ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

Nilai Total Ketakteraturan Dari Graf *Butterfly Network Level* 3

Corry Corazon Marzuki[1], Mila Sari[2], Fitri Aryani[3]
[1,2,3] Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293
e-mail: corry@uin-suska.ac.id, mila06574@gmail.com

Abstrak

Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dan k adalah bilangan bulat positif. Nilai total ketakteraturan titik dari graf G yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan-k total tak teratur titik . Nilai total ketakteraturan sisi dari graf G yang dinotasikan dengan $tes(G)$ yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan-k total tak teratur sisi. Nilai ketakteraturan total dari graf G yang dinotasikan dengan $ts(G)$ yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan-k total tak teratur total. Pada makalah ini diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf butterfly network level 3 adalah $tvs(BF(3)) = 7$, nilai total ketakteraturan graf butterfly network level 3 adalah $tes(BF(3)) = 17$ dan nilai ketakteraturan total dari graf butterfly network level 3 adalah $ts(BF(3)) = 17$.

***Katakunci**: graf butterfly network level 3, nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi, nilai ketakteraturan total, pelabelan-k total tak teratur.*

Abstract

Suppose $G = (V, E)$ is a graph and k is a positive integer. The total vertex irregularity strength of the graph G is the minimum the largest label used to label a graph G with verex irregular total k-labeling, denoted by $tvs(G)$The total edge irregularity strength of the graph G is the minimum the largest label used to label a graph G with edge irregular total k-labeling, denoted by $tes(G)$. A irregular total k-labeling of G said total irregular, *if the weight at every edge different and the weight at every vertex different. Totally irregularity strength of the graph G is the minimum the largest label used to label a graph G with total irregular total k-labeling, denoted by $ts(G)$. The result of this paper*, *we determine the total vertex irregularity strength of the graph* (3) $tvs(BF(3)) = 7$, *we determine the total edge irregularity strength* $tes(BF(3)) = 17$, *we determine the total irregularity strength* $ts(BF(3)) = 17$

***Keywords:** graph butterfly network level 3 ,total vertex irregularity strength, total edge rregularity strength, total irregularity strength, irregular total k-labeling.*

.

1. Pendahuluan

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu Matematika. Pelabelan graf merupakan salah satu topik yang dibahas dalam teori graf. Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) ditulis dengan notasi $G = (V, E)$ yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul [7]. Salah satu topik menarik yang dibahas dalam teori graf adalah pelabelan graf. Pada [1] Bača, dkk. memperkenalkan pelabelan-k total tak teratur yang mempunyai dua tipe yakni pelabelan-k total tak teratur sisi dan pelabelan-k total tak teratur titik. Mengkombinasikan kedua pelabelan-k total tak teratur titik dan pelabelan-k total tak teratur sisi, Marzuki dkk. pada [6] memperkenalkan suatu pelabelan baru, yaitu pelabelan-k total tak teratur total. Untuk pelabelan-k total tak teratur, label terbesar minimum yang merupakan sebuah nilai yang disebut dengan nilai total ketakteraturan. Sesuai dengan pelabelan-k total maka nilai total ketakteraturan juga terbagi kepada tiga bagian, yaitu nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi, dan nilai ketakteraturan total.

Bača, dkk., pada [1] mendefinisikan pelabelan-*k* total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur titik dari graf G, jika untuk setiap titik x dan y yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$, dimana $wt(x) = f(x) + \sum_{ux \in E} f(ux)$. Nilai total ketakteraturan titik (*total vertex irregularity strength)* dari graf *G*, yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf *G* dengan pelabelan total tak teratur titik. Pada [1] Bača, dkk., memperoleh nilai total

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

ketakteraturan titik dari beberapa graf diantaranya: $tvs(C_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$ untuk $n \geq 1$ dan $tvs(K_n) = 2$ untuk $n \geq 2$. Nilai total ketakteraturan titik dari graf lintasan $tvs(mP_n) = m$ untuk $n = 1$, $tvs(mP_n) = m+1$ untuk $n = 2,3$, dan $tvs(mP_n) = \lceil (mn+1)/3 \rceil$ untuk $n \geq 4$ [8].

