

Analisis Kluster dalam Pembentukan Portofolio *Robust Mean-Variance*

Epha Diana Supandi¹, Yogi Anggara²

^{1,2} Prodi Matematika, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
Jl. Marsda Adisucipto, Sleman, Daerah Istimewa Yogyakarta 55281
Email: epha.supandis@uin-suka.ac.id¹, yogianggaraaa@gmail.com²
*Korespondensi penulis: epha.supandi@uin-suka.ac.id

Abstrak

Pembentukan portofolio merupakan proses menggabungkan beberapa aset dengan tujuan menghasilkan *return* tertinggi pada tingkat risiko terendah. Portofolio optimal model Mean-Variance (MV) sangat sensitif terhadap keberadaan *outlier*. Salah satu cara untuk mengatasi kelemahan portofolio MV adalah dengan menggunakan estimasi *robust*. Data penelitian menggunakan saham-saham yang terdaftar di *Jakarta Islamic Index (JII)* dimana pada tahap awal digunakan teknik clustering dengan metode K-Means. Klustering bertujuan untuk efisiensi waktu dan mengurangi biaya manajemen portofolio. Hasil analisis kelompok terbentuk dua kluster, dimana kluster pertama terdiri dari saham ITMG, ADRO, PTBA, dan MDKA sedangkan kluster kedua terdiri dari saham INDF, TLKM, KLBK, dan UNTR. Hasil analisis kinerja saham menunjukkan bahwa kluster pertama model portofolio klasik Obj-10 paling baik karena memiliki *sharpe ratio* tertinggi. Sedangkan pada kluster kedua portofolio *robust* model Obj-100 paling baik.

Kata Kunci: Analisis Kluster, Estimasi Robust, Metode K-Means, Portofolio Mean Variance

Abstract

Portfolio formation is a process of combining several assets with the aim of generating the highest return at the lowest risk level. The optimal portfolio of the Mean-Variance (MV) model is very sensitive to the presence of outliers. One way to deal with the weakness of the MV portfolio is to use robust estimates. The research data use stocks listed on the Jakarta Islamic Index (JII) where a clustering technique is used with the K-Means method at the initial stage. Clustering aims to save time and reduce portfolio management costs. The group analysis results formed two clusters, where the first cluster consisted of ITMG, ADRO, PTBA, and MDKA shares while the second cluster consisted of INDF, TLKM, KLBK, and UNTR shares. The stock performance analysis results show that the Obj-10 classic portfolio model in the first cluster is the best because it has the highest Sharpe Ratio. Meanwhile, in the second cluster, the Obj-100 robust portfolio model is the best.

Keywords: Cluster Analysis, Robust Estimation, K-Means Method, Mean-Variance Portfolio.

1. Pendahuluan

Investasi adalah salah satu faktor penting dalam pertumbuhan ekonomi suatu negara, karena semakin banyak kegiatan investasi maka semakin tinggi juga pendapatan yang bisa dihasilkan suatu negara. Selain menjadi motor penggerak pertumbuhan ekonomi, investasi juga dapat memicu meningkatnya produksi barang maupun jasa di kegiatan ekonomi masyarakat. Pertumbuhan dan perkembangan ekonomi yang pesat menjadi indikator bahwa pembangunan ekonomi telah berhasil.

Menurut Elton dan Gruber (2014), investasi adalah penanaman sejumlah dana pada aset real seperti tanah, emas, rumah, dan mesin atau pada aset finansial seperti: deposito, saham, obligasi, dan surat berharga lainnya [1]. Dalam berinvestasi, seorang investor bertujuan untuk mendapatkan keuntungan sebesar-besarnya dan kerugian sekecil-kecilnya. Salah satu strategi yang dilakukan dalam berinvestasi adalah dengan membentuk portofolio. Pembentukan portofolio adalah suatu proses menggabungkan beberapa jenis aset dengan tujuan menghasilkan tingkat keuntungan (*return*) maksimal dengan tingkat risiko terkecil [1].

Konsep risiko portofolio pertama kali diperkenalkan secara formal oleh Harry Markowitz pada tahun 1952. Markowitz menunjukkan bahwa secara umum risiko dapat dikurangi dengan menggabungkan beberapa sekuritas tunggal ke dalam bentuk portofolio (diversifikasi). Pembentukan portofolio model Markowitz menggunakan ukuran statistik dari data historis *return* yaitu mean dan variansi dan kovariansi. Model portofolio Markowitz disebut juga dengan Portofolio *Mean-Variance* (MV) [2].

