

Penerapan Model Inventori dengan Waktu Diskret dan *Leadtime* pada Permasalahan Persediaan Daging Beku

Eka Susanti^{1*}, Des Alwine Zayanti², Endro Setyo Cahyono³, Novi Rustiana Dewi⁴, Oki Dwipurwani⁵, Dian Cahyawati⁶, Muhammad Aqil⁷

^{1,2,3,4,5,6,7}Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sriwijaya
Jl. Palembang Prabumulih KM.32 Indralaya Sumatera Selatan

*Korespondensi penulis : eka_susanti@mipa.unsri.ac.id

Abstrak

Manajemen persediaan diperlukan untuk menjamin ketersediaan produk dan meminimumkan resiko kerugian terutama untuk produk yang mudah rusak. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan persediaan optimal daging beku yang meminimumkan total biaya menggunakan metode matriks analitik. Konsep *Quasi-Birth-Death* dengan waktu diskrit dan *leadtime* diterapkan untuk perhitungan matriks analitik. Diperoleh hasil adanya peningkatan terhadap tingkat persediaan di setiap periode persediaan dengan peningkatan rata-rata sebesar 2,4336% dan peningkatan rata-rata total biaya sebesar 17,2056%.

Kata Kunci: Inventori, waktu diskrit, Leadtime

Abstract

Inventory management is needed to ensure product availability and minimize the risk of loss, especially for perishable products. This study aims to determine the optimal supply of frozen meat that minimizes total costs using the analytical matrix method. the concept of *Quasi-Birth-Death* with discrete time and *leadtime* is applied for analytic matrix calculations. The results obtained were an increase in inventory levels in each inventory period with an average increase of 2.4336% and an average increase in total costs of 17.2056%.

Keywords: Inventory, Discrete Time, Leadtime

1. Pendahuluan

Persediaan (*Inventory*) adalah salah satu hal yang penting di dalam dunia perindustrian dan perdagangan. Persediaan adalah istilah umum yang menunjukkan segala sesuatu atau sumber daya yang disimpan untuk pemenuhan permintaan [1]. Pada bidang industri dan perdagangan terdapat produk-produk yang mudah rusak (*Perishable Product*) seperti sayur, buah, dan daging. Kualitas dan masa produk yang mudah rusak harus menjadi perhatian pengelola selain jumlah produk [2]. Penelitian permasalahan persediaan dikaji oleh [3] yang membahas mengenai sistem persediaan produk mudah rusak dengan kebijakan pemesanan dan antrian yang terbatas menggunakan *Markovian Arrival Process* dalam waktu kontinu. Selain penelitian tersebut, [4] juga membahas mengenai permasalahan manajemen persediaan produk mudah rusak dalam jangka panjang menggunakan *Markov Decision Processes*. Selain waktu kontinu terdapat juga waktu diskrit. Waktu kontinu merupakan variabel yang memiliki nilai tertentu dalam waktu yang sangat singkat dimana terdapat titik waktu yang tidak terbatas diantara dua titik waktu [5]. Sedangkan waktu diskrit adalah nilai-nilai variabel yang terdapat pada titik waktu yang terpisah atau tidak berubah setiap periode waktu [6]. Penelitian mengenai waktu diskrit pernah dikaji oleh [7] mengenai pengendalian model persediaan gudang dengan ketidakpastian permintaan dan *leadtime* dengan keputusan dibuat berdasarkan waktu diskrit yang tidak terbatas untuk meminimumkan total biaya.

Selain waktu diskret, *leadtime* adalah salah satu hal yang perlu dipertimbangkan pada permasalahan persediaan. *Leadtime* merupakan waktu tunggu yang dibutuhkan dari sejak pemesanan hingga barang pesanan diterima [8]. Penelitian [9] mengenai permasalahan sistem persediaan produk mudah rusak dengan memperhatikan *leadtime* dan pendekatan stokastik. *Leadtime* diperlukan dalam manajemen persediaan untuk meningkatkan kepuasan pelanggan yang berada dalam antrian. Dalam permasalahan antrian akan digunakan matriks analitik dengan menggunakan proses *Quasi-Birth-Death*. Metode matriks analitik dapat digunakan untuk melakukan analisis model persediaan [10]. Ekspektasi matematika merupakan suatu nilai yang diharapkan dari hasil suatu percobaan yang dinyatakan secara matematis [11]. Dalam pengoptimalan produk dan biaya dapat dilihat berdasarkan jumlah pemesanan produk yang dapat berpengaruh terhadap besarnya biaya pemesanan dan persediaan akan berpengaruh terhadap besarnya biaya penyimpanan produk [12]. Pada penelitian ini model inventori dengan waktu diskret dan *leadtime* diterapkan pada permasalahan daging beku di perum BULOG Divisi Regional (Divre) Sumatera Selatan dan Bangka Belitung (Sumsel Babel).

