multiplier*. Indeks Moran dilakukan untuk mengetahui adanya ketergantungan spasial antar daerah, Indeks Moran didefinisikan sebagai berikut:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} \quad (2)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{S^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}}.$$

Apabila nilai  $I > 0$  maka daerah yang berdekatan mempunyai nilai yang mirip dan pola data cenderung berkelompok sedangkan apabila nilai  $I < 0$  maka daerah yang berdekatan mempunyai nilai yang berbeda dan pola data cenderung menyebar. Namun, apabila  $I = 0$  maka tidak terdapat adanya ketergantungan spasial yang terindikasi [14].

*Lagrange Multiplier Lag* juga digunakan dalam menentukan ketergantungan spasial lag pada variabel tak bebas, dengan bentuk umum uji *Lagrange Multiplier* sebagai berikut [6]:

$$LM_{lag} = \frac{\left(\frac{U'WY}{s^2}\right)^2}{nP}, \quad (3)$$

dengan

$$nP = T + \frac{(WX\beta)'M(WX\beta)}{s^2},$$

$$T = \text{trace}((W + W')W),$$

$$M = I - X(X'X)^{-1}X',$$

$$s^2 = \frac{U'U}{n}, U \text{ sebagai sisaan.}$$

Apabila nilai  $LM_{lag} > \chi_{(\alpha,1)}^2$  maka terdapat adanya ketergantungan spasial pada variabel tak bebas. Jika suatu model mengandung ketergantungan spasial lag maka model regresi spasial dilakukan dengan menggunakan model Spasial Autoregresif (SAR).

b. Uji keragaman spasial menggunakan uji Breusch-Pagan.

Untuk mendeteksi keragaman spasial dilakukan pengujian menggunakan uji *Breusch-Pagan* (BP) dimana statistik ujinya sebagai berikut [15]:

$$BP = \frac{1}{2} (f'X)(X'X)^{-1}(X'f), \quad (4)$$

dengan  $f$  adalah vektor dimana elemennya adalah  $\frac{\hat{\sigma}_i^2}{\hat{\sigma}^2} - 1$ . Apabila nilai  $BP > \chi_{(\alpha,k-1)}^2$  maka terdapat keragaman spasial antar daerah pengamatan.

5. Menentukan model SAR dan model RSAR estimasi-M untuk data gizi buruk balita pada provinsi-provinsi di Indonesia. Selanjutnya deteksi spatial outlier pada model SAR menggunakan *Moran's scatterplot*. *Spatial outlier* merupakan objek pengamatan yang menyimpang dengan tetangga spasialnya, meskipun nilai-nilai non spasialnya tidak berbeda signifikan.
6. Menghitung nilai kebaikan model dengan menghitung nilai Root Mean Square Error (RMSE).
7. Menarik kesimpulan berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan.

## 2.2 Model Regresi Spasial

### 2.2.1 Model Spasial Autoregresif (SAR)

Model SAR adalah suatu model linier dimana terdapat korelasi spasial pada variabel tak bebas. Model SAR ditulis sebagai berikut [6]:

$$\begin{aligned} Y &= \lambda WY + X\beta + U, \\ U &\sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 I). \end{aligned} \quad (5)$$

Dimana

$\lambda$  : koefisien spasial autoregresif, yang menunjukkan besarnya ketergantungan spasial antar daerah.

$W$  : matriks pembobot spasial berukuran  $n \times n$ ,

$\beta$  : vektor koefisien regresi kuantil berukuran  $(k + 1) \times 1$ .

Estimasi parameter model SAR dapat dilakukan dengan menggunakan metode estimasi kemungkinan maksimum (MLE) dengan mengasumsikan bahwa sisaan  $U$  merupakan variabel yang saling bebas dari sebaran  $N(\mathbf{0}, \sigma^2 I)$ .

Pendugaan parameter  $\beta$  pada model SAR diperoleh sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'(I - \lambda W)Y. \quad (6)$$

Pendugaan parameter  $\sigma^2$  pada model SAR diperoleh sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}((I - \lambda W)Y - X\hat{\beta})'((I - \lambda W)Y - X\hat{\beta}), \quad (7)$$

Pendugaan parameter  $\lambda$  dicari dengan menggunakan pendekatan numerik [6].

