

Solusi Layak Awal Masalah Transportasi Menggunakan *Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extremum Difference Method*

Fahrudin Muhtarulloh¹, Sahira Nabila Juliana², Elis Ratna Wulan³

^{1,2,3} Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Gunung Djati Bandung, Jl. A.H. Nasution No. 105 Cibiru, Bandung, Indonesia

Email: fahrudin.math@uinsgd.ac.id¹, sahiranj25@gmail.com², elis_ratna_wulan@uinsgd.ac.id³

*Korespondensi penulis : fahrudin.math@uinsgd.ac.id

Abstrak

Masalah transportasi disini yaitu mengalokasikan barang dari suatu tempat (sumber) ke tempat tujuan (permintaan) secara optimal dengan mempertimbangkan biaya minimal, pengalokasian dan penjadwalan yang efektif. Untuk mendapatkan solusi layak awal ini menggunakan pendekatan *Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extremum Difference Method* (TOCM-MEDM). Metode ini adalah metode baru dengan pengerjaannya yaitu diawali dengan membuat suatu kasus ke dalam tabel masalah transportasi awal kemudian diubah menjadi matriks TOCM (*Total Opportunity Cost Matrix*) dengan cara menghitung selisih baris dan kolom. Kemudian entri-entri berubah menjadi matriks TOCM, langkah selanjutnya yaitu menentukan pointer baris dan pointer kolom dengan cara mengurangi nilai terbesar dengan nilai terkecil baik baris atau kolom. Cara tersebut merupakan pendekatan dari MEDM (*Modified Extremum Difference Method*). Dari hasil tersebut dapat dilanjutkan untuk menentukan biaya penunjuk maksimum dengan melihat pointer paling besar. Kemudian baru menghitung alokasi minimum dari setiap baris dan kolom sampai persediaan dan permintaan terpenuhi. Hasil analisis menunjukkan bahwa hasil penyelesaian masalah transportasi untuk menentukan solusi layak awal menggunakan TOCM-MEDM ini mendapatkan biaya hasil minimum yaitu sebesar 410.

Kata Kunci: Masalah Transportasi, Solusi Layak Awal, *Total Opportunity Cost Matrix Modified Extremum Difference Method*.

Abstract

The transportation problem here is allocating goods from a place (source) to the destination (demand) optimally by considering minimal costs, effective allocation, and scheduling. To get this initial feasible solution using the Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extremum Difference Method (TOCM-MEDM) approach. This method is a new method, which begins by making a case into the initial transportation problem table and then converting it into a TOCM (Total Opportunity Cost Matrix) matrix by calculating the difference between rows and columns. Then the entries turn into a TOCM matrix, the next step is to determine the row pointers and column pointers by subtracting the largest value from the smallest value in either row or column. This method is an approach from MEDM (Modified Extremum Difference Method). From these results, it can be continued to determine the maximum pointer cost by looking at the largest pointer. Then just calculate the minimum allocation of each row and column until supply and demand are met. The results of the analysis show that the results of solving the transportation problem to determine the initial feasible solution using the TOCM-MEDM method get the minimum yield costs of 410.

Keywords: Transportation Problems, Initial Eligible Solutions, Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extremum Difference Method.

1. Pendahuluan

Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan tertua yang dibangun dari sederetan penelitian mengenai bilangan dan ruang. Dalam endapan sejarah, ilmu matematika berkembang sesuai dengan zamannya. Sejalan dengan perkembangannya, matematika kemudian diterapkan sebagai suatu cara pendekatan dalam mempelajari ilmu pengetahuan, teknologi dan seni dalam menyelesaikan berbagai masalah yang rumit. Salah satu peran matematika yang telah banyak memberikan andil dalam pembangunan adalah ilmu riset operasi [1].