2. Metode Penelitian

Tahap-tahap dalam penelitian ini yaitu pengumpulan data, formulasi model persediaan dengan waktu diskrit dan *leadtime*, analisis hasil dan penarikan kesimpulan.

a. Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data primer dan sekunder. Data Primer diperoleh melalui wawancara dengan staf Perum BULOG. Data Sekunder diperoleh dari bagian pengadaan Perum BULOG Divre Sumsel Babel.

b. Formulasi Model Persediaan dengan waktu diskrit dan *leadtime*

Langkah-langkah dalam formulasi model persediaan [13] sebagai berikut:

- Menyusun matriks analitik dengan proses *Quasi-Birth-Death*.
- Menentukan syarat kestabilan sistem dan karakteristik sistem.
- Menyusun model ekspektasi tingkat persediaan (EI), tingkat kerusakan (EP), jumlah pelanggan dalam antrian (EC), tingkat pemesanan kembali (ER), tingkat keberangkatan setelah menyelesaikan pelayanan (ED), tingkat pengisian ulang produk (ERR) dan total biaya (ETC).

$$EC = \sum_{i=1}^{\infty} i x_i e \quad (1)$$

$$EI = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^S j x_{ij} \quad (2)$$

$$ER = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=s+1}^S x_{ij} [b l_{j-(s+1)}^{(j)} + \bar{b} l_{j-s}^{(j)}] \quad (3)$$

$$ERR = c \sum_{j=0}^S \sum_{i=0}^{\infty} x_{ij} \quad (4)$$

$$ED = b \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^S x_{ij} \quad (5)$$

$$EP = EP = \sum_{j=1}^S \sum_{k=1}^j k \sum_{i=0}^{\infty} x_{ij} l_k^{(j)} \quad (6)$$

$$ETC = c_0(ER) + c_1(ERR) + c_2(EI) + c_3(EC) + c_4(ED) + c_5(EP) \quad (7)$$

Penjelasan parameter dan variable diberikan pada Tabel 1.

c. Analisis Hasil dan Penarikan Kesimpulan

3. Hasil dan Pembahasan

Data yang digunakan adalah data persediaan daging beku Perum BULOG Divre Sumsel Babel periode tahun 2021. Berikut diberikan variabel dan nilai parameter model persediaan berdasarkan data persediaan tahun 2021.

Tabel 1. Variabel, Parameter dan Nilai Parameter

Parameter & Variabel	Keterangan	Nilai Parameter
x_{ij}	Jumlah persediaan pada persediaan ke-i dan waktu ke-j	-
x_i	Jumlah pelanggan pada persediaan ke-i	-
e	Vektor Kolom yang elemennya bernilai 1	-
$l_k^{(j)}$	Tingkat Kerusakan Produk	-
a	Probabilitas Waktu Antar Kedatangan	0,25
b	Probabilitas Waktu Pelayanan	0,13
c	Probabilitas <i>Leadtime</i>	0,08
l	Probabilitas Kadaluarsa Produk	0,08 – 0,12
c_0	Biaya Pemesanan Tetap (Rupiah)	750
c_1	Biaya Pengadaan Per Unit (Rupiah)	0,021
c_2	Biaya Penyimpanan Persediaan per Unit (Rupiah)	0,006
c_3	Biaya Penyimpanan Pelanggan per Unit (Rupiah)	0
c_4	Biaya Kehilangan Pelanggan per Unit (Rupiah)	0
c_5	Biaya Pembuangan Produk per Unit Rusak (Rupiah)	0

