

## Penerapan *Mixed Integer Programming* dalam Pengoptimalan Keuntungan pada D'Laundry Factory Pekanbaru

Elfira Safitri<sup>1</sup>, Sri Basriati<sup>2</sup>, , Khotimah<sup>3</sup>, Mohammad Soleh<sup>4</sup>, Retno Ayu Puji Lestari<sup>5</sup>, Nilwan Andiraja<sup>6</sup>

<sup>1,2,3,4,5,6</sup> Program Studi Matematika, UIN Sultan Syarif Kasim Riau

Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293

Email: [elfira.safitri@uin-suska.ac.id](mailto:elfira.safitri@uin-suska.ac.id)<sup>1</sup>, [sribasriati@uin-suska.ac.id](mailto:sribasriati@uin-suska.ac.id)<sup>2</sup>, [khotimahwidodo31@gmail.com](mailto:khotimahwidodo31@gmail.com)<sup>3</sup>, [msoleh@uin-suska.ac.id](mailto:msoleh@uin-suska.ac.id)<sup>4</sup>, [retnoayupujilestari0@gmail.com](mailto:retnoayupujilestari0@gmail.com)<sup>5</sup>, [nilwanandiraja@uin-suska.ac.id](mailto:nilwanandiraja@uin-suska.ac.id)<sup>6</sup>

\*Korespondensi penulis : [elfira.safitri@uin-suska.ac.id](mailto:elfira.safitri@uin-suska.ac.id)<sup>1</sup>

### Abstrak

*D'Laundry Factory* merupakan salah satu usaha yang bergerak dibidang layanan jasa cuci dan setrika. Masalah yang sering dihadapi oleh pemilik usaha *laundry* adalah menentukan jumlah barang cucian yang diterima oleh *Dlaundry Factory* agar mendapatkan keuntungan maksimal. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui kombinasi jumlah barang cucian yang diterima oleh *Dlaundry Factory* untuk mengoptimalkan keuntungan menggunakan *Mixed Integer Programming*. Adapun metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode *Branch and Bound*. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa usaha *DLaundry Factory* Pekanbaru menerima cucian selimut sebanyak 70 kg, *bedcover* sebanyak 750 kg, boneka sebanyak 20 kg, sepatu sebanyak 90 kg, tas sebanyak 17,5 kg, *helm* sebanyak 30 kg, stroller sebanyak 511 kg, gorden sebanyak 200 kg, pakaian sebanyak 325,4 kg dengan keuntungan maksimal sebesar Rp. 15.745.850.

**Kata Kunci:** *Branch And Bound, D'Laundry Factory, Mixed Integer Programming*

### Abstract

*D'Laundry Factory* is one of the businesses engaged in washing and ironing services. The problem that is often faced by laundry business owner is determining the amount of laundry items received by *D'Laundry Factory* to optimize maximum profits. The purpose of this study was to determine the combination of the number of laundry items received by the *D'Laundry Factory* to optimize profits using *Mixed Integer Programming*. The method used in this research is the *Branch and Bound* method. Based on the results of the study obtained that the *DLaundry Factory* Pekanbaru business received blanket 70 kg, *bedcover* 750 kg, dolls 20 kg, shoes 90 kg, bags 17,5 kg, helmets 30 kg, strollers 511 kg, curtains 200 kg, clothes 325.4 kg with a maximum profit of Rp.15.745.850.

**Keywords:** *Branch And Bound, D'Laundry Factory, Mixed Integer Programming*

## 1. Pendahuluan

Perkembangan dunia usaha yang semakin cepat mengharuskan perusahaan-perusahaan yang bergerak dibidang industri, perdagangan maupun layanan jasa untuk terus mengoptimalkan usaha agar mampu memenangkan persaingan pasar. Salah satu usaha yang berkembang pesat adalah jasa *laundry*. *Laundry* merupakan usaha yang bergerak dibidang cuci dan setrika. usaha laundry ini bisa dikatakan cukup menjanjikan dikarenakan banyak masyarakat yang tidak sempat mencuci dan setrika pakaian. Hal ini terjadi karena aktifitas masyarakat yang tinggi dan diiringi dengan tingkat pendapatan yang memadai mempengaruhi perilaku masyarakat yang cenderung menginginkan kebutuhan-kebutuhan tertentu secara *instant* [9].

Saat ini, usaha *laundry* kiloan tidak sulit lagi ditemukan, termasuk *Dlaundry Factory* yang merupakan salah satu usaha yang bergerak dibidang jasa *laundry* yang membuat banyak konsumen yang berkunjung setiap hari untuk menggunakan jasa *Dlaundry Factory*. Setiap jasa *laundry* menawarkan harga dan penawaran yang menarik, serta memberikan kualitas yang terbaik kepada konsumen. Seiring banyaknya usaha *laundry* yang ada di kota Pekanbaru, membuat *Dlaundry Factory* terus berbenah agar mampu berkembang, salah satunya ialah dengan membuka layanan jasa mencuci sepatu, helm, *stroller* dan sebagainya.

Berkembangnya layanan jasa yang mengakibatkan setiap perusahaan ingin mendapatkan keuntungan. Setiap perusahaan akan menggunakan prinsip ekonomi yaitu dengan modal sedikit mampu menghasilkan keuntungan yang maksimal. Permasalahan pengoptimalan baik untuk permasalahan meminimumkan biaya atau memaksimalkan keuntungan dapat diselesaikan dengan Program Linier (*Linear Programming*). Tetapi, pada permasalahan program linier penyelesaian optimumnya dapat berupa bilangan real atau dapat berupa bilangan pecahan, sedangkan dikehidupan nyata banyak permasalahan yang memerlukan penyelesaian optimumnya harus berupa bilangan bulat (*integer*). Oleh karena itu, muncullah *Integer Programming* [2].