Selanjutnya pada [1] Bača, dkk., juga mendefinisikan pelabelan-*k* total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur sisi dari graf G, jika untuk sembarang dua sisi $e = u_1v_1$ dan $w = u_2v_2$ yang berbeda di graf G berlaku $wt(e) \neq wt(w)$, dengan $wt(e) = f(u_1) + f(e) + f(v_1)$ dan $wt(w) = f(u_2) + f(w) + f(v_2)$. Nilai total ketakteraturan sisi *(total edge irregularity strength)* dari graf G, yang dinotasikan dengan *tes*(G) adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur sisi. Nilai total ketakteraturan sisi dari beberapa graf, diantaranya: $tes(P_n) = tes(C_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$ untuk $n \geq 1$ dan $tes(S_n) = \lceil (n+1)/2 \rceil$ untuk $n \geq 1$ [1]. Nilai total ketakteraturan sisi dari graf *butterfly network level* 3 sebelumnya juga telah dibahas oleh I. Rajasingh pada [4] yaitu $tes(BF(r)) = \left\lceil \frac{r2^{r+1}+2}{3} \right\rceil, r \geq 3$.

Pelabelan-k total tak teratur total diperkenalkan oleh Marzuki, dkk., yang merupakan hasil pengkombinasian dari pelabelan-k total tak teratur titik dan pelabelan-k total tak teratur sisi. Marzuki, dkk., pada [6] mendefinisikan pelabelan-*k* total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur total dari graf G, jika untuk setiap titik *x* dan *y* yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$, dan untuk setiap sisi x_1x_2 dan y_1y_2 yang berbeda maka $wt(x_1x_2) \neq wt(y_1y_2)$. Nilai ketakteraturan total (*totally irregularity strength*) dari graf *G*, yang dinotasikan dengan $ts(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf *G* dengan pelabelan total tak teratur total. Nilai ketakteraturan total oleh Rismawati pada [11] dari dua *copy* graf bintang adalah $ts(2S_n) \leq n+1$. Nilai ketakteraturan total dari beberapa graf oleh Marzuki, dkk., diantaranya: graf lingkaran $ts(C_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$ untuk $n \geq 3$, graf lintasan $ts(P_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$ untuk $n = 2,5$, dan $ts(P_n) = \lceil (n+1)/3 \rceil$ untuk n yang lainnya.

Pelabelan graf telah banyak digunakan dalam berbagai aplikasi, seperti dalam permasalahan analisisi kristalografi sinar-X, model sistem jaringan komunikasi dan lain-lain. Interkoneksi jaringan merupakan rancangan koneksi dari berbagai proses sistem. Interkoneksi jaringan bisa di modelkan dengan sebuah graf dimana titik mewakili elemen dan sisi mewakili komunikasi antara saluran. Salah satu bentuk graf dari interkoneksi jaringan adalah graf *butterfly network level* 2. Penelitian tentang nilai total ketakteraturan dari graf *butterfly network level* 2 telah dibahas oleh Nurdin pada [9]. Penelitian ini merupakan lanjutan dari penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Nurdin [9] diperoleh nilai total ketakteraturan titik $tvs(BF(2)) = 4$, nilai total ketakteraturan sisi $tes(BF(2)) = 6$ dan nilai ketakteraturan total $ts(BF(2)) = 6$. Pada makalah ini akan ditentukan nilai total ketakteraturan dari graf *butterfly network level* 3.

2. Metode dan Bahan Penelitian

Graf merupakan gambaran antara himpunan elemen-elemen tidak kosong yang disebut titik(*vertex*) dengan himpunan pasangan tidak terurut titik-titik tersebut yang disebut sisi (*edge*). Berikut ini akan diberikan definisi dari graf yang digunakan sebagai landasan matematis untuk menentukan nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi dan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network* yang disajikan sebagai berikut:

Definisi 1[2]

Graf *G* adalah tripel terurut $(V(G), E(G), \psi_G)$ yang terdiri dari himpunan titik tak kosong $V(G)$, himpunan sisi $E(G)$, yang terpisah dari himpunan $V(G)$, dan fungsi insidensi ψ_G yang menghubungkan setiap sisi dari *G* dengan pasangan tak terurut dari titik *G.* Jika *e* adalah sisi dan *u* dan *v* adalah titik-titik sehingga $\psi_G(e) = uv$, kemudian *e* dikatakan terkait dengan *u* dan *v* ; titik-titik *u* dan *v* disebut ujung dari *e*.