Sedikitnya ada dua hal yang dipelajari dalam riset operasi yaitu masalah transportasi dan masalah penugasan. Dalam artikel ini akan fokus pada masalah transportasi. Masalah transportasi sangat erat dengan pengukuran atau perhitungan dari segi biaya hingga jarak [2], [3]. Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian suatu barang dari beberapa sumber ke beberapa tujuan untuk mencapai keuntungan yang paling tinggi [3], [4]. Hasil yang diperoleh dalam masalah transportasi disebut sebagai solusi, dimana terdapat dua solusi yaitu solusi layak awal dan solusi optimal. Dalam artikel ini akan dibahas mengenai solusi layak awal. Solusi layak awal adalah solusi yang memenuhi semua fungsi kendala (fungsi pembatas) namun hasilnya masih dapat diperbaiki sehingga mencapai solusi yang lebih baik [5]–[7]. Metode terdahulu untuk mencari solusi layak awal diantaranya: metode NWC (*North West Corner*), metode *Least Cost*, dan *Vogel Approximation Method* (VAM) [5], [6].

Penelitian tentang masalah transportasi pertama dilakukan oleh Hitchcock (1941), Kemudian untuk masalah meminimalkan biaya transportasi telah dikenalkan sejak lama oleh Shenoy (1991) dengan buku yang berjudul *Operations Research for Management* [8], [9]. Sedangkan Kirca (1990) melakukan penelitian tentang penggunaan *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM) untuk mencari solusi layak awal masalah transportasi. Guvita (2019)

melakukan penelitian pada masalah transportasi pabrik garam UD Aditya Mandiri menggunakan TOCM-LSLC [10]. Hossain, dkk (2020) memperkenalkan *Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extremum Difference Method* (TOCM-MEDM). TOCM-MEDM ini merupakan metode yang cukup baru untuk menentukan solusi layak awal pada masalah transportasi. Dalam penelitian ini, menggunakan pendekatan TOCM-MEDM untuk mencari biaya transportasi yang paling minimum [11], [12].

Pada pendekatan TOCM-MEDM ini, biaya unit telah dihitung hanya satu kali dengan mengambil perbedaan antara biaya sel tertinggi dan terendah untuk setiap baris dan kolom dari TOCM dan memungkinkan alokasi maksimum ke sel biaya terendah sesuai dengan biaya unit tertinggi. Alokasi diperoleh dengan Metode Perbedaan Extremum (MEDM) yang dimodifikasi [12]. Tujuan dari masalah transportasi ini adalah untuk menentukan rute mana yang harus dibuka dan ukuran pengiriman pada rute tersebut, sehingga total biaya transportasi untuk memenuhi permintaan, kendala pasokan, dapat diminimalkan. Hal ini menjadi dasar untuk nantinya dapat memberikan solusi layak awal baik untuk masalah transportasi seimbang dalam iterasi yang lebih sedikit, tanpa membuat perhitungan panjang dan memakan waktu. Dan mengetahui atau menunjukkan bahwa metode yang diusulkan memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan heuristik lain yang tersedia dalam literatur.

2. Metode Penelitian

2.1 *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM)

Solusi layak awal dengan metode TOCM adalah melakukan reduksi baris dan reduksi kolom, membentuk tabel *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM), menentukan biaya penunjuk baris dan kolom, membuat alokasi pada sel terpilih semaksimal mungkin, menghitung biaya penunjuk baru, dan menghitung total biaya transportasi. Kirca (1990) merumuskan persamaan *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM) [13], seperti persamaan berikut.

$$TOCM_{ij} = (C_{ij} - C_{ik}) + (C_{ij} - C_{kj}) \quad (1)$$

dengan :

$TOCM_{ij}$: *Total Opportunity Cost Matrix* dari titik persediaan i ke titik permintaan j.

