Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 6, No. 2, Juli 2020
ISSN 2460-4542, e-ISSN 2615-8663

Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor

Ade Novia Rahma[1], Rahmawati[2], Siti Mardhiyah Jauza[3]
[1,2,3] Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
Email: adenoviarahma_mufti@yahoo.co.id, rahmawati@uin-suska.ac.id, 11754202065@uin-suska.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang bentuk umum matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 3×3 dan bentuk umum determinannya menggunakan metode kofaktor. Dalam menentukan bentuk umum matriks dan determinan matriks *centrosymmetric* tersebut, terdapat beberapa langkah yang dikerjakan. Pertama diperhatikan bentuk pola matriks dan determinan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus orde 3×3. Kedua membuktikan bentuk umum matriks menggunakan metode induksi matematika dan determinan matriks menggunakan metode langsung. Hasil akhirnya didapatkan bentuk umum dari matriks dan determinan matrik *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 3×3. Aplikasi juga dibahas dalam bentuk contoh.

Kata Kunci: **D**eterminan, matriks *centrosymmetric*, metode kofaktor

ABSTRACT

This study discusses the general form of the centrosymmetric matrix of the special form of the order 3 × 3 and the general form of its determinants using the cofactor method. In determining the general shape of the matrix and the determinant of the centrosymmetric matrix, there are a number of steps to be taken. First note the shape of the matrix pattern and the determinant of the centrosymmetric matrix of the special shape of the order 3 × 3. The second proves the general form of the matrix using the mathematical induction method and the determinant of the matrix using the direct method. The final result is the general form of the matrix and the determinant of the centrosymmetric matrix of the special form of the 3 × 3 order. Applications are also discussed in the form of examples.

Keywords: *Centrosymmetric Matrix, Cofactor Method, Determinant*

Pendahuluan

Salah satu pembahasan yang penting dalam ilmu matematika adalah aljabar linier. Aljabar linier merupakan salah satu bagian dari matematika yang mempelajari tentang sistem persamaan linier, matriks, vektor dan ruang vektor. Matriks adalah suatu jajaran elemen (berupa bilangan) berbentuk empat persegi panjang. Ada banyak jenis-jenis matriks antara lain matriks identitas, matriks bujursangkar, matriks diagonal, matriks segitiga, matriks simetris dan matriks hermitian.

Matriks *centrosymmetric* merupakan bagian dari matriks simetris. Matriks *centrosymmetric* merupakan matriks simetris yang memenuhi sifat tertentu[11]. Salah satunya memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks. Salah satu bentuk matriks *centrosymmetric* yang akan dibahas adalah sebagai berikut:

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$$

Determinan mempunyai peranan penting dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matriks dan banyak dipergunakan dalam ilmu matematika maupun ilmu terapannya. Banyak cara yang dapat dilakukan dalam menentukan determinan matriks diantaranya aturan sarrus, metode kofaktor, reduksi baris, metode kondensasi chio dan metode salihu.

Sudah banyak penelitian yang membahas tentang determinan matriks. Penelitian Bahota[4] dalam artikelnya yang berjudul "Menghitung Determinan Matriks $n \times n$ $(n \geq 3)$ Dengan Menggunakan Metode Salihu", membahas mengenai penggunaan metode salihu sebagai opsi untuk menghitung determinan matriks orde $n \times n$ $(n \geq 3)$. Selanjutnya penelitian Aryani[3] dengan judul "Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor". Penelitian selanjutnya oleh Rahma[9] dengan judul "Determinan Matriks $FLScirc_r$ Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 3$ Menggunakan Metode Salihu" membahas mengenai bentuk umum determinan matriks $FLScirc_r$ Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 3$. Penelitian oleh Fatmasari[6] dengan judul "Bentuk Umum Determinan Matriks Toeplitz Tridiagonal" membahas tentang bentuk umum dari determinan matriks Toeplitz tridiagonal.

Pembahasan penelitian mengenai matriks *centrosymmetric* juga dilakukan oleh Tomasouw[11] dengan judul "Karakteristik Matriks Centro-Simetris" membahas tentang karakteristik dari matriks *centrosymmetric* beserta nilai eigen dan vektor eigennya. Dan penelitian oleh Khasanah[8] dengan judul "*On Computing: The Inverse of Centrosymmetric Matrix*" membahas tentang invers dari matriks *centrosymmetric*.

Berdasarkan latar belakang diatas maka penulis tertarik untuk membahas mengenai matriks *centrosymmetric* dengan judul "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Orde 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Postif Dengan Kofaktor".

Metode dan Bahan Penelitian

Metode penelitian yang digunakan penulis yaitu dengan cara studi pustaka (literatur), yaitu dengan mempelajari buku-buku, jurnal atau artikel serta sumber-sumber yang berhubungan dengan penelitian ini.