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

Pelabelan graf adalah pemetaan yang memasangkan elemen-elemen graf dengan bilangan-bilangan bulat positif atau non negatif. Pelabelan dengan domain himpunan titik disebut pelabelan titik (*vertex labelling*), pelabelan dengan domain himpunan sisi disebut pelabelan sisi (*edge labelling*), dan pelabelan dengan domain gabungan himpunan titik dan himpunan sisi disebut pelabelan total (*total labelling*).

Pelabelan total tak teratur titik merupakan salah satu jenis pelabelan total tak teratur yang diperkenalkan oleh Bača, dkk. Pelabelan total tak teratur titik sudah banyak digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan titik dari berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur titik:

Definisi 2[1]

Pelabelan-*k* total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur titik dari graf G, jika untuk setiap titik x dan y yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$, dimana $wt(x) = f(x) + \sum_{ux \in E} f(ux)$. Nilai total ketakteraturan titik (*total vertex irregularity strength)* dari graf *G*, yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf *G* dengan pelabelan total tak teratur titik.
Baca dkk, juga memperoleh batas bawah dan batas atas nilai total ketakteraturan titik dari suatu graf G, yang dapat dilihat pada Teorema 2.

Teorema 1[1] Misalkan G adalah graf (p, q) dengan derajat minimum δ dan derajat maksimum Δ, maka:

$$\left\lceil \frac{p+\delta}{\Delta+1} \right\rceil \leq tvs(G) \leq p + \Delta - 2\delta + 1$$

Pelabelan total tak teratur sisi juga diperkenalkkan oleh Bača, dkk., dan juga banyak digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan sisi berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur sisi:

Definisi 3[1]

Pelabelan-*k* total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur sisidari graf$G$, jika untuk sembarang dua sisi $e = u_1 v_1$ dan $w = u_2 v_2$ yang berbeda di graf G berlaku $wt(e) \neq wt(w)$, dengan $wt(e) = f(u_1) + f(e) + f(v_1)$ dan $wt(w) = f(u_2) + f(w) + f(v_2)$. Nilai total ketakteraturan sisi *(total edge irregularity strength)* dari graf G, yang dinotasikan dengan *tes*(G) adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur sisi.

Penelitian mengenai nilai $tes(G)$ juga telah dilakukan oleh Bača, dkk., dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada Teorema 3.

Teorema 2[1] Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf dengan himpunan titik V dan himpunan sisi tak kosong E, maka:

$$\left\lceil \frac{|E| + 2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$$

Pelabelan total tak teratur total merupakan kombinasi pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur sisi yang diperkenalkan oleh Marzuki, dkk. Pelabelan total tak teratur total banyak digunakan untuk mencari nilai ketakteraturan total berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur total:

Defenisi 4[3]

Pelabelan-*k*total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur totaldari graf G, jika untuk setiap titik *x* dan *y* yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$, dan untuk setiap sisi $x_1 x_2$ dan $y_1 y_2$ yang berbeda maka $wt(x_1 x_2) \neq wt(y_1 y_2)$. Nilai ketakteraturan total (*totally irregularity strength*) dari graf *G*, yang

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

dinotasikan dengan $ts(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf *G* dengan pelabelan total tak teratur total.

C. C. Marzuki, dkk., juga telah melakukan penelitian mengenai nilai $ts(G)$ dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada Teorema 4.

Teorema 3 [6] Untuk setiap graf *G*, maka $ts(G) \geq \max\{tes(G), tvs(G)\}$.

Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat dipresentasikan pada gambar sehingga membentuk pola tertentu. Banyak bentuk yang bisa dipresentasikan dari pengaitan titik-titik pada graf salah satunya dalam iterkoneksi jaringan merupakan rancangan koneksi dari berbagai proses sistem. Interkoneksi jaringan bisa di modelkan dengan sebuah graf dimana titik mewakili elemen dan sisi mewakili komunikasi antara saluran. Salah satu bentuk dari interkoneksi jaringan adalah *butterfly network level* 3. Berikut akan diberikan defenisi dari graf butterfly network sebagai definisi dasar dan representasi dari graf *butterfly network level* 3.