Seiring dengan perkembangan dunia pasar modal dan adanya tuntutan para praktisi yang menghendaki adanya efisiensi waktu dan biaya dalam manajemen portofolio, dalam beberapa tahun terakhir kemudian muncul pemikiran untuk menggunakan analisis kluster sebagai langkah awal dalam membentuk portofolio. Tujuan analisis kluster adalah menggabungkan beberapa objek yang memiliki karakteristik yang sama ke dalam suatu kelompok, sehingga setiap anggota dalam kelompok bersifat homogen atau variasi antara anggota kelompok kecil [3].

Beberapa penelitian analisis kluster dalam pembentukan portofolio antara lain Foss dan Markatou (2018) melakukan perbandingan performa analisis kluster untuk data tipe campuran dengan menggunakan metode Kamila, metode Modha-Spangler, dan metode *weighted k-means* [4]. Long, dkk. (2014) mengusulkan model pemilihan portofolio berdasarkan algoritma *clustering fuzzy c-means* (FCM) dan *multi-objective genetic algorithm* (MOGA) [5]. Nanda, dkk. (2010) menyelidiki model pemilihan portofolio analisis kluster dan model Markowitz [6]. Analisis kluster *k-means*, *fuzzy c-means* (FCM) dan *self organizing maps* (SOM). Serta Gubu, dkk (2020) membentuk portofolio dengan menggunakan metode *clustering Ward* dan *complete linkage* [7].

Banyak literatur di bidang keuangan menyatakan bahwa distribusi *return* sering menyimpang dari asumsi normalitas karena ada sebagian data yang menyimpang (*outlier*) [9]–[11]. Penyimpangan data ini disebabkan karena data data keuangan sangat sensitif terhadap perubahan perubahan baik dari faktor internal maupun eksternal, seperti kejadian bencana alam, politik, dan perubahan ekonomi dunia.

Masalah utama dari model portofolio model MV adalah vektor *mean* dan matriks variansi-kovariansi harus diestimasi dari data yang sangat fluktuatif. Oleh karena, itu beberapa peneliti telah membangun suatu portofolio *robust*, yaitu portofolio yang dapat mengurangi kesalahan estimasi vektor *mean* dan matriks variansi-kovariansi pada

portofolio model MV. Salah satu pendekatan dalam pembentukan portofolio *robust* optimal yaitu melalui pendekatan estimasi *robust*. Statistik *robust* berkaitan dengan membangun prosedur statistik yang stabil ketika ada bagian dari data yang tidak sesuai dengan distribusi yang diasumsikan dan khususnya ketika terdapat pengamatan terpencil [8].

Beberapa peneliti telah membangun suatu portofolio *robust* yaitu portofolio yang dapat mengurangi kesalahan estimasi vektor *mean* dan matriks variansi-kovariansi pada portofolio model MV [9]–[12]. Berdasarkan latar belakang di atas, penelitian ini akan mengembangkan portofolio MV dan analisis kluster dengan menggunakan statistik *robust*. Analisis kluster digunakan sebagai identifikasi awal untuk mengelompokkan sekuritas dan selanjutnya digunakan dalam pembentukan portofolio optimal model MV.

2. Metode Penelitian

2.1 Portofolio Mean-Variance

Portofolio adalah sekumpulan aset. Misalkan seorang investor ingin menanamkan modalnya dalam N aset dengan *return* $\mathbf{r} = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$. Nilai harapan dan variansi *return* berturut-turut adalah $E(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\mu}$ dan $Var(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\Sigma}$.

Return portofolio adalah rata-rata tertimbang dari *return* masing-masing aset yaitu $R_p = \mathbf{w}^T \mathbf{r}$, dimana $\mathbf{w}^T = (w_1, w_2, \dots, w_N)$. Tingkat keuntungan yang diharapkan dari portofolio adalah $\mu_p = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}$ dan risiko portofolio adalah $\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}$.

a. Portofolio MV dengan 1 konstrain

Portofolio MV dengan satu konstrain diperoleh dengan cara meminimumkan risiko berdasarkan satu batasan. Model MV dengan satu konstrain yaitu:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} \\ \text{kendala} \quad & \mathbf{w}^T \mathbf{e} = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Keterangan:

\mathbf{w} adalah vector bobot berukuran $N \times 1$,

\mathbf{e} adalah vector 1 dengan ukuran $N \times 1$.