### 2.2.2 Model Robust Spasial Autoregresif (RSAR)

Regresi robust ialah metode regresi yang diperlukan ketika distribusi galat tidak normal atau terdapat outlier yang berpengaruh pada model. Metode robust ini dapat menganalisis data yang memiliki outlier dan dapat memberikan hasil yang resisten terhadap outlier [16]. Prinsip dasar metode regresi robust adalah memberikan pembobot dalam proses pendugaan parameter model regresi sehingga galat yang dihasilkan berdistribusi normal. Kombinasi model Spasial Autoregresif (SAR) dengan metode regresi robust membentuk Robust Spasial Autoregresif (RSAR) [10]. Estimasi-M adalah metode estimasi yang paling sederhana secara komputasi maupun teoritisnya serta dapat mengakomodir keberadaan outlier dalam model regresi spasial [16].

Robust estimasi-M merupakan estimasi yang meminimumkan fungsi obyektif  $\rho$  yaitu  $\min_{\beta} \rho(u_i)$ . Fungsi obyektif  $\rho$  adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi tersebut. Fungsi pembobot atau  $w(u_i)$  digunakan untuk menghasilkan nilai pembobot. Fungsi pembobot yang digunakan adalah fungsi Tukey Bisquare.

Fungsi obyektif  $\rho$  pada robust SAR estimasi-M adalah sebagai berikut:

$$\min_{\beta} \rho\left(\frac{U}{s}\right) = \min_{\beta} \rho\left(\frac{(I - \lambda W)Y - X\beta}{s}\right), \quad (8)$$

dimana  $s$  adalah skala estimasi robust dengan rumus berikut (draper)

$$s = \frac{\text{median}|u_i - \text{median}(u_i)|}{0,6745}$$

Langkah-langkah dalam proses iterasi menggunakan IRLS untuk pendugaan parameter RSAR estimasi-M adalah sebagai berikut [13]:

1. Mengatur nilai awal parameter SAR dengan estimasi parameter  $\hat{\beta}$  pada model SAR yaitu

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'(I - \lambda W)Y$$

2. Melakukan proses iterasi sampai diperoleh nilai  $\hat{\beta}_j$  yang konvergen artinya  $|\hat{\beta}_j^{(m+1)} - \hat{\beta}_j^{(m)}|$  mendekati nol. Estimasi parameter RSAR dengan menggunakan IRLS, untuk  $m + 1$  iterasi adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{(m+1)} = (X'w_i^{(m)}X)^{-1}X'w_i^{(m)}(I - \lambda W)Y \quad (9)$$

dimana  $m$  ialah banyaknya iterasi,  $w_i^{(m)}$  adalah matriks diagonal berukuran  $n \times n$  dengan elemen-elemen diagonal  $w_1, w_2, \dots, w_n$ ,  $w_i$  adalah fungsi pembobot dengan rumus berikut.

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{4,685}\right)^2\right]^2, & |u_i| \leq 4,685 \\ 0, & |u_i| > 4,685 \end{cases}$$

Iterasi berhenti apabila nilai  $\hat{\beta}_j$  konvergen yaitu  $|\hat{\beta}_j^{(m+1)} - \hat{\beta}_j^{(m)}|$  mendekati nol.