Definisi 5[3]

Himpunan titik V dari sebuah graf *butterfly* berdimensi-*r* $BF(r)$ bersesuaian dengan himpunan berpasangan $[w, i]$ dimana i adalah dimensi atau level dari sebuah titik $(0 \leq i \leq r)$ dan w adalah bilangan bit ke-r yang menunjukkan baris dari titik. Dua titik $[w, i]$ dan $[w', i']$ yang saling terhubung dengan sebuah sisi jika dan hanya jika $i' = i + 1$ dan

(i) w dan w' sama

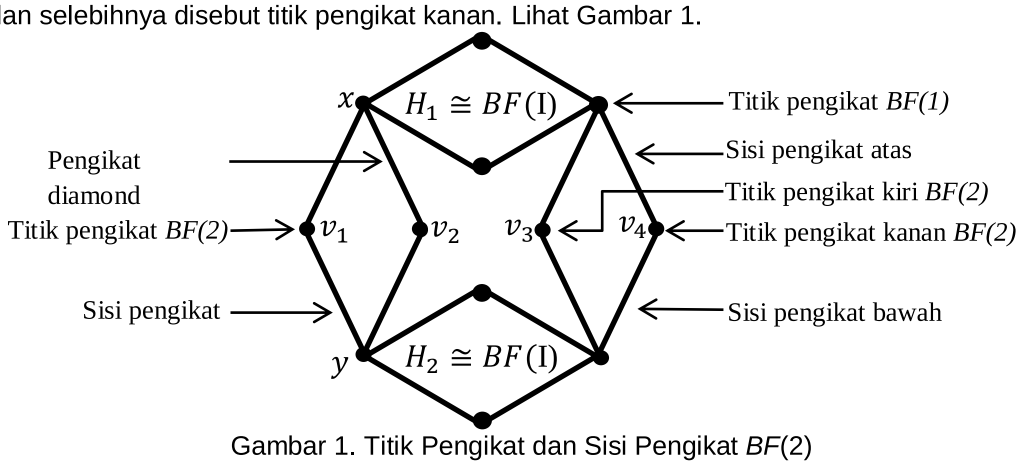
(ii) w dan w' berbeda tepat pada angka biner ke 2^i di level i'.

Butterfly berdimensi-r $BF\ (r)$ memiliki titik $(r\ +\ 1)\ 2^r$ dan sisi $r\ 2^{r+1}$.

Hasil penelitian sebelumnya yang telah dibahas oleh Nurdin nilai total ketakteraturan titik $tvs(BF(2)) = 4$, nilai total ketakteratran sisi $tes(BF(2)) = 6$ dan nilai ketakteraturan total $tvs(BF(2)) = 6$ [9].

Representasi yang efisien untuk *butterfly* telah dilakukan oleh Manuel, dkk, pada tahun 2005 dalam jurnal yang berjudul "*An Efficient Representation of Benes Networks itsapplications".* Menurut I. Rajasingh dkk., Sebuah diamond yang dimaksud adalah graf lingkaran berukuran 4 titik. Dua titik [*w,i*] dan [*w',i'*] merupakan bayangan pencerminan satu sama lain jika *w* dan *w'* berbeda tepat pada bit pertama. Perpindahan dari level 0 menjadi titik-titik $v_1, v_2, \ldots, v_{2^r}$ pada $BF(r)$ menghasilkan dua subgraf H_1 dan H_2 pada $BF(r)$, setiap subgrafnya isomorfik terhadap $BF(r-1)$. Dimana $v_1, v_2, \ldots, v_{2^r}$ adalah titik potong pada $BF(r)$ yang disebut dengan titik pengikat dari $BF(r)$.