C_{ij} : Biaya transportasi dari titik persediaan i ke titik permintaan j

C_{ik} : Elemen biaya terkecil pada baris ke-i, dimana $C_{ik} = \min(C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in})$

C_{kj} : Elemen biaya terkecil pada kolom ke-j, dimana $C_{kj} = \min(C_{1j}, C_{2j}, \dots, C_{mj})$

2.2 *Total Opportunity Cost Matrix – Modified Extremum Difference Method* (TOCM-MEDM)

Pengembangan dari metode TOCM untuk mencari solusi layak awal adalah TOCM-MEDM yang diperkenalkan oleh Hossain (2020). Adapun langkah langkah untuk menentukan solusi layak awal dengan metode *Total Opportunity Cost Matrix – Modified*

Extremum Difference Method (TOCM-MEDM) [12], seperti yang ditunjukkan dalam Diagram 1 berikut ini.

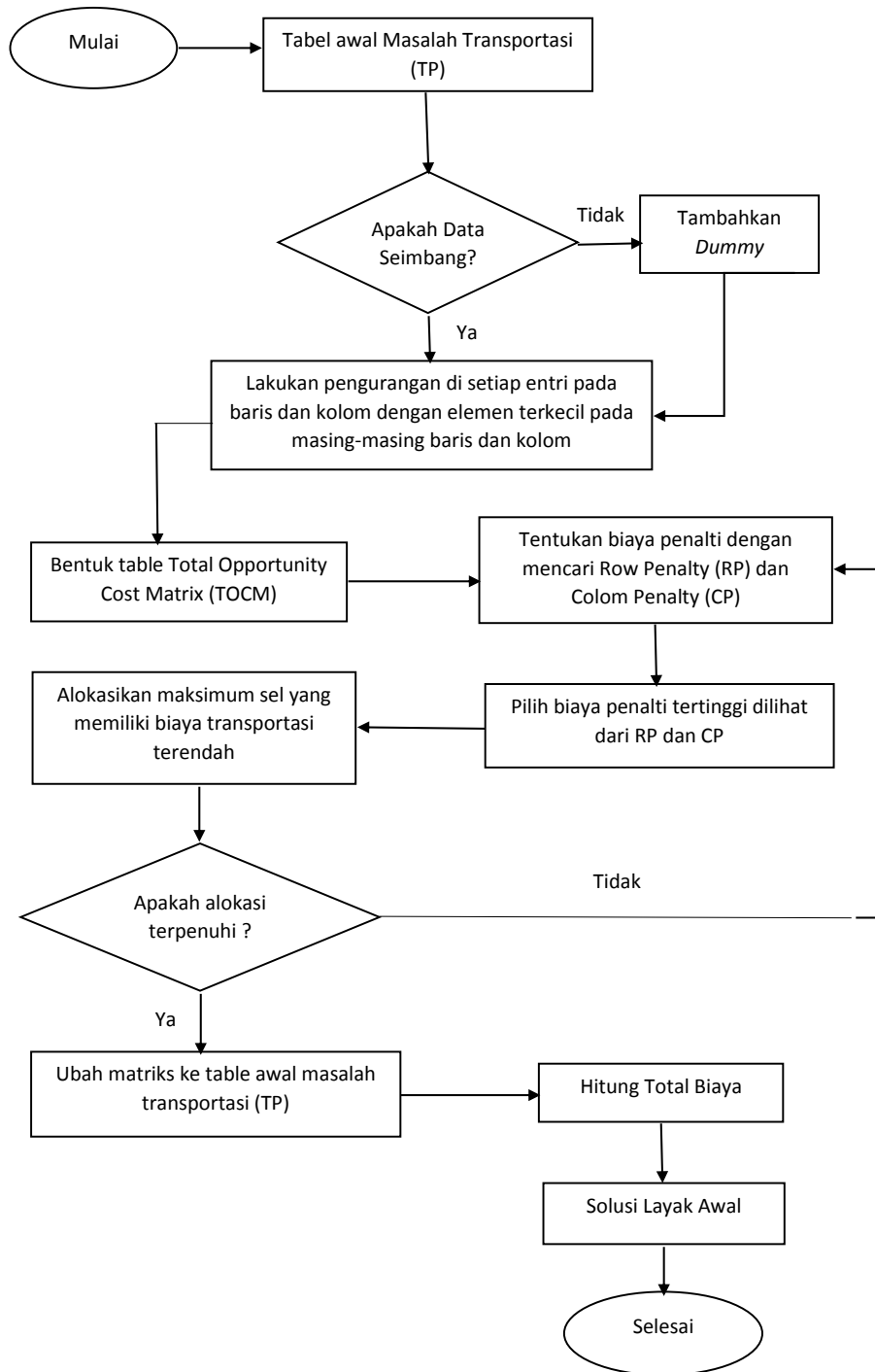


Diagram 1. *Flowchart* Metode TOCM-MEDM

Berdasarkan Diagram 1, Langkah 1: kurangi biaya terkecil (C_{ik} dengan $k=1,2,3, \dots, n$) dari masing-masing biaya bersama baris pertama ($C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in}$) dengan $i=1,2, \dots, m$ dari tabel transportasi dan dituliskan di sudut kanan atas biaya yang sesuai. Langkah 2: lakukan proses yang sama pada setiap kolom dan tuliskan hasilnya di sudut bawah kiri dari biaya yang sesuai. Langkah 3: buatlah menjadi matriks TOCM dimana entri-entrianya

adalah penjumlahan dari hasil pengurangan baris dan hasil pengurangan kolom yang diperoleh dari Langkah 1 dan langkah 2. Langkah 4: tentukan biaya penalti untuk setiap baris TOCM dengan mengambil perbedaan antara biaya sel tertinggi dan terendah di baris yang sama dan letakkan di sebelah kanan baris yang sesuai dari matriks biaya. Angka-angka ini disebut *Row