Kendala pertama menjelaskan bahwa jumlah bobot sama dengan 1, artinya semua dana didistribusikan ke dalam aset. Selanjutnya dengan menggunakan metode Lagrange, portofolio optimal model MV dengan 1 konstrain dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut ini:

$$\mathbf{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}} \quad (2)$$

b. Portofolio MV dengan 2 konstrain

Portofolio MV dengan dua konstrain diperoleh dengan cara meminimumkan risiko berdasarkan dua batasan. Model MV dengan satu konstrain yaitu:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} \\ \text{kendala} \quad & \mathbf{w}^T \mathbf{e} = 1 \\ & \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} = r_0 \end{aligned} \quad (3)$$

Persamaan kendala kedua bermakna bahwa investor menginginkan tingkat keuntungan sebesar r_0 . Portofolio optimal model MV dengan 2 konstrain dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut ini:

$$\mathbf{w} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left[\left(\frac{b - ar_0}{b^2 - ac} \right) \boldsymbol{\mu} + \left(\frac{br_0 - c}{b^2 - ac} \right) \mathbf{e} \right] \quad (4)$$

Dimana $a = \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}$; $b = \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu}$ dan $c = \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu}$.

c. Portofolio Multiobjektif

Prinsip dasar dari portofolio multiobjektif adalah memaksimumkan *return* dan meminimumkan risiko secara bersamaan, sehingga modelnya adalah:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} - \frac{\gamma}{2} \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} \\ \text{kendala} \quad & \mathbf{w}^T \mathbf{e} = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

Nilai γ adalah koefisien *risk aversion*, menunjukkan besaran keengganan investor terhadap risiko. Semakin besar γ berarti investor tidak suka risiko, begitu sebaliknya. Portofolio multiobjektif dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut ini:

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\gamma} \left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} - \left(\frac{\mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} - \gamma}{\mathbf{e}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e}} \right) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{e} \right] \quad (6)$$

2.2 Analisis Kluster K-Means

Analisis kluster (*cluster analysis*) adalah teknik untuk menempatkan sejumlah objek ke dalam beberapa kelompok berdasarkan kesamaan karakteristik tertentu. Pada prinsipnya, objek yang berada dalam satu kelompok akan mempunyai karakteristik yang relative sama (homogen) sedangkan objek antar kelompok memiliki karakteristik yang berbeda [3].

Salah satu metode kluster hirarki adalah metode k-means. Metode k-means bertujuan untuk menemukan pusat kluster yakni centroid (c_1, \dots, c_k) sehingga meminimumkan jumlah kuadrat jarak antara setiap objek (x_j) dengan setiap centroid (c_i) dalam kluster yaitu

$$d = \sum_{i=1}^k \left[\min_{j=1, \dots, n} \sqrt{\sum_{z=1}^l (x_{jz} - c_{iz})^2} \right]^2 \quad (7)$$

Keterangan:

X_j adalah adalah objek ke- j , $j = 1, 2, \dots, n$,

n menunjukkan banyaknya variable,

x_{jz} adalah observasi ke- z dalam objek ke- j , di mana $z = 1, 2, \dots, l$,

l menunjukkan banyaknya observasi dalam tiap objek.

Pengalokasian objek ke dalam masing-masing kluster dalam metode k-means didasarkan pada jarak antara objek dengan centroid setiap kluster yang ada. Objek dimasukkan ke dalam kluster yang mempunyai centroid dengan jarak terdekat dari objek tersebut.

2.3 Estimasi Robust S

Statistik *robust* berkaitan dengan membangun prosedur statistik yang stabil ketika ada bagian dari data yang tidak sesuai dengan distribusi yang diasumsikan atau terdapat penyimpangan model (model *deviation*). Salah satu estimasi *robust* yang memiliki *breakdown point* yang tinggi adalah estimasi S. Estimasi ini diperkenalkan pertama kali oleh Rousseeuw and Yohai (1984) [13]. Estimasi S untuk vektor rata-rata dan matriks kovariansi diperoleh dengan menyelesaikan masalah optimasi berikut ini:

$$\begin{aligned} & \min |\Sigma| \\ & \text{kendala } \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{d_i}{\hat{\sigma}} \right) = \delta \end{aligned} \quad (8)$$

Dengan ρ adalah fungsi kerugian (*loss function*) dan δ adalah suatu konstanta. Penyelesaian masalah (7) dengan menggunakan persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n u(d_i) (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0} \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p u(d_i) (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})^T - v(d_i) \Sigma = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (9)$$

Dimana n = banyaknya pengamatan, p = banyaknya variabel, $\mathbf{d}_i = (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})$; $\psi(\mathbf{d}_i) = \frac{\partial \rho}{\partial d'}$, $u(\mathbf{d}_i) = \psi(\mathbf{d}_i) / \mathbf{d}_i$. Penduga *vector mean* dan matriks kovariansi pada

Persamaan (8) dilakukan dengan metode iteratif.