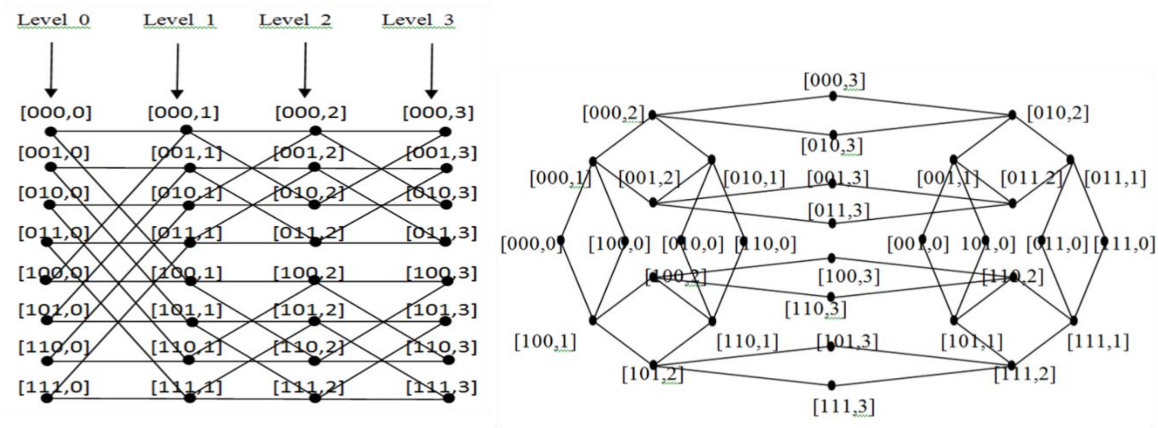
Sebuah graf lingkaran 4 titik xv_1yv_2 pada $BF(r)$, dimana $x \in V(H_1)$, $y \in V(H_2)$ dan v_1, v_2 adalah titik-titik pengikat $BF(r)$ disebut dengan pengikat diamond. Sisi pengikat diamond disebut dengan sisi pengikat. Untuk lebih jelasnya tulis sisi-sisi (x, v_i) sebagai sisi-sisi pengikat atas dan sisi-sisi (y, v_i) sebagai sisi-sisi pengikat bawah. Sisi tersebut merupakan dua titik pengikat $BF(r)$ yang berdekatan ke suatu titik pengikat $BF(r-1)$. Salah satunya disebut dengan titik pengikat kiri dan selebihnya disebut titik pengikat kanan. Lihat Gambar 1.



Gambar 1. Titik Pengikat dan Sisi Pengikat *BF*(2)

Untuk bentuk normal dan bentuk diamond dari *butterfly network level* 3 dapat diperoleh seperti Gambar 2 sebagaimana yang telah dijelaskan oleh Manuel [10]. Lihat Gambar 2.

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406



(a) Bentuk Normal **(b) Bentuk Diamond**

Gambar 2. Pelabelan Biner dari Graf $BF(3)$

Adapun langkah-langkah untuk menentukan nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi dan nilai ketakteraturan total.

Langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan nilai total ketakteraturan titik dari graf *butterfly network level* 3 sebagai berikut :

1. Menentukan batas bawah dari $tvs(BF(3))$ dengan menggunakan Teorema 1[1] yaitu:
$$\left\lceil \frac{p+\delta}{\Delta+1} \right\rceil \leq tvs(G) \leq p + \Delta - 2\delta + 1$$
2. Menentukan pelabelan-k total tak teratur titik dari graf $BF(3)$ dengan menggunakan label terbesar sebesar batas bawah yang diperoleh pada Langkah 1.
3. Membuktikan bahwa bobot setiap titik dari graf $BF(3)$ berbeda.
4. Menyimpulkan bahwa pelabelan total tak teratur titik dari graf $BF(3)$ adalah label terbesar yang digunakan pada langkah 2.

Langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan nilai total ketakteraturan sisi dari graf *butterfly network level* 3 sebagai berikut :

1. Menentukan batas bawah dari $tes(BF(3))$ dengan menggunakan Teorema 2[2] yaitu:
$$\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$$
2. Menentukan pelabelan-k total tak teratur sisi dari graf $BF(3)$ dengan menggunakan label terbesar sebesar batas bawah yang diperoleh pada Langkah 1.
3. Membuktikan bahwa bobot setiap sisi dari graf $BF(3)$ berbeda.
4. Menyimpulkan bahwa pelabelan total tak teratur sisi dari graf $BF(3)$ adalah label terbesar yang digunakan pada langkah 2.

Langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network level* 3 sebagai berikut :

1. Menentukan batas bawah dari $ts(BF(3))$ dengan menggunakan Teorema 3[6], yaitu:
$$ts(G) \geq \max\{tes(G), tvs(G)\}$$
2. Menentukan pelabelan-k total tak teratur total dari graf $BF(3)$ dengan menggunakan label terbesar sebesar batas bawah yang diperoleh pada Langkah 3.
3. Membuktikan bahwa bobot setiap titik dari graf $BF(3)$ berbeda dan bobot setiap sisi dari graf $BF(3)$ juga berbeda.
4. Menyimpulkan bahwa pelabelan total tak teratur total dari graf $BF(3)$ adalah label terbesar yang digunakan pada langkah 2.

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

3. Hasil dan Pembahasan

Berikut ini akan diberikan hasil dan langkah-langkah untuk memperoleh nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi dan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network* level 3 atau graf $BF(3)$.