Menurut [13], *Integer Programming* (Pemrograman Bilangan Bulat) merupakan pengembangan dari program linier dimana beberapa atau semua variabel keputusan berupa bilangan bulat. Namun, untuk kasus *laundry* variabel keputusan bisa berupa bilangan bulat atau sebagian bilangan pecahan. Sehingga, untuk mengatasi permasalahan yang hasil variabel keputusan tidak semua berupa bilangan bulat menggunakan metode *Mixed Integer Programming*. Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan *Mixed Integer Programming* adalah metode *Branch and Bound*. Metode *Branch and Bound* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan *Integer Programming* dengan mengenumerasi titik-titik dalam daerah fisibel dari suatu sub-masalah [12].

Beberapa penelitian terkait mengenai *Mixed Integer Programming* diantaranya penelitian yang dilakukan oleh [1] membahas tentang perencanaan produksi menggunakan *Mixed Integer Programming*. Berdasarkan hasil penelitian perusahaan mempunyai potensi 10% lebih tinggi dibandingkan perencanaan sebelumnya dengan variabel keputusan dalam optimasi perencanaan produksi yaitu alokasi bahan, mesin dan jalur.

Selanjutnya, penelitian yang dilakukan oleh [5] membahas tentang masalah perencanaan pengolahan dan pengiriman produk cumi-cumi di PT Multi Mina Rejeki



- d. Menentukan *leaving variable* yaitu nilai positif terkecil dari nilai rasio. Nilai rasio diperoleh dari nilai ruas kanan dibagi dengan nilai pada kolom *entering variable*.
- e. Menghitung koefisien variabel baris baru dengan melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mendapatkan hasil tabel baru
- f. Solusi dikatakan feasible apabila nilai fungsi tujuan pada akhir iterasi fase 1 adalah nol dan dilanjutkan pada fase II dengan tidak mengikutsertakan variabel-variabel *artificial*.

**Fase 2:** Menentukan solusi optimal

Fase 2 merupakan kumpulan dari iterasi yang digunakan untuk mencari nilai optimal dari fungsi tujuan yang semula. Pemilihan *entering variable* di fase 2 pada kasus maksimasi yaitu dengan memilih koefisien baris fungsi tujuan yang bernilai paling negatif. Pada fase 2 digunakan fungsi tujuan awal  $z$ . Untuk kasus maksimasi, jika koefisien pada fungsi tujuan  $z$  tidak ada yang bernilai negatif maka solusi sudah optimal [8].

### **Integer Programming (IP)**

*Integer Programming* (IP) merupakan bentuk lain dari program linier dimana semua atau sebagian dari variabel keputusannya harus berupa bilangan bulat (*integer*) [7]. Bentuk umum dari model persoalan IP diformulasikan sebagai berikut:

Maksimum/minimum:

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2)$$

Kendala

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (\geq / = / \leq) b_i$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \geq 0, \text{ integer untuk setiap } x_j$$

$$\text{untuk } i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

dengan:

- $z$  : Fungsi tujuan;
- $c_j$  : Parameter fungsi tujuan ;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- $x_j$  : Variabel keputusan ;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- $a_i$  : Parameter fungsi kendala ;  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  ;
- $b_j$  : Nilai ruas kanan ;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ .

### **Metode Mixed Integer Programming**

Menurut [4], *Mixed Integer Programming* adalah masalah integer programming dengan beberapa variabel keputusannya dibatasi sebagai bilangan bulat, dan sementara yang lain tidak.

Bentuk umum dari model persoalan IP diformulasikan sebagai berikut:  
Maksimumkan:

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{k=1}^p d_k y_k \quad (3)$$

Kendala

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j + \sum_{k=1}^p g_k y_k (\leq, \geq, =) b_i \quad ; i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \text{ dan integer } ; j = 1, 2, 3, \dots, n; y_k \geq 0 \quad ; k = 1, 2, 3, \dots, p$$

dengan:

- $z$  : Fungsi tujuan;
- $c_j$  : Parameter fungsi tujuan ;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- $x_j$  : Variabel keputusan yang harus bilangan bulat ;  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ;
- $a_j$  : Parameter fungsi kendala ;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- $b_j$  : Nilai ruas kanan ;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- $d_k$  : Parameter fungsi tujuan dari variabel keputusan ( $y_k$ );
- $y_k$  : Variabel keputusan tidak harus bilangan bulat ;  $k = 8, 9$ ;
- $g_k$  : Koefisien dari variabel keputusan ( $y_k$ ) dalam fungsi kendala.

### Metode Branch and Bound

Metode *Branch and Bound* merupakan salah satu metode yang dapat menyelesaikan kasus pemrograman bilangan bulat [6]. Metode ini membagi permasalahan menjadi sub-masalah (*branching*) yang mengarah ke solusi dengan membentuk sebuah struktur pohon pencarian dan melakukan pembatasan (*bounding*) untuk mencapai solusi optimal. Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan dengan menggunakan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut:

- a. Menyelesaikan persoalan dengan metode simpleks.
- b. Jika variabel basis yang ingin dicapai bernilai *integer*, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi jika variabel basis yang ingin dicapai bernilai *noninteger*, maka lanjutkan ke Langkah c.
- c. Memilih variabel dengan nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan ke dalam subpersoalan.
- d. Membuat dua batasan baru dengan batasan  $x_j^* \leq x_j$  dan  $x_j \geq x_j^* + 1$ .
- e. Menjadikan solusi pada penyelesaian Langkah a sebagai batas atas dan solusi yang variabel keputusannya telah dibulatkan menjadi batas bawah.
- f. Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap subpersoalan. Jika solusi yang diharapkan bernilai *integer*, maka kembali ke Langkah d. Tetapi jika solusi yang diharapkan bernilai *noninteger* maka kembali ke Langkah c. Memeriksa solusi optimal. Jika subpersoalan sudah bernilai *integer*, maka dipilih nilai  $z$  terbesar untuk kasus maksimum dan dipilih nilai  $z$  terkecil untuk kasus minimum [11].