2.4 Data dan Alur Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data saham bulanan yang tercatat di Jakarta Islamic Index (JII) dengan periode pengamatan dari bulan Februari 2021 sampai Juli 2022. Perusahaan yang terdaftar di JII disajikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Daftar Perusahaan yang Tercatat di JII

Perusahaan	Perusahaan	Perusahaan
ADRO.JK	ANTM.JK	BRIS.JK
BRPT.JK	CPIN.JK	EMTK.JK
ERAA.JK	EXCL.JK	HRUM.JK
ICBP.JK	INCO.JK	INDF.JK
INKP.JK	INTP.JK	ITMG.JK
JPFA.JK	KLBF.JK	MDKA.JK
MIKA.JK	MNCN.JK	PGAS.JK
PTBA.JK	SCMA.JK	SMGR.JK
TINS.JK	TLKM.JK	TPIA.JK
UNTR.JK	UNVR.JK	WIKA.JK

Variabel penelitian yang digunakan adalah *return* dan risiko tiap saham. Prosedur pembentukan portofolio optimal *Mean-Variance* dengan menggunakan analisis kluster dijelaskan berikut ini:

1. Menghitung *return* dan risiko saham berdasarkan harga penutupan;
2. Mengelompokkan saham-saham ke dalam kluster-kluster dengan menggunakan metode *k-means*;
3. Penentuan jumlah kluster optimal dengan menggunakan *Silhouette index* dengan rumus:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n S(i)}{n} \text{ dengan } S(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))}$$

Dimana $a(i)$ adalah jarak rata-rata data ke- i dalam satu kluster dan $b(i)$ adalah jarak rata-rata jarak data ke- i terhadap data pada kluster yang berbeda.

Silhouette index memiliki rentang nilai $[-1, 1]$. Nilai *silhouette index* yang mendekati 1 menandakan tingkat ketepatan data berada pada sebuah kluster.

4. Memilih saham terbaik pada setiap kluster dengan menggunakan kriteria *Sharpe ratio* dengan rumus:

$$SR = \frac{\mu - R_f}{\sigma}$$

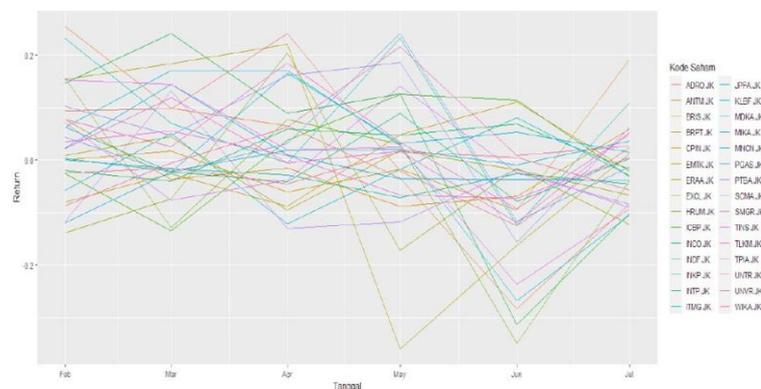
Dimana: R_f adalah *return* bebas risiko.

5. Menentukan portofolio optimal *mean-variance* model klasik dan robust. Pada model portofolio klasik, parameter μ dan Σ diestimasi dengan menggunakan *maximum likelihood estimator* (MLE) sedangkan portofolio *robust* parameter μ dan Σ diestimasi menggunakan estimasi S;
6. Menghitung kinerja setiap portofolio yang terbentuk.