Teorema 4. Misalkan $BF(3)$ adalah graf *butterly network level 3,* maka $tvs\big(BF(3)\big) = 7$.

Bukti :

Menentukan batas bawah $tvs(BF(3))$ merupakan langkah yang harus terlebih dahulu dilakukan untuk mendapatkan nilai total ketakteraturan titik dari graf $BF(3)$ yang dinotasikan dengan $tvs(BF(3))$. Langkah pertama menentukan banyaknya titik pada graf $BF(3)$ adalah $V(BF(3)) = 32$ dan banyaknya sisi pada graf $BF(3)$ adalah $|E(BF(3))| = 48$, dimana derajat terkecil dari $BF(3)$ adalah $\delta = 2$ dan derajat terbesar dari $BF(3)$ adalah $\Delta = 4$.

Berdasarkan Teorema 1[1] diperoleh batas bawah untuk $tvs(BF(3))$ sebagai berikut:

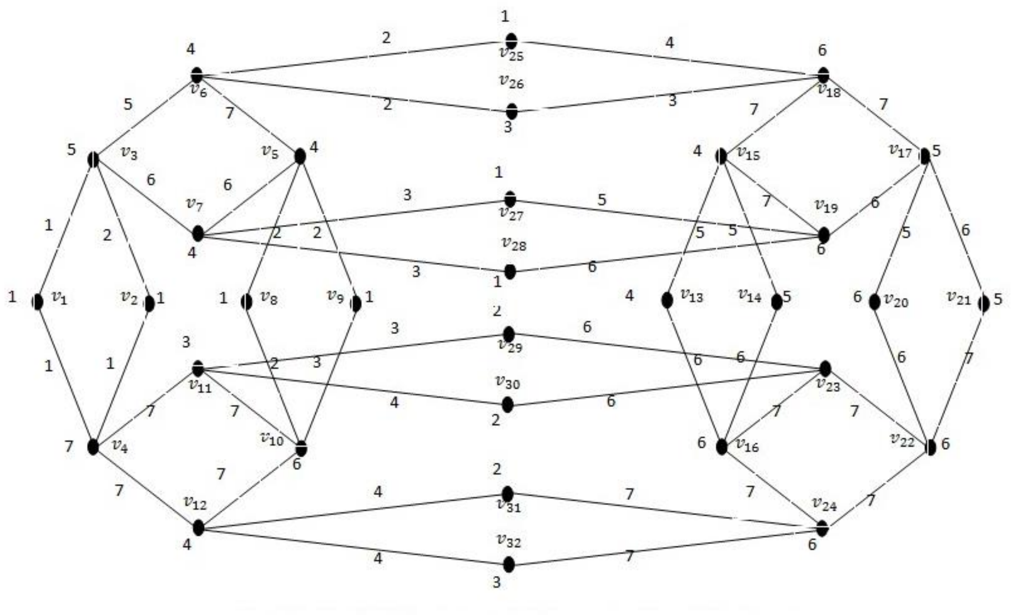
$$tvs(G) \geq \left\lceil \frac{p+\delta}{\Delta+1} \right\rceil$$

$$tvs(BF(3)) \geq \left\lceil \frac{p(BF(3)) + \delta}{\Delta + 1} \right\rceil$$

$$tvs(BF(3)) \geq \left\lceil \frac{32 + 2}{5} \right\rceil$$

$$tvs(BF(3)) \geq 7$$

Nilai total ketakteraturan titik dari graf $BF(3)$, yang dinotasikan dengan $tvs\big(BF(3)\big)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf $BF(3)$ dengan pelabelan total tak teratur titik. Untuk menunjukkan adanya pelabelan-7 total tak teratur titik pada graf $BF(3)$ di deskripsikan pada Gambar 3. Jadi terbukti bahwa label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf $BF(3)$ adalah $tvs(BF(3)) = 7$.



Gambar 3. Pelabelan-7 Total Tak Teratur Titik Pada Graf $BF(3)$

Teorema 5. Misalkan $BF(3)$ adalah graf *butterly network level3*, maka $tes\big(BF(3)\big) = 17$.