## 3. Hasil dan Pembahasan

### 3.1 Pengumpulan Data

Penelitian ini dilakukan di D'landry Factory. Adapun kendala yang dihadapi yaitu pemakaian bahan baku cucian dan jumlah permintaan. D'laundry Factory mencuci 9 jenis cucian bersih yaitu selimut, *bedcover*, boneka, sepatu, tas, helm, *stroller*, gorden dan pakaian. Adapun data bahan baku dan persediaan yang diperlukan untuk mencuci setiap jenis cucian disajikan dalam Tabel 1 dan Tabel 2 berikut:

**Tabel 1. Bahan Baku Cucian**

Jenis Bahan Baku	Sl	Bc	Bk	Sp	Ts	Hl	Sr	Gr	Pk
Dt (ml)	50	50	40	0	0	0	60	50	50
Lq (ml)	0	0	0	50	30	40	0	0	0
Pf (ml)	20	20	10	20	10	25	20	20	20
St (ml)	25	25	20	25	15	20	30	25	25

Sumber: D'laundry Factory

dengan:

Dt : Detergent;      Sl : Selimut;                      Hl : Helm;              Ts :Tas.  
 Lq : Liquid;              BC : Bed Cover;                      Srn: Stroller;  
 Pf : Parfum;              Bk : Boneka;                      Gr : Gorden;  
 St : Softener;              Sp : Sepatu;                      Pk : Pakaian.

**Tabel 2. Persediaan Bahan Baku Cucian Per Bulan**

Bahan Baku	Persediaan
Detergent	50000 ml
Liquid	15000 ml
Parfum	20000 ml
Softener	25000 ml

Sumber: D'laundry Factory

Keuntungan yang diperoleh dari setiap jenis cucian merupakan selisih dari harga jual dengan harga modal yang dikeluarkan. Keuntungan tiap satu jenis cucian dan jumlah permintaan disajikan dalam Tabel 3 berikut:

**Tabel 3. Keuntungan Setiap Jenis Cucian**

Jenis cucian	Keuntungan	Jumlah Permintaan
Selimut	Rp. 12.049	70 pcs
Bedcover	Rp. 20.423	150 pcs
Boneka	Rp. 17.810	40 pcs
Sepatu	Rp. 19.755	90 pasang
Tas	Rp. 11.214	35 pcs
Helm	Rp. 16.710	30 pcs
Stroller	Rp. 82.074	50 pcs
Gorden	Rp. 4.161	200 Kg
Pakaian	Rp. 5.013	325 Kg

Sumber: D'laundry Factory

Diasumsikan berat setiap jenis cucian yaitu untuk 1 pcs selimut sama dengan 1 kg, 1 pcs bedcover sama dengan 5 kg, 1 pcs boneka sama dengan 0,5 kg, 1 pasang sepatu sama



dengan 1 kg, 1 pcs tas sama dengan 0.5 kg, 1 pcs helm sama dengan 1 kg, 1 pcs stroller sama dengan 7 kg.

**a. Variabel Keputusan**

Adapun variabel keputusan dapat didefinisi sebagai berikut:

- $x_1$  : Jumlah selimut yang dicuci;       $x_6$  : Jumlah helm yang dicuci;
- $x_2$  : Jumlah *bedcover* yang dicuci;       $x_7$  : Jumlah *stroller* yang dicuci;
- $x_3$  : Jumlah boneka yang dicuci;       $x_8$  : Jumlah gordena yang dicuci;
- $x_4$  : Jumlah sepatu yang dicuci;       $x_9$  : Jumlah pakaian yang dicuci.
- $x_5$  : Jumlah tas yang dicuci;

**b. Fungsi Tujuan**

Adapun fungsi tujuan pada penelitian ini adalah memaksimalkan keuntungan pada *Dlaundry Factory*. Berdasarkan Tabel 3 dapat dibentuk persamaan fungsi tujuan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &\text{Maksimumkan} \\ &z = 12.049x_1 + 20.423x_2 + 17.810x_3 + 19.755x_4 + 11.214x_5 + \\ &\quad 16.710x_6 + 82.074x_7 + 4.161x_8 + 5.013x_9 \end{aligned} \tag{4}$$

**c. Fungsi Kendala**

Fungsi kendala dalam penelitian ini adalah persediaan bahan baku. Berdasarkan Tabel 1, Tabel 2 dan Tabel 3, diperoleh fungsi kendala sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &50x_1 + 50x_2 + 40x_3 + 60x_7 + 50x_8 + 50x_9 \leq 50000; \\ &50x_4 + 30x_5 + 40x_6 \leq 15000; \\ &20x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 10x_5 + 25x_6 + 20x_7 + 20x_8 + 20x_9 \leq 20000 ; \\ &25x_1 + 25x_2 + 20x_3 + 25x_4 + 15x_5 + 20x_6 + 30x_7 + 25x_8 + 25x_9 \leq 25000 ; \\ &x_1 \geq 70; x_2 \geq 150; x_3 \geq 40; x_4 \geq 90; x_5 \geq 35; \\ &x_6 \geq 30; x_7 \geq 50; x_8 \geq 200 ; x_9 \geq 325 ; \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0 ; x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \text{ integer.} \end{aligned} \tag{5}$$