Penalti* (RP). Dengan cara yang sama, hitung kolom penalti (CP) untuk masing-masing kolom dan ditulis di bawah matriks biaya, dibawah kolom matriks yang sesuai. Langkah 5: pilih biaya penalti tertinggi dilihat dari penalti baris atau penalti kolom dimana itu muncul. Jika sama, maka pilih salah satu dari mereka. Langkah 6: mengalokasikan maksimum ke sel yang memiliki biaya transportasi unit terendah di baris atau kolom dimana biaya penalti tertinggi muncul. Jika lebih dari satu sel mengandung biaya terendah, maka alokasikan ke sel tempat alokasi maksimum. Langkah 7: penentuan sisa alokasi, disesuaikan dengan persediaan dan permintaan di baris dan kolom masing-masing. Langkah 8: hitung total biaya transportasi menggunakan matriks biaya transportasi asli dan alokasi yang diperoleh pada langkah 6 dan langkah 7. Langkah 9: pada langkah terakhir ini, hitung total biaya transportasi dari tabel biaya. Perhitungan ini adalah jumlah dari produk biaya dan nilai alokasi yang sesuai dari tabel biaya, dengan persamaan berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (2)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Sebuah perusahaan yang memproduksi televisi dan memiliki empat pabrik (factory, F) yaitu: F_1, F_2, F_3 dan F_4 memiliki kapasitas produksi harian masing-masing adalah 30, 25, 20 dan 15 buah televisi. Perusahaan memasok televisi keempat tujuan (destination, D) showroom yang berlokasi di D_1, D_2, D_3 dan D_4 yang memiliki permintaan hariannya sebesar 30, 30, 20 dan 10 buah masing-masing televisi. Biaya transportasi per unit televisi diberikan dalam transportasi pada tabel 1. Carilah biaya minimum pemindahan semua televisi ke pabrik.