Bukti :

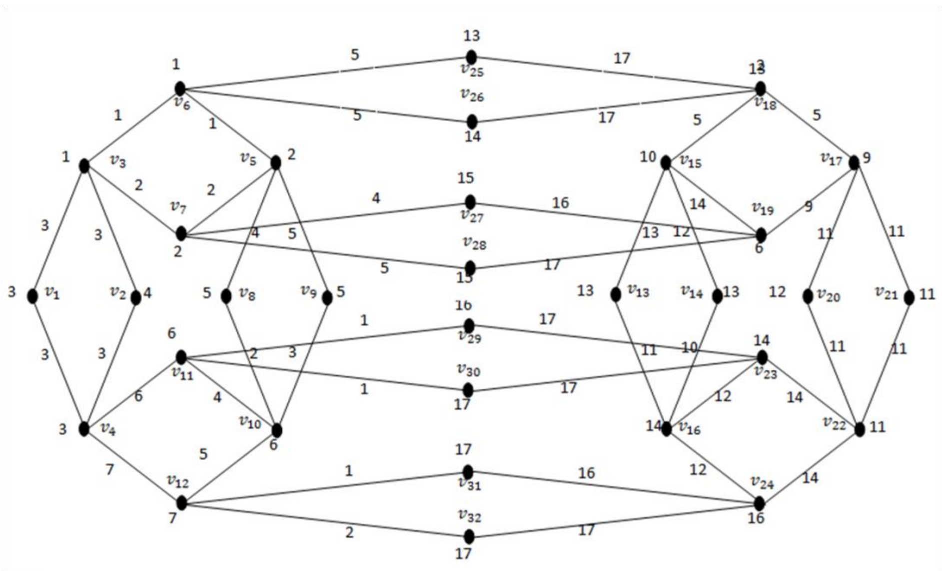
Menentukan batas bawah $tes(BF(3))$ merupakan langkah yang harus terlebih dahulu dilakukan untuk mendapatkan pelabelan total tak teratur sisi dari graf $BF(3)$ yang dinotasikan dengan $tes(BF(3))$. Banyaknya sisi pada graf $BF(3)$ adalah $|E(BF(3))| = 48$.

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406

Berdasarkan Teorema 2.1 diperoleh batas bawah untuk $tvs(BF(3))$ sebagai berikut:

$$tes(G) \geq \left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil$$
$$tes(BF(3)) \geq \left\lceil \frac{|E(BF(3))|+2}{3} \right\rceil$$
$$tes(BF(3)) \geq \left\lceil \frac{48+2}{3} \right\rceil$$
$$tes(BF(3)) \geq 17$$

Nilai total ketakteraturan sisi dari graf $BF(3)$, yang dinotasikan dengan $tes\big(BF(3)\big)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf $BF(3)$ dengan pelabelan total tak teratur sisi. Untuk menunjukkan adanya pelabelan-17 total tak teratur sisi pada graf $BF(3)$ di deskripsikan pada Gambar 4. Jadi terbukti bahwa label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf $BF(3)$ adalah $tes(BF(3)) = 17$.



Gambar 4. Pelabelan-7 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $BF(3)$

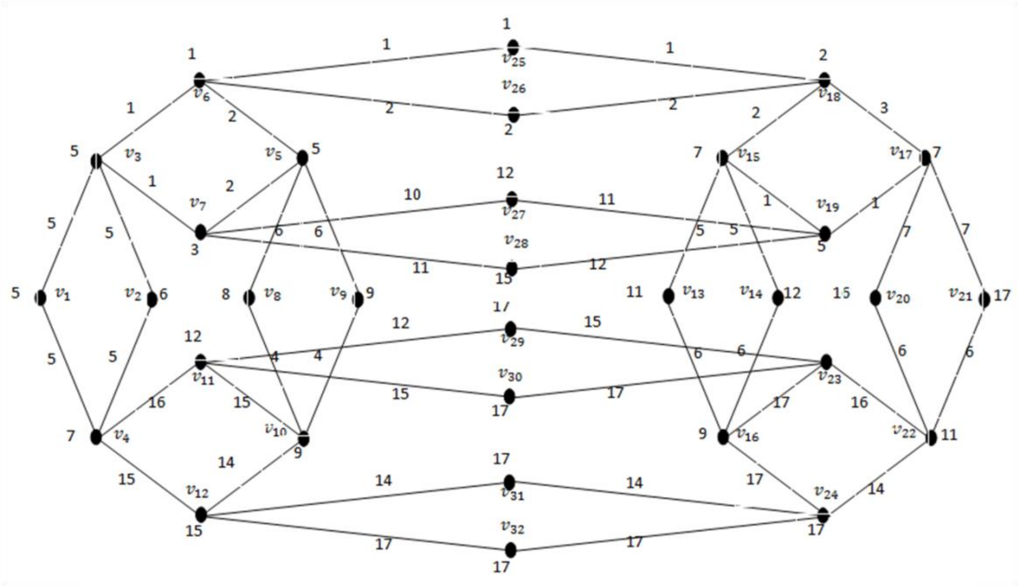
Teorema 6. Misalkan $BF(3)$ adalah graf *butterly network level 3*, maka $ts\big(BF(3)\big) = 17$.
Bukti :