**3.2 Penyelesaian Optimasi Menggunakan Metode *Branch and Bound***

Adapun langkah-langkah menyelesaikan persoalan menggunakan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut:

**a. Menyelesaikan Persoalan Menggunakan Metode Simpleks Dua Fase**

Berdasarkan Persamaan (4) dan (6), maka dapat dibentuk model program linier secara keseluruhan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &\text{Maksimumkan } z = 12.049x_1 + 20.423x_2 + 17.810x_3 + 19.755x_4 + 11.214x_5 + \\ &\quad 16.710x_6 + 82.074x_7 + 4.161x_8 + 5.013x_9 \end{aligned} \tag{6}$$

Kendala

$$\begin{aligned} &50x_1 + 50x_2 + 40x_3 + 60x_7 + 50x_8 + 50x_9 \leq 50000; \\ &50x_4 + 30x_5 + 40x_6 \leq 15000; \\ &20x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 10x_5 + 25x_6 + 20x_7 + 20x_8 + 20x_9 \leq 20000 ; \\ &25x_1 + 25x_2 + 20x_3 + 25x_4 + 15x_5 + 20x_6 + 30x_7 + 25x_8 + 25x_9 \leq 25000 ; \\ &x_1 \geq 70; x_2 \geq 150; x_3 \geq 40; x_4 \geq 90; x_5 \geq 35; \\ &x_6 \geq 30; x_7 \geq 50; x_8 \geq 200 ; x_9 \geq 325 ; \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0 ; x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \text{ integer.} \end{aligned}$$

**Langkah 1 : Mengubah formulasi ke dalam bentuk standar**

Setelah dibentuk model program linear pada Persamaan (6), selanjutnya mengubah model program linier ke dalam bentuk standar dengan melakukan perubahan terhadap pembatas tanda  $\leq$  menjadi tanda  $=$  dengan menambahkan variabel *slack* dan mengurangi variabel *surplus* untuk pembatas tanda  $\geq$  ke sisi kiri kendala, sehingga diperoleh bentuk standar sebagai berikut:

Maksimumkan

$$z = 12.049x_1 + 20.423x_2 + 17.810x_3 + 19.755x_4 + 11.214x_5 + 16.710x_6 + 82.074x_7 + 4.161x_8 + 5.013x_9 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4 - 0s_5 - 0s_6 - 0s_7 - 0s_8 - 0s_9 - 0s_{10} - 0s_{11} - 0s_{12} - 0s_{13} + 0R_5 + 0R_6 + 0R_7 + 0R_8 + 0R_9 + 0R_{10} + 0R_{11} + 0R_{12} + 0R_{13} \quad (7)$$

Kendala

$$\begin{aligned} 50x_1 + 50x_2 + 40x_3 + 60x_7 + 50x_8 + 50x_9 + s_1 &= 50000; \\ 50x_4 + 30x_5 + 40x_6 + s_2 &= 15000; \\ 20x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 10x_5 + 25x_6 + 20x_7 + 20x_8 + 20x_9 + s_3 &= 20000; \\ 25x_1 + 25x_2 + 20x_3 + 25x_4 + 15x_5 + 20x_6 + 30x_7 + 25x_8 + 25x_9 + s_4 &= 25000; \\ x_1 - s_5 + R_5 = 70 &\rightarrow R_5 = 70 - x_1 + s_6; \\ x_2 - s_6 + R_6 = 150 &\rightarrow R_6 = 150 - x_2 + s_7; \\ x_3 - s_7 + R_7 = 40 &\rightarrow R_7 = 40 - x_3 + s_8; \\ x_4 - s_8 + R_8 = 90 &\rightarrow R_8 = 90 - x_4 + s_9; \\ x_5 - s_9 + R_9 = 35 &\rightarrow R_9 = 35 - x_5 + s_{10}; \\ x_6 - s_{10} + R_{10} = 30 &\rightarrow R_{10} = 30 - x_6 + s_{11}; \\ x_7 - s_{11} + R_{11} = 50 &\rightarrow R_{11} = 50 - x_7 + s_{12}; \\ x_8 - s_{12} + R_{12} = 200 &\rightarrow R_{12} = 200 - x_8 + s_{13}; \\ x_9 - s_{13} + R_{13} = 325 &\rightarrow R_{13} = 325 - x_9 + s_{14}; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, \\ s_{11}, s_{12}, s_{13}, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}, R_{12}, R_{13} &\geq 0; \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \text{integer}. \end{aligned}$$

### Fase 1: Menentukan Solusi Fisibel

Fase 1, fungsi tujuan awal dihilangkan sementara dan digantikan dengan akumulasi dari fungsi kendala. Tujuannya untuk mencari solusi fisibel dengan membuat variabel *artifisial* menjadi variabel non basis. Substitusi  $R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}, R_{12}$ , dan  $R_{13}$  ke dalam Persamaan (7), sehingga diperoleh fungsi tujuan fase 1 yang baru sebagai berikut:

Minimumkan

$$\begin{aligned} r &= R_5 + R_6 + R_7 + R_8 + R_9 + R_{10} + R_{11} + R_{12} + R_{13} \\ r &= (70 - x_1 + s_5) + (150 - x_2 + s_6) + (40 - x_3 + s_7) + (90 - x_4 + s_8) + (35 - x_5 + s_9) + \\ &\quad (30 - x_6 + s_{10}) + (50 - x_7 + s_{11}) + (200 - x_8 + s_{12}) + (325 - x_9 + s_{13}) \\ r + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 - s_5 - s_6 - s_7 - s_8 - s_9 - s_{10} - s_{11} - s_{12} - s_{13} &= 990 \quad (8) \end{aligned}$$