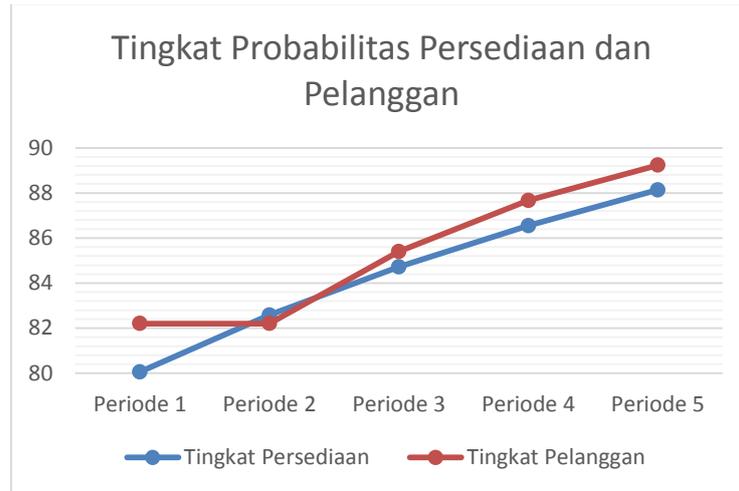
Menggunakan nilai parameter Pada Tabel 1, model ekspektasi persediaan diterapkan pada masalah persediaan daging beku. Model ekspektasi persediaan yang digunakan diperkenalkan oleh [13]. Perhitungan EC (1), EI (2), ER (3), ERR (4), ED (5), EP (6) dan ETC (7) menggunakan bantuan Maple 2022 dan hasil perhitungan diberikan pada Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil Perhitungan Model Ekspektasi Persediaan

Periode	EC	EI	ER	ERR	ED	EP	ETC
$l = 0,08$							
1	82,2068	80,0550	0,2950	0,0460	1,4300	1,1043	221,2871
2	82,2058	82,5813	0,3573	0,0265	1,4298	1,4491	267,9445
3	85,3983	84,7207	0,4312	0,0152	1,4297	1,8691	323,3920
4	87,6630	86,5489	0,5009	0,0088	1,4297	2,2995	375,6728
5	89,2339	88,1330	0,5554	0,0050	1,4297	2,6675	416,5878
$l = 0,10$							
1	82,2068	80,0550	0,3688	0,0460	1,4300	1,3804	276,6077
2	82,2058	82,5813	0,4466	0,0265	1,4298	1,8114	334,9293
3	85,3983	84,7207	0,5389	0,0152	1,4297	2,3364	404,2387
4	87,6630	86,5489	0,6261	0,0088	1,4297	2,8744	469,5897
5	89,2339	88,1330	0,6943	0,0050	1,4297	3,3343	520,7334
$l = 0,12$							
1	82,2068	80,0550	0,4426	0,0460	1,4300	1,6564	331,9283
2	82,2058	82,5813	0,5363	0,0265	1,4298	2,1697	402,2543
3	85,3983	84,7207	0,6468	0,0152	1,4297	2,8036	480,0855
4	87,6630	86,5489	0,7513	0,0088	1,4297	3,4493	563,5066
5	89,2339	88,1330	0,8332	0,0050	1,4297	4,0012	624,8331

Tabel 2 adalah hasil perhitungan model ekspektasi persediaan menggunakan Maple 2022 berdasarkan tahapan pengerjaan yang diberikan oleh [13]. Nilai ekpektasi tingkat persediaan, tingkat pemesanan kembali, dan tingkat kerusakan meningkat. Ekpektasi pengisian ulang produk menurun, tingkat pelanggan dalam antrian menurun di periode ke-2 dan meningkat kembali di periode ke-3. Tingkat keberangkatan setelah menyelesaikan pelayanan menurun dan mencapai nilai yang konstan di periode ke-4 dan 5.

Berdasarkan perhitungan model ekspektasi persediaan yang dibentuk berdasarkan proses *Quasi-Birth-Death* [13] diperoleh tingkat ekspektasi persediaan, pelanggan serta total biaya diperiode selanjutnya dengan mempertimbangkan kondisi waktu antar kedatangan, waktu pelayanan dan *leadtime*. Berdasarkan data persediaan yang diperoleh dari Perum BULOG Divre Sumsel Babel dengan biaya pemesanan per unit sebesar 0,021, biaya penyimpanan sebesar 0,006 per unit dan harga daging per unit 75.000 dengan waktu antar kedatangan sebesar 0,25, waktu pelayanan sebesar 0,13 dan *leadtime* sebesar 0,08. Diberikan grafik tingkat persediaan dan asumsi pelanggan pada Gambar 1 sebagai berikut.