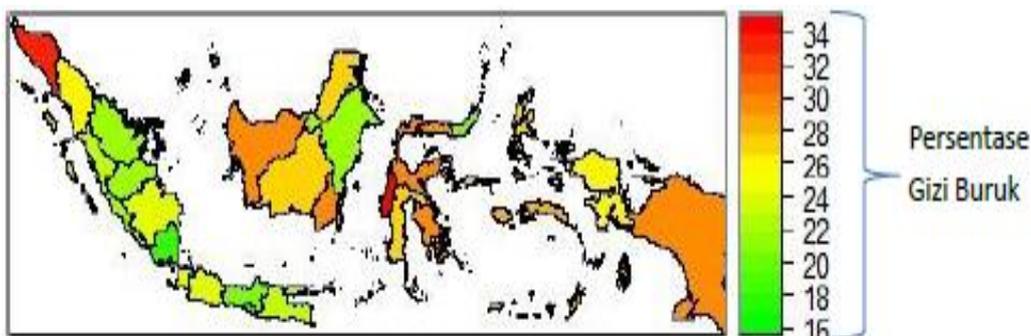
### 3 Hasil dan Pembahasan

#### 3.1. Statistika Deskriptif

Analisis statistika dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui penyebaran data secara visual yang disajikan pada Tabel 1. Peta tematik penyebaran buruk di Indonesia ditunjukkan dalam Gambar 1. Gambar 1 memberikan informasi berupa adanya ketergantungan spasial antar daerah pengamatan yang berdekatan, hal ini terlihat dari kecenderungan kesamaan warna pada provinsi yang saling berdekatan.

Tabel 1. Statistik Deskriptif Pada Data

Variabel	Min	Mean	Maks	S.D
Persentase gizi buruk (Y)	16,80	25,27	33,80	4,53
Persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ )	11,60	38,96	73,60	14,78
Persentase akses air bersih ( $X_2$ )	42,40	70,31	94,50	12,78
Persentase pemberian ASI eksklusif ( $X_3$ )	38,70	51,97	70,40	8,55



Gambar 1. Peta Tematik Penyebaran Gizi Buruk Di Indonesia

Selanjutnya dilakukan uji multikolinearitas variabel bebas untuk mengetahui apakah terdapat korelasi pada masing-masing variabel bebas. Hasil uji multikolinearitas disajikan pada Tabel 2 berikut. Setiap variabel memiliki nilai VIF kecil dari 10, artinya tidak terjadi masalah multikolinearitas antar variabel bebas.

**Tabel 2. Hasil Uji Multikolinearitas Variabel Bebas**

Variabel	VIF
Persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ )	1,219
Persentase akses air bersih ( $X_2$ )	1,302
Persentase pemberian ASI eksklusif ( $X_3$ )	1,104

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh bahwa tidak terdapat multikolinearitas pada variabel bebas. Matriks pembobot spasial pada penelitian ini menggunakan tipe persinggungan yaitu *queen contiguity* (persentuhan sisi atau titik sudut antar daerah). Dalam penelitian ini, satuan spasialnya adalah provinsi-provinsi di Indonesia.

### 3.2. Uji Efek Spasial

#### 3.2.1 Uji Ketergantungan Spasial

Nilai koefisien Indeks Moran adalah  $I = 0,362$  sehingga diperoleh bahwa  $I$  bernilai positif yang berarti bahwa daerah yang berdekatan mempunyai nilai yang mirip dan pola data cenderung berkelompok. Hipotesis pengujian Indeks Moran adalah:

$H_0$  : tidak terdapat ketergantungan spasial antar daerah

$H_1$  : terdapat ketergantungan spasial antar daerah

Statistik uji yang digunakan sebagai berikut:

$$Z_{hit} = \frac{0,362 - (-0,034)}{\sqrt{0,033}} = 2,179$$

Diperoleh bahwa  $Z_{hit} = 2,179 > Z_{\alpha/2} = 1,645$ . Nilai  $p\text{-value} = 0,015 < \alpha = 0,1$ . Dengan demikian diambil kesimpulan tolak  $H_0$  atau berarti bahwa terdapat ketergantungan spasial terkait kasus gizi buruk balita antar provinsi-provinsi di Indonesia.

Uji Lagrange Multiplier untuk menentukan ketergantungan spasial pada variabel tak bebas, diperoleh nilai uji  $LM_{lag}$  sebesar 3,388. Nilai  $p\text{-value} = 0,056 < \alpha = 0,1$ . Pengambilan keputusan tolak  $H_0$  yang artinya terdapat ketergantungan spasial lag pada variabel tak bebas.

#### 3.2.2 Uji Keragaman Spasial

Hipotesis uji *Breusch-Pagan* adalah sebagai berikut:

$H_0$  :  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$

$H_1$  : minimal ada satu  $\sigma_l^2 \neq \sigma^2, l = 1, 2, \dots, k$

diperoleh nilai uji *Breusch-Pagan* sebesar 3,499. Nilai  $p\text{-value} = 0,061 < \alpha = 0,1$ . Pengambilan keputusan berupa tolak  $H_0$  yang artinya terdapat heterokedastisitas yaitu antar provinsi memiliki ragam yang berbeda terkait persentase gizi buruk balita.