Tabel 1. Masalah Transportasi

Sumber	Tujuan				Kapasitas Produksi/ Persediaan
	D_1	D_2	D_3	D_4	
F_1	7	5	9	11	30
F_2	4	3	8	6	25
F_3	3	8	10	5	20
F_4	2	6	7	3	15
Permintaan	30	30	20	10	

Langkah 1:

Di baris pertama 5 adalah elemen minimum, jadi kurangi setiap elemen pada baris pertama dengan 5. Demikian pula, kita mengurangi 3, 3 dan 2 dari masing-masing elemen dari baris ke-2, ke-3 dan ke-4 kemudian tempatkan semua selisih di kanan atas elemen yang sesuai di Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Pengurangan Pada Baris

Sumber	Tujuan				Kapasitas Produksi/ Persediaan
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
F ₁	7 ²	5 ⁰	9 ⁴	11 ⁶	30
F ₂	4 ¹	3 ⁰	8 ⁵	6 ³	25
F ₃	3 ⁰	8 ⁵	10 ⁷	5 ²	20
F ₄	2 ⁰	6 ⁴	7 ⁵	3 ¹	15
Permintaan	30	30	20	10	

Langkah 2:

Dengan cara yang sama, kurangi 2,3,7 dan 3 dari masing-masing elemen kolom 1,2,3 dan 4 masing-masing kemudian tempatkan hasilnya di kiri bawah elemen yang sesuai Tabel 1.

Tabel 3. Hasil Pengurangan pada Kolom

Sumber	Tujuan				Kapasitas Produksi/ Persediaan
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
F ₁	57	25	29	811	30
F ₂	24	03	18	36	25
F ₃	13	58	310	25	20
F ₄	02	36	07	03	15
Permintaan	30	30	20	10	

Langkah 3:

Selanjutnya, diubah menjadi matriks TOCM dimana entri-entri-nya adalah penjumlahan dari hasil pengurangan baris dan hasil pengurangan kolom yang diperoleh dari langkah 1 dan langkah 2.

Entri-entri pada matriks TOCM dengan menggunakan Persamaan (1):

$$X_{11} = (7-5) + (7-2) = 7 \quad X_{21} = (4-3) + (4-2) = 3$$

$$X_{12} = (5-5) + (5-3) = 2 \quad X_{22} = (3-3) + (3-3) = 0$$

$$X_{13} = (9-5) + (9-7) = 6 \quad X_{23} = (8-3) + (8-7) = 6$$

$$X_{14} = (11-5) + (11-3) = 14 \quad X_{24} = (6-3) + (6-3) = 6$$

dst.

seperti terlihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Matriks Total Opportunity Cost Matrix (TOCM)

Sumber	Tujuan				Kapasitas Produksi/ Persediaan
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
F ₁	7	2	6	14	30
F ₂	3	0	6	6	25
F ₃	1	10	10	4	20

Sumber	Tujuan				Kapasitas Produksi/ Persediaan
	D_1	D_2	D_3	D_4	
F_4	0	7	5	1	15
Permintaan	30	30	20	10	

Langkah 4:

Kemudian, menentukan biaya penunjuk atau max pointer cost untuk setiap baris TOCM dapat dilihat dari Tabel 3 dengan mengambil perbedaan antara biaya sel tertinggi dan terendah di baris masing-masing dan menuliskannya di depan baris di sebelah kanan.

Pointer baris: memilih entri terbesar dari baris kemudian dikurangi entri terkecil dari baris.

Misalnya:

$$\text{Pointer Baris} = (C_{ij} - C_{ik})$$

$$(14-2) = 12$$

$$(6-0) = 6$$

$$(10-1) = 9$$

$$(7-0) = 7$$

Lakukan hal yang sama untuk setiap kolom dan letakkan di bagian bawah matriks biaya di bawah kolom yang sesuai. Sehingga diperoleh hasil seperti pada tabel di bawah ini.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Pointer Baris dan Pointer Kolom

Sumber	Tujuan				Kapasitas Produksi/ Persediaan	Pointer baris
	D_1	D_2	D_3	D_4		
F_1	7	2	6	4	30	12
F_2	3	0	6	6	25	6
F_3	1	10	10	4	20	9
F_4	0	7	5	1	15	7
Permintaan	30	30	20	10		
Pointer kolom	7	10	5	13		