Kendala

$$\begin{aligned} x_1 - s_5 + R_5 = 70; \quad x_2 - s_6 + R_6 = 150; \\ x_3 - s_7 + R_7 = 40; \quad x_4 - s_8 + R_8 = 90; \\ x_5 - s_9 + R_9 = 35; \quad x_6 - s_{10} + R_{10} = 30; \\ x_7 - s_{11} + R_{11} = 50; \quad x_8 - s_{12} + R_{12} = 200; \\ x_9 - s_{13} + R_{13} = 325; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, \\ s_{11}, s_{12}, s_{13}, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}, R_{12}, R_{13} &\geq 0; \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \text{integer}. \end{aligned}$$

### Langkah 2 : Menyusun persoalan yang sudah dalam bentuk standar ke tabel simpleks



Elemen-elemen yang ada pada Persamaan (8) dimasukkan ke dalam Tabel awal simpleks yang disajikan pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Awal Simpleks Fase 1

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$
$r$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	-1
$s_1$	50	50	40	0	0	0	60	50	50	1	0	0	0	0	0	0
$s_2$	0	0	0	50	30	40	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$s_3$	20	20	10	20	10	25	20	20	20	0	0	1	0	0	0	0
$s_4$	25	25	20	25	15	20	30	25	25	0	0	0	1	0	0	0
$R_5$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
$R_6$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
$R_7$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
$R_8$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$R_9$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$R_{10}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$R_{11}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$R_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$R_{13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

→ Entering Variabel (EV)

Lanjutan Tabel 5. Awal Simpleks Fase 1

BV	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$	$s_{13}$	$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$	$R_9$	$R_{10}$	$R_{11}$	$R_{12}$	$R_{13}$	NK	R
$r$	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	990	990
$s_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50000	1000
$s_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15000	-
$s_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20000	1000
$s_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25000	1000
$R_5$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	70	70
$R_6$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	150	-
$R_7$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	40	-
$R_8$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	90	-
$R_9$	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	35	-
$R_{10}$	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	30	-
$R_{11}$	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50	-
$R_{12}$	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	200	-
$R_{13}$	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	325	-

← Leaving Variabel (LV)

### Iterasi 1:

#### Langkah 3 : Menentukan EV

EV dapat ditentukan dengan memilih kolom pada baris  $r$  positif terbesar. Berdasarkan Tabel 5 pada baris  $r$  nilai positif terbesar ada pada kolom  $x_1$  sampai  $x_9$ , maka dipilih salah satu yaitu  $x_1 = 1$  menjadi EV.

#### Langkah 4 : Menentukan LV

LV dapat ditentukan dengan menghitung rasio yaitu membagi NK dengan koefisien EV. Berdasarkan Tabel 5 diperoleh bahwa  $R_5 = 70$  memiliki nilai rasio positif terkecil sehingga  $R_5$  terpilih menjadi LV.

**Langkah 5 :** Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk membuat tabel baru, kemudian menghitung nilai  $r$  yang baru.

Setelah dilakukan iterasi sebanyak 9 kali, diperoleh solusi optimum yang dapat dilihat pada Tabel 5 berikut:

**Tabel 5. Solusi Optimal Fase 1**

<i>BV</i>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$
$r$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$s_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	50	50	40	0
$s_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	50
$s_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	20	20	10	20
$s_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	25	25	20	25
$x_1$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
$x_2$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
$x_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
$x_4$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
$x_5$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_6$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_7$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_8$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_9$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

**Lanjutan Tabel 5. Solusi Optimal Fase 1**

<i>BV</i>	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$	$s_{13}$	$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$	$R_9$	$R_{10}$	$R_{11}$	$R_{12}$	$R_{13}$	<i>NK</i>
$r$	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
$s_1$	0	0	60	50	50	-50	-50	-40	0	0	0	-60	-50	-50	8150
$s_2$	30	40	0	0	0	0	0	0	-50	-30	-40	0	0	0	8250
$s_3$	10	25	20	20	20	-20	-20	-10	-20	-10	-25	-20	-20	-20	800
$s_4$	15	20	30	25	25	-25	-25	-20	-25	-15	-20	-30	-25	-25	700
$x_1$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	70
$x_2$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	150
$x_3$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	40
$x_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	90
$x_5$	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	35
$x_6$	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	30
$x_7$	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
$x_8$	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	200
$x_9$	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	325

Berdasarkan Tabel 5, karena baris pada fungsi tujuan  $r$  sudah bernilai nol atau negatif maka solusi sudah optimal. Sehingga proses iterasi berhenti dan dilanjutkan ke fase 2.