Definisi 1. [1] sebuah matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks.

Definisi 2. [2], dalam matriks bujur sangkar elemen $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \cdots, a_{nn}$ disebut diagonal utama.

Definisi 3. [11] Matriks *centrosymmetric* merupakan salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks.

Diberikan $A = (a_{ij})_{nxn} \in R^{nxn}$ adalah matriks *centrosymmetric*, jika $a_{ij} = a_{n-i+1,n-j+1}$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n$ atau dapat ditulis

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}.$$

Definisi 4. [8] Diberikan matriks S berorde n $\times$ n. Matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi

$$S^R = S$$

Lema 1.

i. Jika $S = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ maka S adalah matriks *centrosymmetric*

ii. Jika $S = \begin{bmatrix} a & c & b \\ d & e & d \\ b & c & a \end{bmatrix}$ maka S adalah matriks *centrosymmetric*

Definisi 5. [10] Misalkan A adalah matriks $m\times k$ dan B adalah matriks $k\times n$. Perkalian A dan B, dinotasikan dengan AB adalah matriks $m\times n$ dengan entri ke-(i,j) sama dengan jumlah perkalian dari elemen yang bersesuaian dari baris ke-i dari A dan kolom ke-j dari B. Dengan kata lain, jika $AB=[c_{ij}]$, maka

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ik}b_{kj}$$

Definisi 6. [7] Misalkan $A_{n\times n} = [a_{ij}]$, maka minor dari a_{ij}, yang dilambangkan oleh M_{ij}, adalah determinan dari submatriks *A* yang diperoleh dengan cara membuang semua entri pada baris ke-*i* dan semua entri pada kolom ke-*j*. Sedangkan kofaktor dari a_{ij} yang dilambangkan oleh C_{ij} adalah $(-1)^{i+j} M_{ij}$

Teorema 1. [1], Determinan dari matriks *A*, n×n, dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada sebarang baris atau kolom dengan kofaktor-kofaktornya dan menjumlahkan hasilkali-hasilkali yang diperoleh; dimana untuk setiap $1 \le i \le$ n dan $1 \le j \le$ n,

1. Ekspansi kofaktor sepanjang baris *i*:
   $$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$$
2. Ekspansi kofaktor sepanjang kolom *j*:
   $$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan suatu matriks *centrosymmetric* A_3, sebagai berikut:
   $$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$$
2. Menentukan nilai matriks *centrosymetric* ${A_3}^2$ sampai ${A_3}^8$.
3. Menduga bentuk umum matriks *centrosymmetric* ${A_3}^n$ dan membuktikannya dengan induksi matematika.
4. Menentukan determinan matriks *centrosymmetric* ${A_3}^n$.
5. Menduga bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ${A_3}^n$ dan membuktikannya dengan pembuktian langsung.
6. Mengaplikasikan matriks *centrosymmetric* ${A_3}^n$ kedalam contoh soal.

Hasil dan Pembahasan

1. Bentuk Umum Matriks *Centrosymmetric* ${A_3}^n$

Langkah awal sebelum menetukan bentuk umum matriks *centrosymmetric* adalah menentukan nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^2$ sampai ${A_3}^8$ sebagai berikut:

- Matriks *centrosymmetric* A_3
  $$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} \tag{1}$$
- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^2$
  ${A_3}^2 = A_3 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & 2a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 2a^2 & a^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^3$
  ${A_3}^3 = {A_3}^2 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^2 & 2a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 2a^2 & a^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^3 & 3a^3 & 0 \\ 0 & a^3 & 0 \\ 0 & 3a^3 & a^3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^4$
  ${A_3}^4 = {A_3}^3 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^3 & 3a^3 & 0 \\ 0 & a^3 & 0 \\ 0 & 3a^3 & a^3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^4 & 4a^4 & 0 \\ 0 & a^4 & 0 \\ 0 & 4a^4 & a^4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^5$
  ${A_3}^5 = {A_3}^4 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^4 & 4a^4 & 0 \\ 0 & a^4 & 0 \\ 0 & 4a^4 & a^4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^5 & 5a^5 & 0 \\ 0 & a^5 & 0 \\ 0 & 5a^5 & a^5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^6$
  ${A_3}^6 = {A_3}^5 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^5 & 5a^5 & 0 \\ 0 & a^5 & 0 \\ 0 & 5a^5 & a^5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^6 & 6a^6 & 0 \\ 0 & a^6 & 0 \\ 0 & 6a^6 & a^6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^7$
  ${A_3}^7 = {A_3}^6 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^6 & 6a^6 & 0 \\ 0 & a^6 & 0 \\ 0 & 6a^6 & a^6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^7 & 7a^7 & 0 \\ 0 & a^7 & 0 \\ 0 & 7a^7 & a^7 \end{bmatrix} \quad (7)$$