Langkah 5:

Pada Tabel 5, biaya penunjuk maksimum adalah 13 dan biaya transportasi minimum yang sesuai dengan ini adalah 1 dalam sel (4,4). Jadi alokasikan min (15,10) = 10 unit ke sel (4,4). Lalu sesuaikan dengan kapasitas produksi atau persediaan dan persyaratan permintaan yang sesuai dengan sel (4,4) dan karena permintaan puas untuk sel (4,4), kami mencoret kolom ke-4. Hasil dari langkah ini dapat dilihat pada Tabel 6 sebagai berikut.

Tabel 6. Biaya Penunjuk Maksimum dan Alokasi Maksimum Ke Sel

Sumber	Tujuan				Kapasitas produksi/ Persediaan	Pointer baris
	D_1	D_2	D_3	D_4		
F_1	7	2	6	4	30	12
F_2	3	0	6	6	25	6
F_3	1	10	10	4	20	9
F_4				10	15	7
	0	7	5	1		
Permintaan	30	30	20	10		
Pointer kolom	7	10	5	13		

Langkah 6:

Sekarang, lengkapi alokasi disepanjang baris ke-4 dengan membuat alokasi dalam biaya terkecil (0) dalam sel (4,1). Disini baris ke-4 habis untuk alokasi min $(30,5) = 5$ unit di sel (4,1). Hasil langkah ini dapat dilihat seperti pada Tabel 7 berikut.

Tabel 3. Alokasi Biaya Terkecil di Sel (4,1)

Sumber	Tujuan			Kapasitas produksi/ Persediaan
	D_1	D_2	D_3	
F_1	7	2	6	30
F_2	3	0	6	25
F_3	1	10	10	20
F_4	5			
	0	7	5	15/5
Permintaan	30/5	30	20	

Langkah 7 sampai langkah 9 dengan cara yang sama seperti langkah 6 sehingga diperoleh hasil alokasi studi kasus di atas menggunakan metode TOCM_MEDM seperti pada Tabel 8 berikut:

Tabel 8. Hasil Alokasi Kasus Menggunakan Metode TOCM-MEDM

Sumber	Tujuan				Kapasitas produksi/ Persediaan	Pointer baris
	D_1	D_2	D_3	D_4		
F_1	7	2	6	14	30/20	12
F_2	3	0	6	6	25/20	6
F_3	1	10	10	4	20	9
F_4	0	7	5	1	15/5	7
Permintaan	30/25/5	30/10	20	10		
Pointer kolom	7	10	5	13		

Karena semua tujuan pemindahan televisi sudah terpenuhi dari pabrik ke showroom, sehingga penjadwalan pengiriman menggunakan Metode *Total Opportunity Cost Matrix- Modified Extremum Difference Method* (TOCM-MEDM) dapat disimpulkan sebagai berikut :

Sumber 1 ke tujuan 2 sebanyak 10 televisi.

Sumber 1 ke tujuan 3 sebanyak 20 televisi.

Sumber 2 ke tujuan 1 sebanyak 5 televisi.

Sumber 2 ke tujuan 2 sebanyak 20 televisi.

Sumber 3 ke tujuan 1 sebanyak 20 televisi.

Sumber 4 ke tujuan 1 sebanyak 5 televisi.

Sumber 4 ke tujuan 4 sebanyak 10 televisi.

Sehingga total biaya transportasi adalah:

$$Z = 0 + 50 + 180 + 0 + 20 + 60 + 0 + 0 + 60 + 0 + 0 + 0 + 10 + 0 + 0 + 30 = 410$$

Hasil tersebut jika dibandingkan dengan hasil dari metode terdahulu seperti metode NWC dan metode *Least Cost* diperoleh hasil seperti pada Tabel 9.