**Fase 2 : Menentukan solusi optimal**

Fase 2 ini menggunakan fungsi tujuan yang semula ( $z$ ). Berdasarkan Tabel 5, solusi optimal dan fisibel pada fase 1 dapat ditulis sebagai berikut:

$$s_1 + 50s_5 + 50s_6 + 40s_7 + 60s_{11} + 50s_{12} + 50s_{13} = 8150;$$

$$s_2 + 50s_8 + 30s_9 + 40s_{10} = 8250;$$

$$s_3 + 20s_5 + 20s_6 + 10s_7 + 20s_8 + 10s_9 + 25s_{10} + 20s_{11} + 20s_{12} + 20s_{13} = 800 ;$$

$$s_4 + 25s_5 + 25s_6 + 20s_7 + 25s_8 + 15s_9 + 20s_{10} + 30s_{11} + 25s_{12} + 25s_{13} = 700 ;$$

$$x_1 - s_5 = 70 \rightarrow x_1 = 70 + s_5; \tag{9}$$

$$x_2 - s_6 = 150 \rightarrow x_2 = 150 + s_6; \tag{10}$$

$$x_3 - s_7 = 40 \rightarrow x_3 = 40 + s_7 ; \tag{11}$$

$$x_4 - s_8 = 90 \rightarrow x_4 = 90 + s_8 ; \tag{12}$$

$$x_5 - s_9 = 35 \rightarrow x_5 = 35 + s_9 ; \tag{13}$$

$$x_6 - s_{10} = 30 \rightarrow x_6 = 30 + s_{10} ; \tag{14}$$

$$x_7 - s_{11} = 50 \rightarrow x_7 = 50 + s_{11} ; \tag{15}$$

$$x_8 - s_{12} = 200 \rightarrow x_8 = 200 + s_{12} ; \tag{16}$$

$$x_9 - s_{13} = 325 \rightarrow x_9 = 325 + s_{13} . \tag{17}$$

Substitusikan Persamaan (9) sampai (17) ke fungsi tujuan awal, sehingga diperoleh nilai z sebagai berikut:

Maksimumkan

$$\begin{aligned} z &= 12049(70 + s_5) + 20423(150 + s_6) + 17810(40 + s_7) + 19755(90 + s_8) + \\ &\quad 11214(35 + s_9) + 16710(30 + s_{10}) + 82074(50 + s_{11}) + 4161(200 + s_{12}) + \\ &\quad 5013(325 + s_{13}) \\ z - 12049s_5 - 20423s_6 - 17810s_7 - 19755s_8 - 11214s_9 - 16710s_{10} - 82074s_{11} - \\ &\quad 4161s_{12} - 5013s_{13} = 13856145 \end{aligned} \tag{18}$$

Kendala

$$\begin{aligned} s_1 + 50s_5 + 50s_6 + 40s_7 + 60s_{11} + 50s_{12} + 50s_{13} &\leq 8150; \\ s_2 + 50s_8 + 30s_9 + 40s_{10} &\leq 8250; \\ s_3 + 20s_5 + 20s_6 + 10s_7 + 20s_8 + 10s_9 + 25s_{10} + 20s_{11} + 20s_{13} + 20s_{13} &\leq 800; \\ s_4 + 25s_5 + 25s_6 + 20s_7 + 25s_8 + 15s_9 + 20s_{10} + 30s_{11} + 25s_{12} + 25s_{13} &\leq 700; \\ x_1 - s_5 \leq 70 ; x_2 - s_6 \leq 150; x_3 - s_7 \leq 40 ; x_4 - s_8 \leq 90; x_5 - s_9 \leq 35 ; \\ x_6 - s_{10} \leq 30; x_7 - s_{11} \leq 50 ; x_8 - s_{12} \leq 200; x_9 - s_{13} \leq 325 ; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13} &\geq 0; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, & \text{integer.} \end{aligned}$$

**Langkah 2 :** Menyusun persoalan yang sudah dalam bentuk standar ke tabel awal simpleks

Elemen-elemen yang ada pada Persamaan (18) dimasukkan ke dalam Tabel awal simpleks yang disajikan pada Tabel 6 berikut:

**Tabel 6. Awal Simpleks Fase 2**

<i>BV</i>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$
<i>z</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12049	-20423
$s_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	50	50
$s_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$s_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	20	20
$s_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	25	25
$x_1$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
$x_2$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
$x_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_4$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_5$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_6$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_7$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_8$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$x_9$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0



Tabel 8. Solusi Optimal Fase 2 (Lanjutan)