- Nilai matriks *centrosymmetric* ${A_3}^8$
  ${A_3}^8 = {A_3}^7 \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^7 & 7a^7 & 0 \\ 0 & a^7 & 0 \\ 0 & 7a^7 & a^7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^8 & 8a^8 & 0 \\ 0 & a^8 & 0 \\ 0 & 8a^8 & a^8 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Berdasarkan persamaan (1) sampai (8) dapat diduga bentuk umum matriks *centrosymmetric* adalah sebagai berikut:

$$A_3{}^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & na^n & a^n \end{bmatrix} \tag{9}$$

Teorema 2. Diberikan matriks $A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$ untuk setiap $a \in R$. Maka $A_3{}^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & na^n & a^n \end{bmatrix}$.

Bukti : Misalkan $p(n) : A_3{}^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & na^n & a^n \end{bmatrix}$ dengan menggunakan induksi matematika maka:

1) Untuk $n = 1$ maka $p(1) : A_3{}^1 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$, dengan melihat persamaan (1) maka untuk $n = 1$ adalah benar.
2) Asumsikan untuk $n = k$ maka $p(k) : A_3{}^k = \begin{bmatrix} a^k & ka^k & 0 \\ 0 & a^k & 0 \\ 0 & ka^k & a^k \end{bmatrix}$ adalah benar,

   Maka akan ditunjukkan untuk $n = k + 1$ juga benar yaitu:

$$p(k+1) : A_3{}^{k+1} = \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k+1)a^{k+1} & 0 \\ 0 & a^{k+1} & 0 \\ 0 & (k+1)a^{k+1} & a^{k+1} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Pembuktian: $A_3{}^{k+1} = A_3{}^n \times A_3$

$$= \begin{bmatrix} a^k & ka^k & 0 \\ 0 & a^k & 0 \\ 0 & ka^k & a^k \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & ka^{k+1} + a^{k+1} & 0 \\ 0 & a^{k+1} & 0 \\ 0 & ka^{k+1} + a^{k+1} & a^{k+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k+1)a^{k+1} & 0 \\ 0 & a^{k+1} & 0 \\ 0 & (k+1)a^{k+1} & a^{k+1} \end{bmatrix}$$

Dengan melihat persamaan (1.10) maka untuk $n = k + 1$ adalah benar.

Sehingga terbukti $A_3{}^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & na^n & a^n \end{bmatrix}$ ■

2. Bentuk Umum Determinan Matriks C*entrosymmetric* $A_3{}^n$
   - Determinan matriks centrosymetric persamaan (1.1)

     $|A_3| = a\begin{bmatrix} a & 0 \\ a & a \end{bmatrix} - a\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & a \end{bmatrix}$

$$= a.a^2 - (a.0) + 0.0$$
$$= a^3 \quad (11)$$

- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (2)
$$|A_3{}^2| = a^2\begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 2a^2 & a^2 \end{bmatrix} - 2a^2\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^2 \\ 0 & 2a^2 \end{bmatrix}$$
$$= a^2.a^4 - (2a^2.0) + 0.0$$
$$= a^6 \quad (12)$$
- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (3)
$$|A_3{}^3| = a^3\begin{bmatrix} a^3 & 0 \\ 3a^3 & a^3 \end{bmatrix} - 3a^3\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^3 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^3 \\ 0 & 3a^3 \end{bmatrix}$$
$$= a^3.a^6 - (3a^3.0) + 0.0$$
$$= a^9 \quad (13)$$
- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (4)
$$|A_3{}^4| = a^4\begin{bmatrix} a^4 & 0 \\ 4a^4 & a^4 \end{bmatrix} - 4a^4\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^4 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^4 \\ 0 & 4a^4 \end{bmatrix}$$
$$= a^4.a^8 - (4a^4.0) + 0.0$$
$$= a^{12} \quad (14)$$
- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (5)
$$|A_3{}^5| = a^5\begin{bmatrix} a^5 & 0 \\ 5a^5 & a^5 \end{bmatrix} - 5a^5\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^5 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^5 \\ 0 & 5a^5 \end{bmatrix}$$
$$= a^5.a^{10} - (5a^5.0) + 0.0$$
$$= a^{15} \quad (15)$$
- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (6)
$$|A_3{}^6| = a^6\begin{bmatrix} a^6 & 0 \\ 6a^6 & a^6 \end{bmatrix} - 6a^6\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^6 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^6 \\ 0 & 6a^6 \end{bmatrix}$$
$$= a^6.a^{12} - (6a^6.0) + 0.0$$
$$= a^{18} \quad (16)$$
- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (7)
$$|A_3{}^7| = a^7\begin{bmatrix} a^7 & 0 \\ 7a^7 & a^7 \end{bmatrix} - 7a^7\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^7 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^7 \\ 0 & 7a^7 \end{bmatrix}$$
$$= a^7.a^{14} - (7a^7.0) + 0.0$$
$$= a^{21} \quad (17)$$
- Determinan matriks *centrosymmetric* persamaan (8)
$$|A_3{}^8| = a^8\begin{bmatrix} a^8 & 0 \\ 8a^8 & a^8 \end{bmatrix} - 8a^8\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a^8 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 & a^8 \\ 0 & 8a^8 \end{bmatrix}$$
$$= a^8.a^{16} - (8a^8.0) + 0.0$$
$$= a^{24} \quad (18)$$