Tabel 9. Hasil Perbandingan

TOCM-MEDM	Metode NWC	Metode Least Cost
410	540	435

4. Kesimpulan

Dari hasil penelitian ini diperoleh bahwa biaya minimal solusi layak awal menggunakan pendekatan metode TOCM-MEDM yaitu sebesar 410 satuan biaya. Jika

hasil perhitungannya dibandingkan dengan metode yang sudah ada sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan dari metode TOCM lebih minimum dibandingkan dengan metode *North West Corner* (NWC) dan metode *Least Cost*.

Daftar Pustaka

- [1] A. Rangkuti, *7 Model Riset Operasi & Aplikasinya*. Firstbox Media, 2019.
- [2] Y. N. Dili, E. R. Wulan, dan F. Ilahi, "Penyelesaian Masalah Transportasi untuk Mencari Solusi Optimal dengan Pendekatan Minimum Spanning Tree (MST) Menggunakan Algoritma Kruskal dan Algoritma Prim," *KUBIK J. Publ. Ilm. Mat.*, vol. 6, no. 1, hal. 44–50, 2021.
- [3] F. Muhtarulloh dan A. Maulidina, "Metode Sirisha-Viola Untuk Menemukan Solusi Optimal Masalah Transportasi," *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 8, no. 1, hal. 19–26, 2022.
- [4] M. Sam'an, "Solusi Optimal Masalah Transportasi Fuzzy Penuh Menggunakan Total Integral Ranking dan Ranking Score Method," *J. Pendidik. Mat.*, vol. 1, no. 2, 2022.
- [5] U. Ula, S. Khabibah, dan R. H. SU, "Penentuan Solusi Fisibel Awal Masalah Tramethod Transportasion dengan Minimum Demand," in *Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology*, hal. 285–292, 2021.
- [6] S. Nteseo, M. R. Katili, N. Nurwan, dan D. Wungguli, "Metode North West Corner Untuk Meminimumkan Biaya Transportasi Dengan Uji Optimal Stepping Stone Pada Distribusi Tabung LPG 3 kg," *J. Edukasi dan Sains Mat.*, vol. 7, no. 2, hal. 115–126, 2021.
- [7] A. Wahab dan Z. Busrah, "Analisis Perbandingan Metode Layak Dasar dalam Pendistribusian Barang dengan Model Transportasi," *Pros. Semant.*, vol. 3, no. 1, hal. 1–10, 2021.
- [8] F. Buamona, A. Widodo, dan I. N. Purwanto, "Choice Model of The Modes of Marine Transportation with Regretion Logistic Method (Case Study in North Island, Maluku)," *DINTEK*, vol. 12, no. 1, hal. 104–116, 2019.
- [9] S. Ardi, "Penyelesaian Masalah Transportasi Dengan Metode Matriks Total Minimal Biaya Peluang" *Skripsi Matematika FMIPA*, Universitas Riau, 2021.
- [10] G. Sari, A. Shodiqin, dan A. N. Aini, "Optimasi Masalah Transportasi Pabrik Garam UD Aditya Mandiri Menggunakan Metode TOCM-Sum Approach dan Lowest Supply Lowest Cost (LSLC)," *Imajiner J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 1, no. 4, hal. 45–49, 2019.
- [11] M. M. Hossain dan M. M. Ahmed, "A Comparative Study of Initial Basic Feasible Solution by a Least Cost Mean Method (LCMM) of Transportation Problem," *Am. J. Oper. Res.*, vol. 10, no. 04, hal. 122, 2020.
- [12] M. M. Hossain, M. M. Ahmed, M. A. Islam, dan S. I. Ukil, "An Effective Approach to Determine an Initial Basic Feasible Solution: A TOCM-MEDM Approach," *Open J. Optim.*, vol. 9, no. 02, hal. 27, 2020.
- [13] Ö. Kirca dan A. Şatir, "A heuristic for obtaining and initial solution for the transportation problem," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 41, no. 9, hal. 865–871, 1990.