Gambar 1. Tingkat Probabilitas Persediaan dan Pelanggan

Gambar 1 merupakan tingkat probabilitas persediaan dan pelanggan mulai dari periode 1 sampai dengan periode 5. Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa tingkat probabilitas persediaan meningkat di setiap periodenya dengan nilai (80,050; 82,5813; 84,7207; 86,5489; 88,1330) dan persentase rata-rata peningkatan sebagai berikut.

$$\text{Peningkatan 1} = \frac{(\text{periode 2} - \text{periode 1})}{\text{periode 1}} 100\% = \frac{(82,5813 - 80,050)}{80,050} 100\% = 3,1621\%$$

$$\text{Peningkatan 2} = \frac{(\text{periode 3} - \text{periode 2})}{\text{periode 2}} 100\% = \frac{(84,7207 - 82,5813)}{82,5813} 100\% = 2,5907\%$$

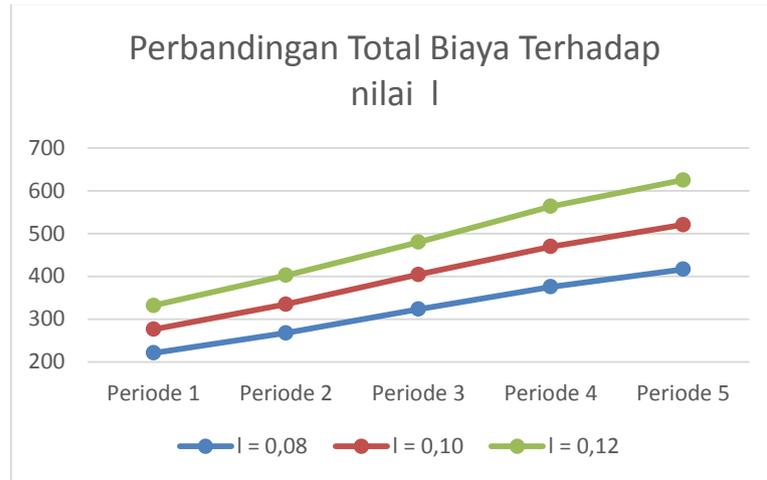
$$\text{peningkatan 3} = \frac{(\text{periode 4} - \text{periode 3})}{\text{periode 3}} 100\% = \frac{(86,5489 - 84,7207)}{84,7207} 100\% = 2,1579\%$$

$$\text{Peningkatan 4} = \frac{(\text{periode 5} - \text{periode 4})}{\text{periode 4}} 100\% = \frac{(88,1330 - 86,5489)}{86,5489} 100\% = 1,8303\%$$

Rata – rata peningkatan

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{Peningkatan 1} + \text{Peningkatan 2} + \text{Peningkatan 3} + \text{Peningkatan 4}}{4} \\ &= \frac{3,1621\% + 2,5907\% + 2,1579\% + 1,8303\%}{4} = 2,4353\% \end{aligned}$$

Tingkat probabilitas pelanggan menurun di periode 2, akan tetapi meningkat kembali di periode selanjutnya dengan nilai (82,2068; 82,2058; 85,3983; 87,6630; 89,2339). Perbandingan total biaya berdasarkan nilai l diberikan pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Perbandingan Total Biaya Terhadap nilai l

Gambar 2 merupakan Perbandingan total biaya terhadap nilai l , ketika $l = 0,08$ nilai dari total biayanya sebesar (221,2871; 267,9445; 323,392; 375,6728; 416,6878), ketika $l = 0,10$ nilai total biayanya sebesar (276,6077; 334,9293; 404,2387; 469,5897; 520,7334). Ketika $l = 0,12$ nilai total biayanya sebesar (331,9283; 402,2543; 480,0855; 563,5066; 624,8331) dengan persentase rata-rata peningkatan sebagai berikut.

$$\text{Peningkatan 1} = \frac{(\text{periode 2} - \text{periode 1})}{\text{periode 1}} 100\% = \frac{(267,9445 - 221,2871)}{221,2871} 100\% = 21,0846\%$$

$$\text{Peningkatan 2} = \frac{(\text{periode 3} - \text{periode 2})}{\text{periode 2}} 100\% = \frac{(323,392 - 267,9445)}{267,9445} 100\% = 20,6937\%$$

$$\text{peningkatan 3} = \frac{(\text{periode 4} - \text{periode 3})}{\text{periode 3}} 100\% = \frac{(375,6728 - 323,392)}{323,392} 100\% = 16,1664\%$$

$$\text{Peningkatan 4} = \frac{(\text{periode 5} - \text{periode 4})}{\text{periode 4}} 100\% = \frac{(416,6878 - 375,6728)}{375,6728} 100\% = 10,9177\%$$