Berdasarkan hasil uji efek spasial berupa uji ketergantungan spasial dan keragaman spasial maka diperlukannya model regresi spasial dalam menyelesaikan masalah efek spasial pada model.

### 3.3. Pemodelan Gizi Buruk Balita di Indonesia dengan Model Spasial Autoregresif (SAR)

Model hipotesis yang dibentuk pada kasus pemodelan gizi buruk ini dengan adanya efek spasial pada data adalah sebagai berikut:

$$Y = \lambda WY + \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + U, \quad (10)$$

$$U \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 I) \quad (11)$$

Model SAR dilakukan karena terdapat efek spasial berupa ketergantungan spasial pada variabel tak bebas dimana hasil pendugaan parameter model SAR dapat dilihat pada Tabel 3.

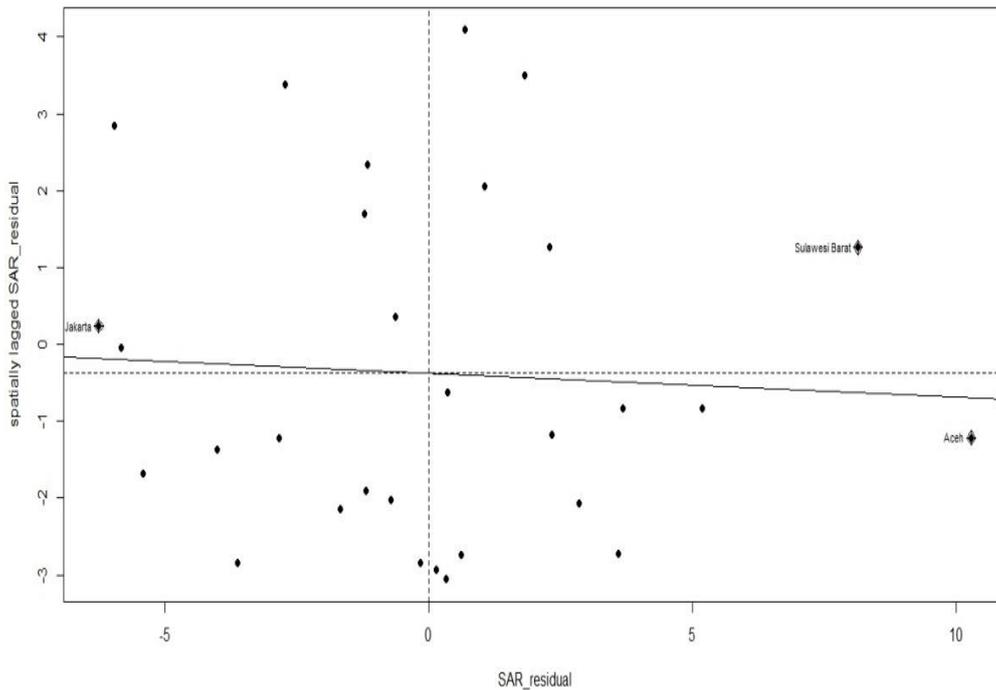
**Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter Model SAR**

Variabel	Est. Koef	Std. error	Z-stat	P-value
Konstanta	18,428	7,852	2,347	0,019
Persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ )	-0,089	0,053	-1,675	0,093
Persentase akses air bersih ( $X_2$ )	0,047	0,064	0,737	0,460
Persentase pemberian ASI eksklusif ( $X_3$ )	-0,021	0,087	-0,244	0,807
Koefisien SAR ( $\lambda$ )	0,324	0,150	2,160	0,031