3. Hasil dan Pembahasan

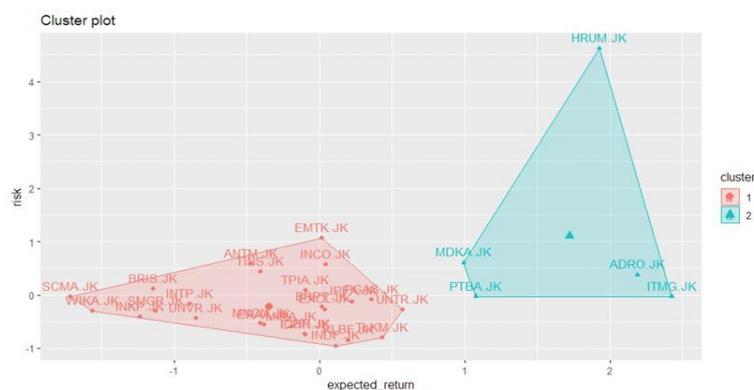
Di Indonesia terdapat tiga indeks saham syariah yaitu *Jakarta Islamic Index* (JII), Indeks Saham Syariah Indonesia (ISSI) dan *Jakarta Islamic Index 70* (JII70). Pada penelitian ini, mengambil saham yang terdaftar di JII. Saham JII terdiri dari 30 saham syariah dengan likuiditas tinggi yang tercatat di Bursa Efek Indonesia (BEI).

Pergerakan *return* saham yang terdaftar di JII pada periode Februari 2021 sampai dengan Juli 2022 ditampilkan pada Gambar 1. Dapat diamati, pergerakan *return* saham-saham di JII fluktuatif atau volatilitas cukup tinggi.



Gambar 1. Pergerakan Return Saham

Langkah selanjutnya adalah membentuk kluster untuk semua saham yang terdaftar di JII berdasarkan variabel *return* dan risiko. Hasil pengklasteran dengan menggunakan metode *k-means* menghasilkan dua kluster seperti yang disajikan pada gambar berikut ini:



Gambar 2. Hasil Klasterisasi K-Means menggunakan Kriteria Silhouette Index

Pada Gambar 2, dapat dilihat bahwa anggota pada kluster pertama terdiri dari perusahaan HRUM, ADRO, ITMG, MDKA dan PTBA dan anggota kelompok kedua terdiri dari 25 perusahaan. Daftar anggota kluster pertama dan kedua dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2. Dapat diamati bahwa anggota pada kluster pertama terdiri dari perusahaan yang memiliki *return* lebih tinggi dibandingkan pada kluster kedua.

Selanjutnya, pemilihan perusahaan dalam pembentukan portofolio optimal berdasarkan kriteria *Sharpe ratio* (SR). Indikator *Sharpe ratio* adalah ukuran yang digunakan untuk mengukur kelebihan pengembalian (*return*) per unit risiko artinya semakin tinggi SR maka semakin baik perusahaan tersebut.

Tabel 2. Nilai Sharpe Ratio Saham pada Kluster Pertama

No	Saham	Expected return	Risk	Sharpe Ratio
1	ITMG	0,0642	0,0134	4,5764
2	ADRO	0,0585	0,0187	2,9798
3	PTBA	0,0315	0,0134	2,1349
4	MDKA	0,0295	0,0216	1,2283
5	HRUM	0,0521	0,0739	0,6655

Tabel 2 menunjukkan nilai *expected return*, *risk* dan *Sharpe ratio* pada kluster pertama. Pada kluster pertama, saham ITMG memiliki *expected return* paling tinggi dan risiko paling rendah sehingga menghasilkan *Sharpe ratio* paling tinggi. Pada penelitian ini, saham terpilih adalah yang memiliki *Sharpe ratio* lebih dari 1, sehingga pada kluster pertama ada 4 saham terpilih yaitu saham ITMG, ADRO, PTBA dan MDKA.

Pada Tabel 3 menampilkan nilai *expected return*, *risk* dan *Sharpe ratio* pada kluster kedua. Pada kluster kedua ini, saham INDF memiliki risiko paling kecil sedangkan saham

UNTR memiliki *expected return* paling tinggi. Selanjutnya, nilai *Sharpe ratio* tertinggi dihasilkan oleh saham INDF.