Menentukan batas bawah $ts(BF(3))$ merupakan langkah yang harus terlebih dahulu dilakukan untuk nilai ketakteraturan total dari graf $BF(3)$ yang dinotasikan dengan $ts(BF(3))$.

$tvs\big(BF(3)\big) = 7$ dan $tes\big(BF(3)\big) = 17$
$ts(BF(3)) \geq max\{tes(BF(3)), tvs(BF(3))\}$,
$ts(BF(3)) \geq \max\{7, 17\}$

Nilai ketakteraturan sisi dari graf $BF(3)$, yang dinotasikan dengan $ts\big(BF(3)\big)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf $BF(3)$ dengan pelabelan-17 total tak teratur total. Untuk menunjukkan adanya pelabelan-17 total tak teratur total pada graf $BF(3)$ yang di deskripsikan pada Gambar 5. Jadi terbukti bahwa label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf $BF(3)$ adalah $ts(BF(3)) = 17$.

ISSN (Printed) : 2579-7271
ISSN (Online) : 2579-5406



Gambar 5. Pelabelan-17 Total Tak Teratur Total Pada Graf $BF(3)$

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan tentang nilai total ketakteraturan dari graf $BF(3)$ dapat disimpulkan bahwa nilai total ketakteraturan titik $BF(3)$ adalah $tvs(BF(3)) = 7$, nilai total ketakteraturan sisi $BF(3)$ adalah $tes(BF(3)) = 17$ dan nilai ketakteraturan total $BF(3)$ adalah $ts(BF(3)) = 17$.

Daftar Pustaka

[1] Bača, dkk."On Irregular Total Labeling," *Discrete Math*.Vol. 307, halaman1378-1388,2007.

[2] Bondy, J. A., dan Murty, U. S. R. "*Graph Theory with Application*".Halaman1.Great Britain, U. S. A. 1976.

[3] C. C. Marzuki, dkk. "On The Total Irregularity Strength of Cycles and Paths," *Far East Journal of Mathematical Sains*. Vol. 82, halaman 1-21, 2013.

[4] Ivanco dan Jendrol. "Total Edge Irregurality Strength Of Tress," *Discussiones Mathematicae Graph Teory*. Vol 26. halaman 449-456, 2006.

[5] I.Rajasingh, dkk. "Total Edge Irregularity Strength of Butterfly Network", *International Journal of Computer Applications.* Volume 49– No.3, halaman 20-22, 2012.

[6] Marzuki, C.C., Salman, A.N.M., dan Miller, M. "On The Total Irregularity Strength of Cycles and Paths," *Far East Journal of Mathematical Science*. Vol. 82, halaman 1-21. 2013.

[7] Munir, R. "*Matematika Diskrit*". Edisi3, halaman353, 356-357. Informatika, Bandung. 2009.

[8] Nurdin, Salman, A.N.M., Gaos, N.N., dan Baskoro, E.T. "On The Total Vertex Irregular Strength of a Disjoint Union of t Copies of a Path," *Journal of Combinatorial Mathcmatics and Combinatorial Computing.* Vol. 71, halaman 227-233. 2009.

[9] Nurdin. "Total Irregular Labeling of Butterfly Network on Level Two", *International Conference on Mathematics*: Pure. Applied and Computation. halaman 1-3, 2017.

[10] P.Manuel, dkk. "An Efficient Representation of Benes Networks itsapplications", *Journal of Discreate Algorithms.* Vol 6. halaman 11-19. 2005

[11] Rismawati. "Nilai Total Ketaktaeraturan Total dari Dua Copy Graf Bintang". Edisi 7, *International Journal Of Mathematics And Soft Computing*. Vol. 3, pp. 21-27. 2014.