Berdasarkan Tabel 3, diketahui bahwa koefisien spasial autoregresif pada model regresi SAR adalah 0,324 artinya persentase gizi buruk di suatu provinsi akan mendapat pengaruh spasial sebesar 0,324 dikali rata-rata persentase gizi buruk dari provinsi yang menjadi tetangga dari provinsi tersebut. Nilai koefisien spasial autoregresif ini berpengaruh signifikan terhadap gizi buruk karena memiliki p-value = 0,031 yang kurang dari taraf nyata  $\alpha = 0,1$ . Berdasarkan Tabel 3, variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap gizi buruk adalah persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ ) karena memiliki nilai p-value = 0,093 <  $\alpha = 0,1$ . Dengan demikian dari analisis data gizi buruk di Indonesia, model regresi spasial berdasarkan hasil pendugaan parameter model SAR adalah

$$Y = 0,324WY + 18,428 - 0,089X_1 + 0,047X_2 - 0,021X_3 \quad (12)$$

Selanjutnya dilakukan deteksi adanya *spatial outlier* pada model SAR dengan menggunakan Moran's scatterplot. Hasil deteksi *spatial outlier* untuk kasus gizi buruk ini disajikan pada Gambar 2. Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa terdapat tiga *spatial outlier* pada residual SAR yaitu Provinsi Aceh, Provinsi Jakarta dan Provinsi Sulawesi Barat. Hal ini menginformasikan bahwa distribusi sisaan tidak homogen atau asumsi homogenitas varians dilanggar. Oleh karena itu, model SAR Persamaan (12) tidak dapat diterima karena belum menghasilkan model yang baik dikarenakan masih terdapat *spatial outlier*.



Gambar 2. Moran Scatterplot Model SAR

### 3.4. Pemodelan Gizi Buruk Balita di Indonesia dengan Model *Robust* Spasial Autoregresif (RSAR)

Nilai estimasi parameter  $\beta$  model diperoleh berdasarkan hasil proses iterasi menggunakan metode IRLS (*Iteratively Reweighted Least Square*) disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Proses Iterasi Untuk Estimasi Parameter Beta Model RSAR

Variabel	Proses Iterasi ke-						
	1	2	3	4	5	6	7
Konstanta	16,371	14,261	14,165	14,507	14,764	14,952	15,065
$X_1$	-0,134	-0,186	-0,197	-0,200	-0,202	-0,202	-0,203
$X_2$	0,079	0,106	0,108	0,107	0,106	0,106	0,105
$X_3$	0,004	0,040	0,045	0,041	0,038	0,035	0,034
$\lambda$	0,324	0,324	0,324	0,324	0,324	0,324	0,324

Pada Tabel 4 tersebut diketahui bahwa iterasi berhenti pada iterasi ke 7 karena nilai mutlak dari selisih  $\hat{\beta}_j^{(7)}$  dan  $\hat{\beta}_j^{(6)}$  mendekati nol. Hasil estimasi akhir parameter RSAR estimasi-M disajikan pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Hasil Estimasi Parameter Model RSAR

Variabel	Est. Koef	Std. error	Z-stat	P-value
Konstanta	15,065	6,169	5,963	0,014
Persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ )	-0,203	0,044	21,239	0,000
Persentase akses air bersih ( $X_2$ )	0,105	0,049	4,595	0,032
Persentase pemberian ASI eksklusif ( $X_3$ )	0,034	0,067	0,256	0,613
Koefisien RSAR ( $\lambda$ )	0,324	0,170	3,616	0,057

Berdasarkan Tabel 5, variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap gizi buruk adalah persentase asuransi kesehatan ( $X_1$ ) dan persentase akses air bersih ( $X_2$ ) karena masing-masing variabel tersebut memiliki nilai p-value yaitu 0 dan 0,032 dimana nilainya kurang dari taraf nyata  $\alpha = 0,1$ . Dengan demikian dari analisis data gizi buruk di Indonesia, model regresi spasial berdasarkan hasil pendugaan parameter model RSAR adalah

$$Y = 0,324WY + 15,065 - 0,203X_1 + 0,105X_2 + 0,034X_3 \quad (13)$$

### 3.5. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan untuk membandingkan model estimasi yang dihasilkan dari penerapan masing-masing ketiga metode untuk mengidentifikasi model terbaik dalam menganalisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap gizi buruk di Indonesia. Berikut ini Tabel 6 menyajikan hasil evaluasi kedua model.