Tabel 3. Nilai Sharpe Ratio Saham pada Kluster Kedua

No	Saham	Expected return	Risk	Sharpe Ratio
1	INDF	0,0081	0,0013	3,9137
2	TLKM	0,0159	0,0034	3,8776
3	KLBF	0,0102	0,0027	2,6857
4	UNTR	0,0193	0,0102	1,6109
5	PGAS	0,0141	0,0126	0,8946
6	JPFA	0,0108	0,0122	0,6507
7	EXCL	0,0063	0,0103	0,3289
8	BRPT	0,0058	0,0108	0,2650
9	INCO	0,0064	0,0212	0,1654
10	EMTK	0,0057	0,0276	0,1027
11	CPIN	0,0031	0,0041	0,0419
12	TPIA	0,0030	0,0149	0,0070
13	ICBP	0,0029	0,0042	-0,0024
14	MIKA	0,0006	0,0059	-0,3799
15	ANTM	-0,0061	0,0214	-0,4196
16	ERAA	-0,0039	0,0065	-1,0443
17	MNCN	-0,0044	0,0069	-1,0652
18	INTP	-0,0163	0,0116	-1,6577
19	BRIS	-0,0225	0,0152	-1,6630
20	UNVR	-0,0153	0,0080	-2,2785
21	TINS	-0,0454	0,0194	-2,4850
22	SMGR	-0,0220	0,0099	-2,5159
23	SCMA	-0,0363	0,0134	-2,9252
24	INKP	-0,0247	0,0085	-3,2527
25	WIKA	-0,0325	0,0098	-3,6117

Pada kluster kedua, ada empat saham terpilih karena memiliki *Sharpe ratio* lebih dari satu. Saham-saham terpilih yaitu saham INDF, TLKM, KLBF dan UNTR.

Langkah selanjutnya dalam penelitian ini adalah membangun portofolio optimal pada masing-masing kluster. Ada tiga model portofolio yaitu model MV-1 (*Mean Variance* dengan 1 konstrain), MV-2 (*Mean Variance* dengan 2 konstrain) dan Multiobjektif. Pada portofolio model Multiobjektif dipilih nilai *risk aversion* (γ) sebesar 10 dan 100.

Pada kluster pertama, untuk portofolio model MV-1, diasumsikan tingkat keuntungan (r_0) yang diinginkan investor sebesar 0,04. Penentuan tingkat keuntungan ini berdasarkan rata-rata *return* keempat saham yang berada pada kisaran 0,02496 (MDKA) sampai dengan 0,0642 (ITMG).

Hasil pembentukan portofolio optimal pada kluster pertama akan disajikan pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Portofolio Optimal pada Kluster Pertama

Saham	MV-1		MV-2 ($r_0=0,04$)		Multiobjektif ($\gamma = 10$)		Multiobjektif ($\gamma = 100$)	
	Klasik	Robust	Klasik	Robust	Klasik	Robust	Klasik	Robust
ITMG	0,3084	-0,2057	0,2247	0,5658	0,8793	0,6885	0,3655	-0,1163
ADRO	0,1286	0,8426	0,0693	0,5424	0,5304	0,4947	0,1688	0,8078
PTBA	0,2498	0,2990	0,3708	-0,1738	-0,570	-0,0744	0,1678	0,2442
MDKA	0,3132	0,0642	0,3357	0,0656	0,1606	0,0166	0,2980	0,0643

Pembentukan portofolio optimal dengan estimasi S (*robust*) menghasilkan bobot yang negatif. Nilai negatif ini bermakna bahwa investor harus melakukan *short selling*. *Short selling* ini berarti investor meminjam saham pada pihak lain dan akan dikembalikan pada waktu tertentu (sesuai dengan perjanjian). Tabel 4 menjelaskan bobot optimal pada masing-masing model portofolio. Hasil pembentukan portofolio optimal model MV-1 dengan estimasi MLE (klasik) diperoleh bobot optimalnya adalah 30,84% dialokasikan pada saham ITMG, 12,86% pada saham ADRO, 24,98% untuk saham PTBA dan 31,32% pada saham ADRO. Sedangkan pada portofolio robust (estimasi S) diperoleh bobot optimalnya adalah -20,57% dialokasikan pada saham ITMG, 84,26% pada saham ADRO, 29,90% untuk saham PTBA dan 6,42% pada saham ADRO. Penjelasan untuk saham MV-2 serta Obj-10 dan Obj-100 sama seperti model MV-1.