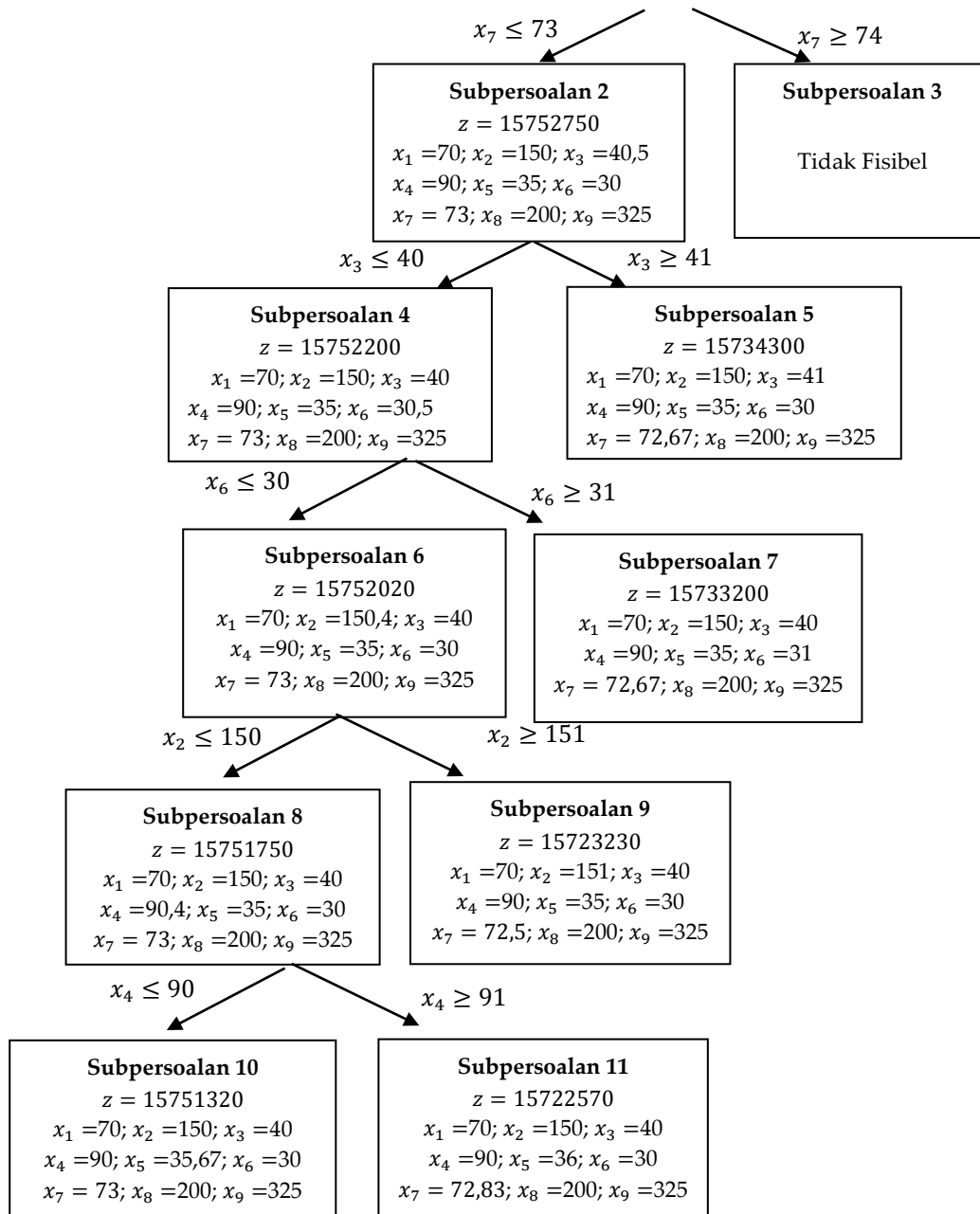
BV	s <sub>7</sub>	s <sub>8</sub>	s <sub>9</sub>	s <sub>10</sub>	s <sub>11</sub>	s <sub>12</sub>	s <sub>13</sub>	NK
z	36906	48640	29823	38006	0	64234	63382	15771205
s <sub>1</sub>	0	-50	-30	-40	0	0	0	6750
s <sub>2</sub>	0	50	30	40	0	0	0	8250
s <sub>3</sub>	-3,33333	3,33333	0	11,66667	0	3,33333	3,33333	333,33333
s <sub>12</sub>	0,666667	0,833333	0,5	0,666667	1	0,833333	0,833333	23,333333
x <sub>1</sub>	0	0	0	0	0	0	0	70
x <sub>2</sub>	0	0	0	0	0	0	0	150
x <sub>3</sub>	-1	0	0	0	0	0	0	40
x <sub>4</sub>	0	-1	0	0	0	0	0	90
x <sub>5</sub>	0	0	-1	0	0	0	0	35
x <sub>6</sub>	0	0	0	-1	0	0	0	30
x <sub>7</sub>	0,666667	0,833333	0,5	0,666667	0	0,833333	0,833333	73,333333
x <sub>8</sub>	0	0	0	0	0	-1	0	200
x <sub>9</sub>	0	0	0	0	0	0	-1	325

Solusi dikatakan optimal apabila seluruh nilai pada baris z sudah bernilai positif atau nol. Berdasarkan Tabel 8 diperoleh seluruh nilai pada baris z sudah bernilai positif atau nol, maka solusi sudah optimal. Sehingga diperoleh nilai  $x_1 = 70$ ;  $x_2 = 150$ ;  $x_3 = 40$ ;  $x_4 = 90$ ;  $x_5 = 35$ ;  $x_6 = 30$ ;  $x_7 = 73,33$ ;  $x_8 = 200$ ;  $x_9 = 325$  dan  $z = 15771205$ . Karena variabel  $x_7$  belum integer maka dilanjutkan menggunakan metode *Branch and Bound*.

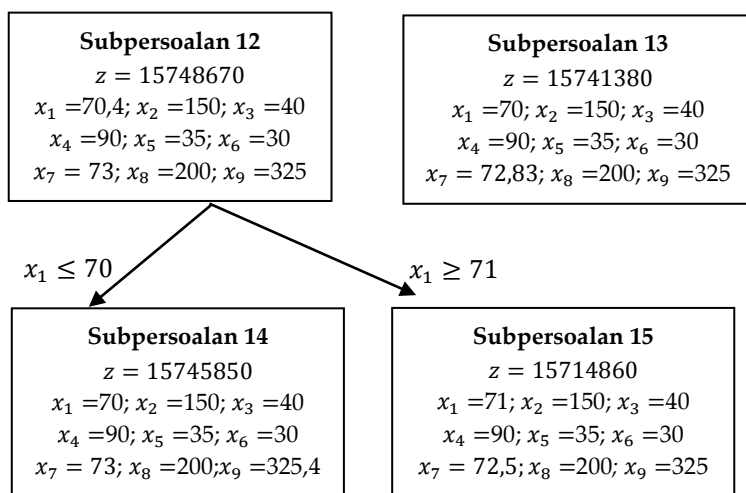
**b. Menyelesaikan Persoalan Menggunakan Metode *Branch and Bound***