**Tabel 6. Pemilihan Model Terbaik**

Model	Kriteria Model Terbaik
	RMSE
Model SAR	3,834
Model RSAR	2,756

Berdasarkan Tabel 6 diperoleh bahwa model RSAR memiliki nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan model SAR. Model RSAR dipilih sebagai model terbaik dalam menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi gizi buruk pada provinsi-provinsi di Indonesia berdasarkan model terbaik dan dapat mengatasi *spatial outlier* karena estimasi-M pada model RSAR dapat mengakomodir keberadaan outlier dalam model regresi spasial.

## 4 Kesimpulan

Model regresi spasial digunakan pada data penelitian karena terdapat adanya efek spasial dan *spatial outlier* sehingga dilakukan pemodelan *Robust Spasial Autoregresif* (RSAR). Model RSAR terbukti mampu dalam menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi gizi buruk balita di Indonesia, memiliki kinerja dan prediksi yang baik serta mampu mengatasi *spatial outlier*. Saran untuk penelitian selanjutnya yaitu melakukan estimasi parameter lainnya pada model RSAR seperti estimasi-LTS (*Least Trimmed Square*), estimasi-S (*Scale*) dan estimasi-MM (*Method of Moment*).

## Daftar Pustaka

- [1] A. Sofia, B. Susetyo, and M. N. Aidi, "Comparison Poisson Regression And Spatial Autoregressive ( SAR ) Poisson ( Case Study : In Preventing The Malnutrition Factors In Java Island )," *Int. J. Sci. Res. Sci. Eng. Technol.*, vol. 4, no. May, pp. 234–239, 2019.
- [2] T. H. E. S. Of, *In Brief to The State of Food Security and Nutrition in the World 2021*. 2021.

- [3] J. H. Rah, A. Melse-Boonstra, R. Agustina, K. G. van Zutphen, and K. Kraemer, "The Triple Burden of Malnutrition Among Adolescents in Indonesia," *Food Nutr. Bull.*, vol. 42, no. 1\_suppl, pp. S4–S8, 2021.
- [4] A. D. Laksono, N. E. W. Sukoco, T. Rachmawati, and R. D. Wulandari, "Factors Related to Stunting Incidence in Toddlers with Working Mothers in Indonesia," *Int. J. Environ. Res. Public Health*, vol. 19, no. 17, 2022.
- [5] & Shibeshi, A. H. and Z. G. Asfaw, "Bayesian Spatial Quantile Interval Model with Application to Childhood Malnutrition in Ethiopia," pp. 1–25, 2021.
- [6] L. Anselin, *Spatial Econometrics: Methods and Models*. 1988.
- [7] S. Weisberg, *Applied Linear Regression*, vol. 148, no. 1. 2014.
- [8] T. Huang, G. Saporta, H. Wang, and S. Wang, "A robust spatial autoregressive scalar-on-function regression with t-distribution," *Adv. Data Anal. Classif.*, vol. 15, no. 1, pp. 57–81, 2021.
- [9] Z. Y. Tho, D. Ding, F. K. C. Hui, A. H. Welsh, and T. Zou, "On the Robust Estimation of Spatial Autoregressive Models," *Econom. Stat.*, no. xxxx, pp. 1–14, 2023.
- [10] H. Yasin, A. R. Hakim, and B. Warsito, "Development life expectancy model in Central Java using robust spatial regression with M-estimators," *Commun. Math. Biol. Neurosci.*, vol. 2020, pp. 1–16, 2020.
- [11] W. Chairani Mastuti and A. Djuraidah, "Robust Spatial Regression Model on Original Local Government Revenue in Java 2017 \*," *Indones. J. Stat. Its Appl.*, vol. 4, no. 1, pp. 68–79, 2019.
- [12] D. C. Montgomery and G. C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, vol. 19, no. 3. 1994.
- [13] T. Rachman, "Buku r," in *Angewandte Chemie International Edition*, 6(11), 951–952., 2018, pp. 10–27.
- [14] F. Yanuar, T. Abrari, H. G. Izzati Rahmi, and A. Zetra, "Spatial Autoregressive Quantile Regression with Application on Open Unemployment Data," *Sci. Technol. Indones.*, vol. 8, no. 2, pp. 321–329, 2023.
- [15] J. Geoffrey, *Advances in Spatial Science*. 2007.
- [16] C. Chen, "Statistics and Data Analysis Paper 265-27 Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG Procedure," *Statistics (Ber.)*, 2002.