Pada klaster kedua, portofolio model MV-2, diasumsikan tingkat keuntungan (r_0) yang diinginkan investor sebesar 0,01. Penentuan tingkat keuntungan ini berdasarkan rata-rata *return* keempat saham yang berada pada kisaran 0,0081(INDF) sampai dengan 0,01931 (UNTR). Hasil portofolio optimal pada klaster kedua dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 5. Portofolio Optimal pada Klaster Kedua

Saham	MV-1		MV-2 ($r_0=0,01$)		Multiobjektif ($\gamma = 10$)		Multiobjektif ($\gamma = 100$)	
	Klasik	Robust	Klasik	Robust	Klasik	Robust	Klasik	Robust
INDF	0,7186	0,7455	0,7522	0,7217	0,5812	0,7901	0,7049	0,7499
TLKM	0,3856	0,2875	0,3634	0,2103	0,4765	0,4321	0,3947	0,3020
KLBF	-0,0419	-0,3307	-0,0340	-0,1663	-0,0743	-0,6388	-0,0452	-0,3616
UNTR	-0,0623	0,2978	-0,0816	0,2343	0,0166	0,4167	-0,0544	0,3097

Berbeda dengan klaster pertama, pada klaster kedua ini terjadi *short selling* pada portofolio klasik dan *robust*. Hasil pembentukan portofolio optimal model MV-1 dengan estimasi MLE (klasik) diperoleh bobot optimalnya adalah 71,86% dialokasikan pada saham INDF, 38,56% pada saham TLKM, -4,19% untuk saham KLBA dan -6,23% pada saham UNTR. Sedangkan pada portofolio *robust* (estimasi S) diperoleh bobot optimalnya adalah 74,55% dialokasikan pada saham INDF, 28,75% pada saham TLKM, -33,07% untuk saham KLBF dan 29,78% pada saham UNTR. Penjelasan untuk saham MV-2 serta Obj-10 dan Obj-100 sama seperti model MV-1.

Perbandingan kinerja portofolio klasik dan *robust* untuk keempat portofolio pada klaster pertama ditampilkan pada tabel di bawah ini:

Tabel 6. Kinerja Portofolio Klasik dan Robust pada Klaster Pertama

Model Portofolio	Klasik			Robust		
	μ_p	σ_p	Sharpe Ratio	μ_p	σ_p	Sharpe Ratio
MV-1	0,0444	0,0880	0,5047	-0,0010	0,0740	-0,0129
MV-2	0,0400	0,0884	0,4527	0,0400	0,0949	0,4213
Obj-10	0,0743	0,1036	0,7170	0,0465	0,1011	0,4599
Obj-100	0,0474	0,0882	0,5376	0,0038	0,0743	0,0510

Pada klaster pertama, nampak bahwa kinerja portofolio klasik lebih baik dibandingkan dengan portofolio *robust*. Nilai *Sharpe ratio* (SR) untuk portofolio klasik lebih tinggi dibandingkan portofolio *robust*. Portofolio MV-1, model klasik menghasilkan SR sebesar

0,5047 sedangkan *robust* sebesar -0,0129. Portofolio MV-2, model klasik menghasilkan SR sebesar 0,4527 sedangkan *robust* sebesar 0,4213. Portofolio Multiobjektif dengan $\gamma = 10$, menghasilkan SR sebesar 0,7170 untuk yang model klasik sedangkan *robust* sebesar 0,4599. Portofolio Multiobjektif dengan $\gamma = 100$, menghasilkan SR sebesar 0,5376 untuk yang model klasik sedangkan *robust* sebesar 0,4599.

Apabila dibandingkan seluruh model portofolio, maka pada klaster pertama ini kinerja portofolio Klasik Obj-10 paling baik karena memiliki SR yang paling tinggi. Oleh karena itu, investor dapat membentuk portofolio dengan menanamkan modelnya sebesar 87,93% pada saham ITMG, 53,04% pada saham ADRO, -5,70% pada saham PTBA (berarti disini *investor* melakukan *short selling*) dan 16,06% pada saham MDKA.

Perbandingan kinerja portofolio klasik dan *robust* untuk keempat portofolio pada klaster kedua ditampilkan pada tabel di bawah ini:

Tabel 7. Kinerja Portofolio Klasik dan Robust pada Klaster Kedua

Model Portofolio	Klasik			Robust		
	μ_p	σ_p	Sharpe Ratio	μ_p	σ_p	Sharpe Ratio
MV-1	0,0104	0,0253	0,4101	0,0118	0,0186	0,6402
MV-2	0,0100	0,0255	0,3927	0,0100	0,0210	0,4769
Obj-10	0,0119	0,0281	0,4227	0,0153	0,0262	0,5833
Obj-100	0,0105	0,0253	0,4157	0,0122	0,0186	0,6555

Berbeda dengan klaster pertama, pada klaster kedua ini, kinerja portofolio *robust* lebih baik dibandingkan dengan portofolio klasik. Nilai *Sharpe ratio* untuk portofolio *robust* lebih tinggi dibandingkan portofolio klasik.