Rata – rata peningkatan

$$= \frac{\text{Peningkatan 1} + \text{Peningkatan 2} + \text{Peningkatan 3} + \text{Peningkatan 4}}{4} = \frac{21,0846\% + 20,6937\% + 16,1664\% + 10,9177\%}{4} = 17,2156\%$$

Terlihat bahwa dari perbandingan rata-rata peningkatan, semakin banyak produk yang mengalami kerusakan maka semakin besar total biaya yang diperlukan dalam mengatasi permasalahan persediaan produk mudah rusak baik dari biaya penyimpanan maupun biaya tambahan akibat kerusakan produk.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa persediaan produk mudah rusak yang dianalisis menggunakan metode matriks analitik dan proses *Quasi-*

Birth-Death [13], setiap periodenya mengalami peningkatan dengan rata-rata sebesar 2,4336% dan total biaya meningkat sebesar 17,2056%. Proses *Quasi-Birth-Death* dalam model persediaan berkaitan dengan penambahan persediaan dan pengeluaran produk untuk pelanggan. Pada penelitian ini permasalahan diterapkan pada permasalahan produk yang mudah rusak dan hanya mempertimbangkan satu jenis produk (*single item*). Penelitian selanjutnya dapat dipertimbangkan lebih dari satu jenis produk (*multi item*).

Daftar Pustaka

- [1] N. H. Wahidah and M. T. Safirin, "Analisa Pengendalian Persediaan Bahan Baku Dengan Metode Fuzzy Inventory Control (Pt. Xx Probolinggo)," *Juminten*, vol. 1, no. 4, pp. 117–129, 2020.
- [2] O. Kaya and S. R. Ghahroodi, *Inventory control and pricing for perishable products under age and price dependent stochastic demand*, vol. 88, no. 1. Springer Berlin Heidelberg, 2018.
- [3] R. Suganya *et al.*, "Perishable inventory system with n-policy, map arrivals, and impatient customers," *Mathematics*, vol. 9, no. 13, pp. 1–15, 2021.
- [4] G. O. Ferreira, E. F. Arruda, and L. G. Marujo, "Inventory management of perishable items in long-term humanitarian operations using Markov Decision Processes," *Int. J. Disaster Risk Reduct.*, vol. 31, pp. 460–469, 2018.
- [5] C. H. Chin, S. K. Koh, Y. F. Tan, A. H. Pooi, and Y. K. Goh, "Stationary queue length distribution of a continuous-time queueing system with negative arrival," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1132, no. 1, 2018.
- [6] N. Akar and O. Dogan, "Discrete-Time Queueing Model of Age of Information with Multiple Information Sources," *IEEE Internet Things J.*, vol. 8, no. 19, pp. 14531–14542, 2021.
- [7] M. Rahdar, L. Wang, and G. Hu, "A tri-level optimization model for inventory control with uncertain demand and lead time," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 195, pp. 96–105, 2018.
- [8] N. R. Nurwulan, A. A. Taghsya, E. D. Astuti, R. A. Fitri, and S. R. K. Nisa, "Pengurangan Lead Time dengan Lean Manufacturing: Kajian Literatur," *J. Ind. Manuf. Eng.*, vol. 5, no. 1, pp. 30–40, 2021.
- [9] V. S. S. Yadavalli and S. Udayabaskaran, "A single product perishable inventory system with compulsory waiting period for reordering and with stochastic lead-time," *Eur. J. Ind. Eng.*, vol. 12, no. 5, pp. 682–707, 2018.
- [10] M. Keerthana, N. Saranya, and B. Sivakumar, "A stochastic queueing - Inventory system with renewal demands and positive lead time," *Eur. J. Ind. Eng.*, vol. 14, no. 4, pp. 443–484, 2020.
- [11] A. Indriani, "Desain Pendekatan Kontekstual Pada Pembelajaran Statistik Matematika," *Aksioma*, vol. 8, no. 1, p. 98, 2017, doi: 10.26877/aks.v8i1.1504.
- [12] S. Chen, Y. Li, Y. Yang, and W. Zhou, "Managing Perishable Inventory Systems with Age-differentiated Demand," *Prod. Oper. Manag.*, vol. 30, no. 10, pp. 3784–3799, 2021.
- [13] J. Jijo and J. K. P., "A discrete time perishable inventory model with positive lead time," *Malaya J. Mat.*, vol. 5, no. 1, pp. 39–44, 2020.
- [14] Perum BULOG Divisi Regional Sumatera Selatan Bangka Belitung, "SIM Daging Beku Tahun 2021," Palembang : Perum BULOG, 2021.