Berdasarkan persamaan (11) sampai (18) dapat diduga bentuk umum matriks *centrosymmetric* adalah sebagai berikut:
$$|A_3{}^n| = a^{3n} \quad (19)$$

Teorema 3. Diberikan matriks $A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$ untuk setiap $a \in R$. Maka $|A_3{}^n| = a^{3n}$.

Bukti : Berdasarkan teorema 1.1 maka didapatkan bentuk umum matriks *centrosymmetric* $A_3{}^n$ yaitu: $A_3{}^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & na^n & a^n \end{bmatrix}$. Dengan menggunakan bentuk umum $A_3{}^n$, maka akan dibuktikan bentuk umum determinan dengan menggunakan pembuktian langsung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}|{A_3}^n| &= a^n\begin{bmatrix}a^n & 0\\ na^n & a^n\end{bmatrix} - na^n\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & a^n\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}0 & a^n\\ 0 & na^n\end{bmatrix}\\ &= a^n.a^{2n} - (na^n.0) + 0.0\\ &= a^{3n}\end{aligned} \tag{20}$$

sehingga terbukti $|{A_3}^n| = a^{3n}$ ■

Contoh 1. Diberikan matriks $A_3 = \begin{bmatrix}2 & 2 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 2 & 2\end{bmatrix}$. Tentukan nilai matriks dari ${A_3}^5$ dan $|{A_3}^5|$

Penyelesaian :

Diketahui $n = 5$ dan pada persamaan (1.5) sudah didapat bentuk matriks ${A_3}^5$ maka bentuk matriksnya adalah ${A_3}^5 = \begin{bmatrix}2^5 & 5.2^5 & 0\\ 0 & 2^5 & 0\\ 0 & 5.2^5 & 2^5\end{bmatrix}$ Untuk nilai determinan nya adalah:

$$\begin{aligned}|{A_3}^5| &= a^{3n}\\ &= 2^{3.5}\\ &= 32.768\end{aligned}$$

Maka hasil $|{A_3}^5|$ adalah 32.768

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bentuk umum matriks *centrosymmetric* ${A_3}^n$ adalah: ${A_3}^n = \begin{bmatrix}a^n & na^n & 0\\ 0 & a^n & 0\\ 0 & na^n & a^n\end{bmatrix}$. Dengan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ${A_3}^n$ adalah: $|{A_3}^n| = a^{3n}$.

Daftar Pustaka

[1] Anton Howard dan Rorres Chris. *Dasar-Dasar Aljabar Linier Versi Aplikasi*. Edisi Ketujuh, Erlangga: Jakarta. 2004.

[2] Anton Howard. *Aljabar Linier Elementer*. Edisi Keenam Erlangga. Jakarta.1991.

[3] Aryani, F., dan Marzuki, C. C., Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika, 4(2), 2018. 82-88.*

[4] Bahota, A, dan Aziskhan, M, M,. Menghitung Determinan Matriks $n \times n$ $(n \geq 3)$ Dengan Menggunakan Metode Salihu, 1(2), 2014. 344-350.

[5] Endri, Y. Metode Baru Untuk Menghitung Determinan Dari Matriks $n \times n$. Tugas Akhir, Jurusan Matematika, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Pekanbaru, 2013.

[6] Fatmasari, S., Bentuk Umum Determinan Matriks Toeplitz Tridiagonal. Tugas Akhir Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Alauddin. Makassar. 2015.

[7] Imrona Mahmud. *Aljabar Linear Dasar*. Edisi Kedua. Erlangga: Bandung. 2012.

[8] Khasanah, N., dkk. The Inverse of Centrosymmetric Matrix, *Journal of Physics: Conference Series, 2017. 1-6.*

[9] Rahma, A. N., Swandayani, K., dan Marzuki, C. C., Determinan Matriks $FLScirc_r$ Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 3$ Menggunakan Metode Salihu. *Jurnal Fourier, 8(1). 2019, 27-34.*

[10] Rosen, K. H., *Discrete Mathematics and Its Application*, Sevent Ed. McGraw-Hill: Singapore, 2007.

[11] Tomasouw, B. P., Karakteristik Matriks Centro-Simetris. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 10(2), Desember 2016. 69-76.*