Portofolio MV-1, model klasik menghasilkan SR sebesar 0,4101 sedangkan *robust* sebesar 0,6402. Portofolio MV-2, model klasik menghasilkan SR sebesar 0,3927 sedangkan *robust* sebesar 0,4769. Portofolio Multiobjektif dengan $\gamma = 10$, menghasilkan SR sebesar 0,4227 untuk yang model klasik sedangkan *robust* sebesar 0,5833. Portofolio Multiobjektif dengan $\gamma = 100$, menghasilkan SR sebesar 0,4157 untuk yang model klasik sedangkan *robust* sebesar 0,6555.

Apabila dibandingkan seluruh model portofolio, maka pada klaster kedua ini kinerja portofolio *robust* Obj-100 paling baik karena memiliki SR yang paling tinggi. Oleh karena itu, investor dapat membentuk portofolio dengan menanamkan modelnya sebesar 74,99% pada saham INDF, 30,20% pada saham TLKM, -36,16% pada saham KLBK (berarti disini *investor* melakukan *short selling*) dan 30,97% pada saham UNTR.

4. Kesimpulan

Hasil pengelompokan saham yang terdaftar di JII menghasilkan dua klaster. Klaster pertama beranggotakan 5 saham dengan karakteristik *return* yang tinggi sedangkan klaster kedua beranggotakan 25 saham dengan *return* yang rendah. Selanjutnya, pemilihan saham dalam pembentukan portofolio optimal pada masing-masing klaster diperoleh empat saham terpilih dari masing-masing klaster. Pada klaster pertama, terpilih saham ITMG, ADRO, PTBA dan MDKA sedangkan pada klaster kedua terdiri dari saham INDF, TLKM, KLBK dan UNTR.

Pembentukan portofolio optimal pada keempat model menggunakan estimasi klasik dan *robust* memberikan hasil yang berbeda-beda. Hasil analisis kinerja saham,

pada kluster pertama portofolio Klasik model Obj-10 paling baik karena memiliki SR yang paling tinggi sedangkan pada kluster kedua ini kinerja portofolio *robust* model Obj-100 yang terbaik.

Daftar Pustaka

- [1] E. J. Elton and M. J. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 9th ed. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2014.
- [2] H. M. Markowitz, "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, no. 7, pp. 77–91, 1952.
- [3] R. A. Johnson and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6th ed. Prentice Hall, 2007.
- [4] A. H. Foss and M. Markatou, "Kamila: Clustering Mixed-Type Data in R and Hadoop," *Journal of Statistical Software.*, vol. 83, pp. 1–44, 2018.
- [5] N. C. Long, N. Wisitpongphan, P. Meesad, and H. Unger, "Clustering Stock Data for Multi-objective Portfolio Optimization," *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, vol. 13, no. 2, 2014.
- [6] S. R. Nanda, B. Mahanty, and M. K. Tiwari, "Clustering Indian Stock Market Data for Portfolio Management," *Expert Systems with Applications.*, vol. 37, no. 12, pp. 8793–8798, 2010.
- [7] L. Gubu, D. Rosadi, and Abdurakhman, "Robust Mean-Variance Portfolio Selection with Time Series Clustering," *AIP Conference Proceedings*, vol. 2329, 2021.
- [8] R. A. Maronna, R. D. Martin, and V. J. Yohai, *Robust Statistics: Theory and Methods*. John Wiley and Sons, 2006.
- [9] S. Ceria and R. A. Stubbs, "Incorporating Estimation Errors into Portfolio Selection: Robust Portfolio Construction," *Asset Management: Portfolio Construction, Performance and Returns*, pp. 270–294, 2016.
- [10] V. DeMiguel and F. J. Nogales, "Portfolio Selection with Robust Estimation," *SSRN Electronic Journal*, 2007.
- [11] E. D. Supandi, D. Rosadi, and Abdurakhman, "An Empirical Comparison between Robust Estimation and Robust Optimization to Mean-Variance Portfolio," *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, vol. 16, no. 1, p. 32, 2017.
- [12] M. Fadli Azim *et al.*, "Optimasi Bobot Portofolio Menggunakan Algoritma Genetika," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 7, no. 1, pp. 58–64, 2021.
- [13] P. Rousseeuw and V. 'Yohai, "Robust Regression by Means of S-Estimators," no. 26. Springer, New York, pp. 256–272, 1984.