Berdasarkan Tabel 8 di atas, diperoleh solusi optimal yaitu  $x_1 = 70$ ;  $x_2 = 150$ ;  $x_3 = 40$ ;  $x_4 = 90$ ;  $x_5 = 35$ ;  $x_6 = 30$ ;  $x_7 = 73,33$ ;  $x_8 = 200$ ;  $x_9 = 325$  dan  $z = 15771205$ . Karena variable  $x_7$  belum *integer* maka  $x_7$  menjadi variabel untuk percabangan yaitu subpersoalan 2 dengan menambahkan batas  $x_7 \leq 73$  dan subpersoalan 3 dengan menambahkan batas  $x_7 \geq 74$  kemudian di cari solusi optimal menggunakan metode simpleks dua fase. Proses percabangan ini di ulang sampai semua variabel bernilai *integer*. Setelah dilakukan percabangan sebanyak 7 percabangan atau 15 subpersoalan maka diperoleh solusi optimal sebagai berikut:

<p><b>Subpersoalan 1</b>  <math>z = 15771210</math>  <math>x_1 = 70; x_2 = 150; x_3 = 40</math>  <math>x_4 = 90; x_5 = 35; x_6 = 30</math>  <math>x_7 = 73,33; x_8 = 200; x_9 = 325.</math></p>
---



$x_5 \leq 35$        $x_5 \geq 36$



**Gambar 1.** Percabangan Akhir menggunakan Metode *Branch and Bound*

Berdasarkan Gambar 1 subpersoalan 14 memiliki nilai  $z$  tertinggi dan variabel keputusan yang dibatasi bilangan bulat sudah terpenuhi, maka percabangan dapat dihentikan. Dapat disimpulkan bahwa untuk mencapai keuntungan maksimum *Dlaundry Factory* Pekanbaru, harus mencuci selimut sebanyak 70 kg, bedcover sebanyak 750 kg, boneka sebanyak 20 kg, sepatu sebanyak 90 kg, tas sebanyak 17,5 kg, helm sebanyak 30 kg, stroller sebanyak 511 kg, gorden sebanyak 200 kg, pakaian sebanyak 325,4 kg dengan keuntungan maksimal sebesar Rp. 15.745.850.

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa dengan menerapkan *Mixed Integer Programming* dapat disimpulkan agar memperoleh keuntungan maksimal maka *Dlaundry Factory* menerima cucian selimut sebanyak 70 kg, bedcover sebanyak 750 kg, boneka sebanyak 20 kg, sepatu sebanyak 90 kg, tas sebanyak 17,5 kg, helm sebanyak 30 kg, stroller sebanyak 511 kg, gorden sebanyak 200 kg, pakaian sebanyak 325,4 kg dengan keuntungan sebesar Rp. 15.745.850.

#### Daftar Pustaka

- [1] Abdullah, M.H, Antoni, "Optimasi Perencanaan Produksi Wire Drawing menggunakan Mixed Integer Linear Programming (Studi Kasus di PT. SW)", *Matrik (Jurnal Manajemen dan Teknik)*, vol.19, no. 2, pp. 9–22, 2019.
- [2] Basriati, S, "Integer Linear Programming dengan Pendekatan Metode Cutting Plane dan Branch And Bound untuk Optimasi Produksi Tahu", *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol.4, no. 2, pp. 95–104, 2018.
- [3] Dimiyati. T, Dimiyati A, *Operation Research: Model-Model Pengambilan Keputusan*, Sinar Baru Bandung: Bandung, 2006
- [4] Firdaus.Y.N, Litano. N, Hermansyah. A, Nurhadiyah. S, Falani. I, Wiratmani. E, "Implementasi Algoritma Branch And Bound dalam Penentuan Jumlah Produksi untuk Memaksimalkan Keuntungan", *String*. vol.4, no. 1, pp. 4-9, 2019.
- [5] Lesmana.E, Badrulfalah, Bahtiar, "Aplikasi Model Mixed Integer Linear



- Programming untuk Pengolahan dan Pendistribusian Ikan pada Industri Perikanan (Studi Kasus: PT. Multi Mina Rejeki)", *Teorema*, vol.3, no. 2, pp. 195–206, 2018.
- [6] Nur. W, Abdal. N.M, "Penggunaan Metode Branch and Bound dan Gomory Cut dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming", *Saintifik*, vol.2, no. 1, pp. 9-15, 2016.
- [7] Safitri. E, Basriati.S, Najmi. H, "Penerapan Metode *Branch and Bound* dalam Optimalisasi Poduk Mebel (Studi Kasus: Toko Mebel di Jalan Marsan Panam)", *Kubik: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, vol. 5, no. 1, pp. 43-53, 2020.
- [8] Safitri. E, Basriati.S, Yuhandi, "Penyelesaian Program Linier menggunakan Metode Simpleks Dua Fase dan Metode *Quick Simpleks Dua Fase*", *Wahana Matematika dan Sains: Jurnal Matematika, Sains dan Pembelajaannya*, vol. 15, no. 3, pp. 57-71, 2021.
- [9] Syaputra. B.T, Lubis. R.S, Cipta.H, "Maksimasi Keuntungan Layanan Jasa *Be Clean Laundry* dengan Menerapkan Metode *Branch and Bound*", *Zeta- Math Journal*, vol. 6, no. 2, pp. 1-5, 2021. 2021; 6(2): 1-5.
- [10] Supatimah.S, Andriani. S, "Optimasi Keuntungan dengan Metode Branch and Bound", *Aksioma*, vol. 10, no. 1, pp. 13-23, 2019.
- [11] Suryawan. G. Penerapan Branch And Bound Algorithm Dalam Optimalisasi Produksi Roti", vol. 5, no. 4, pp. 148-155, 2016.
- [12] Vielma. J.P, "Mixed Integer Linear Programming", *Social for Industrial and Applied Mathematics*, vol.1, 2015.
- [13] Winston. W.L, *Operation Research Applications and Algorithms*, Fourth, 2003.